

پاسخ: گزینه ۱

از هر عضو A یک پیکان باید خارج شود اما این پیکان ۲ انتخاب دارد؛ پس تعداد توابع از A به B برابر $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ می باشد.

پاسخ: گزینه ۲

برای اینکه رابطه R یک تابع باشد باید مؤلفه های دوم مرتب هایی که مؤلفه های اول یکسان دارند با هم برابر باشند بنابراین:

$$I) (6, 4^{x+y}) = (6, 64) \Rightarrow 4^{x+y} = 64 = 4^3 \Rightarrow x + y = 3$$

$$II) (5, x^y - y^x) = (5, 15) \Rightarrow x^y - y^x = 15 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 15 \xrightarrow{x+y=3} x - y = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = -1 \Rightarrow x^y = (4)^{-1} = \frac{1}{4}$$

پاسخ: گزینه ۳

اگر نمودار ون را به صورت زوج مرتبی بنویسیم باید شرط های زیر برقرار باشد تا نمودار مربوط به یک تابع باشد:

$$\begin{cases} (2, 5) = (2, 2a + b) \Rightarrow 2a + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 2a \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (1, 3) = (1, a^x - b^x) \Rightarrow a^x - b^x = 3 \end{cases}$$

$$a^x - b^x = 3 \xrightarrow{(1)} a^x - (5 - 2a)^x = 3 \Rightarrow a^x - (25 + 4a^x - 20a) = 3$$

$$\Rightarrow -3a^x + 20a - 28 = 0 \Rightarrow (-3a + 14)(a - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \xrightarrow{(1)} b = 1 \\ a = \frac{14}{3} \xrightarrow{(1)} b = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = \frac{14}{3} - \frac{13}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به آنکه ورودی a هم وارد فضا به $y = x^2 + a$ و هم وارد فضا به $y = 3x - 1$ می شود پس لازم است این دو فروشی یکسان باشند تا f تابع باشد:

$$\begin{cases} f(a) = a^2 + a \\ f(a) = 3a - 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + a = 3a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

۵

پاسخ: ابتدا تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = (3a+1)x^2 + (5-ab)x - 2b + c$$

برای آن که f تابع همانی باشد باید:

$$\begin{cases} 3a+1=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{3} \\ 5-ab=1 \Rightarrow 5+\frac{b}{3}=1 \Rightarrow b=-12 \\ -2b+c=0 \Rightarrow c=-24 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = -\frac{1}{3}-12-24 = -\frac{109}{3}$$

۶

۲- پاسخ: گزینه ۴

از کل طناب باید $3x$ و y را جدا کنیم تا مستطیل ساخته شود. البته $y > x$ است زیرا مستطیل را افقی فرض کرده ایم پس $3x + y = 48$ از طرفی:

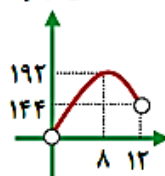
$$S(x) = xy = x(48 - 3x) = -3(x^2 - 16x) = -3(x - 8)^2 + 192$$

$$S(x) = 192 - 3(x - 8)^2 \Rightarrow S \Big|_{192}^8, x > 0$$

البته $0 < x < 12$ است زیرا طول مستطیل را بیشتر از عرض آن فرض می‌کنیم. پس:

$$S(x) = 192 - 3(x - 8)^2, 0 < x < 12$$

$$S \Big|_{192}^8$$



۷

چون تابع f تابعی ثابت است پس به ازای هر مقداری از x (از اعضای دامنه) باید مقدار ثابتی داشته باشد. اگر

$$f(1) = \frac{6-2}{2-m+m} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow f(1) = 2 \text{ را حساب کنیم داریم:}$$

پس باید همواره قروبی های f برابر ۲ باشد در نتیجه $f(x) = 2$ است اگر $f(x) = 2$ باشد داریم:

$$\frac{6x-2}{2-m+mx} = 2 \xrightarrow{\div 2} \frac{3x-1}{2-m+mx} = 1 \Rightarrow 3x-1 = 2-m+mx$$

$$3x-1 = mx + (2-m) \Rightarrow m = 3 \Rightarrow m f(2) = 6$$

۱

به کمک شیب خط گذرنده از دو نقطه $(-3, 0)$ و $(1, 4)$ معادله خط را می نویسیم:

$$\text{شیب} = \frac{4-0}{1-(-3)} = \frac{4}{4} = 1$$

معادله خطی که از نقطه (α, β) با شیب m می گذرد به صورت $y - \beta = m(x - \alpha)$ است پس:

$$(-3, 0) \in f \Rightarrow y - 0 = 1(x - (-3)) \Rightarrow y = x + 3$$

$$f(6) - f(-6) = 8 - (-3) = 12 \text{ پس } f(x) = x + 3 \text{ است و داریم:}$$

۹

پاسخ: گزینه ۴

$$x = 0 \Rightarrow 3f(2) - f(0) = 9 \Rightarrow 3f(2) = 9 \Rightarrow f(2) = 3$$

$$x = 2 \Rightarrow 3f(4) - f(2) = 9 \Rightarrow 3f(4) - 3 = 9 \Rightarrow 3f(4) = 12 \Rightarrow f(4) = 4$$

۱۰

پاسخ: گزینه ۴

اگر طول هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع برابر x باشد، محیط آن برابر $3x$ و مساحت آن برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ است؛ پس:

$$P = 3x$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

چون $P = 3x$ است؛ پس $x = \frac{P}{3}$ است یعنی از تقسیم محیط بر ۳، طول ضلع به دست می آید. اگر در رابطه مساحت بر حسب

طول ضلع به جای x قرار دهیم $\frac{P}{3}$ مساحت بر حسب محیط به دست می آید:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{P}{3} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{P^2}{9} = \frac{\sqrt{3}}{36} P^2$$

و خدایی که در این نزدیکی است، لای این شب بوها پای آن کاج بلند روی آگاهی آب روی قانون گیاه...

موفق باشید الیاسی

سهراب سپهری

آموزشگاه علمی قلم مسجد سلیمان فلکه باغ ملی جنب بنیاد مسکن



۰۹۱۶۶۸۱۷۶۰۲