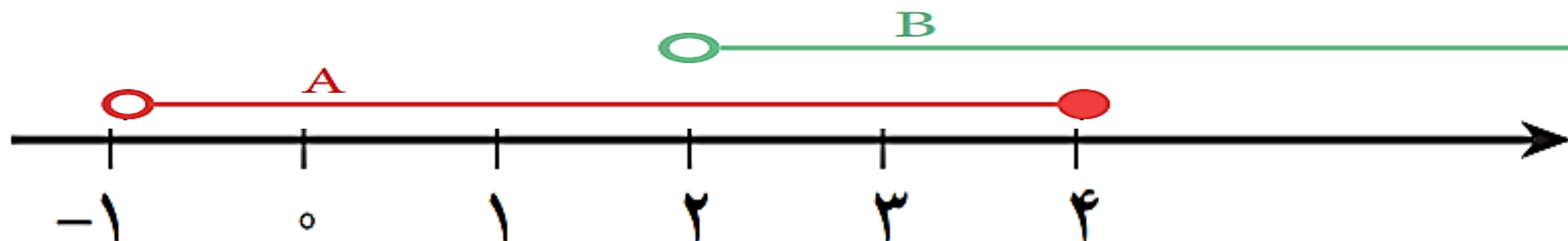


جمع بندی ریاضی

1



اجتماع و اشتراك دو بازه $A=(-1,4]$ و $B=(2,+\infty)$ را بنویسید



$$(-1,4] \cup (2,+\infty) = (-1,+\infty)$$

$$(-1,4] \cap (2,+\infty) = (2,4]$$

$$B - A = (4, +\infty) \quad A - B = (-1, 2]$$

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های متناهی می‌نامیم.

دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که یکی از آنها زیرمجموعه دیگری باشد.

$\{5, 6, 7, 8, \dots\}$

$\{7, 8, 9, 10, \dots\}$

دو مجموعه نامتناهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بوده و $B - A$ تک عضوی باشد.

W , N

اگر A دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد، آنگاه A یک مجموعه نامتناهی خواهد بود.

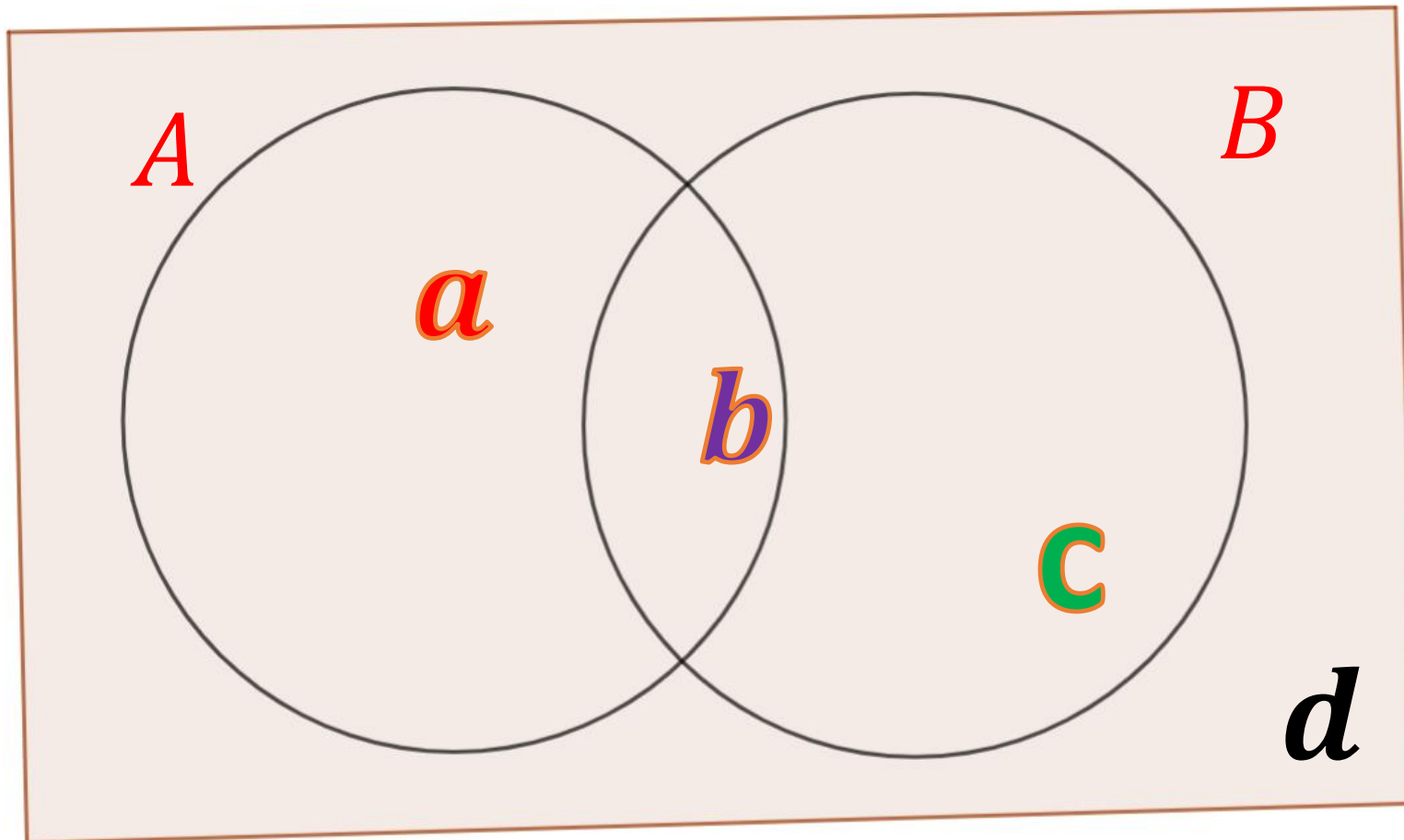
دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه‌ای متناهی باشد.

$$\{5, 6, 7, 8, \dots\} \quad \{3, 4, 5, 6, \dots\}$$

هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه $U-A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم.

به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گوییم.

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه



حداقل

$$n(A \cup B) = a + b + c$$

حداکثر

$$n(A \cap B)' = a + c + d$$

هر دو

$$n(A \cap B) = b$$

هیچ کدام

$$n(A \cup B)' = d$$

فقط یکی خاصیت

$$a + c$$

یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آنها ۷ فیلم پویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ تا از فیلم های پویانمایی با مضمون طنز می باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم هایی که :

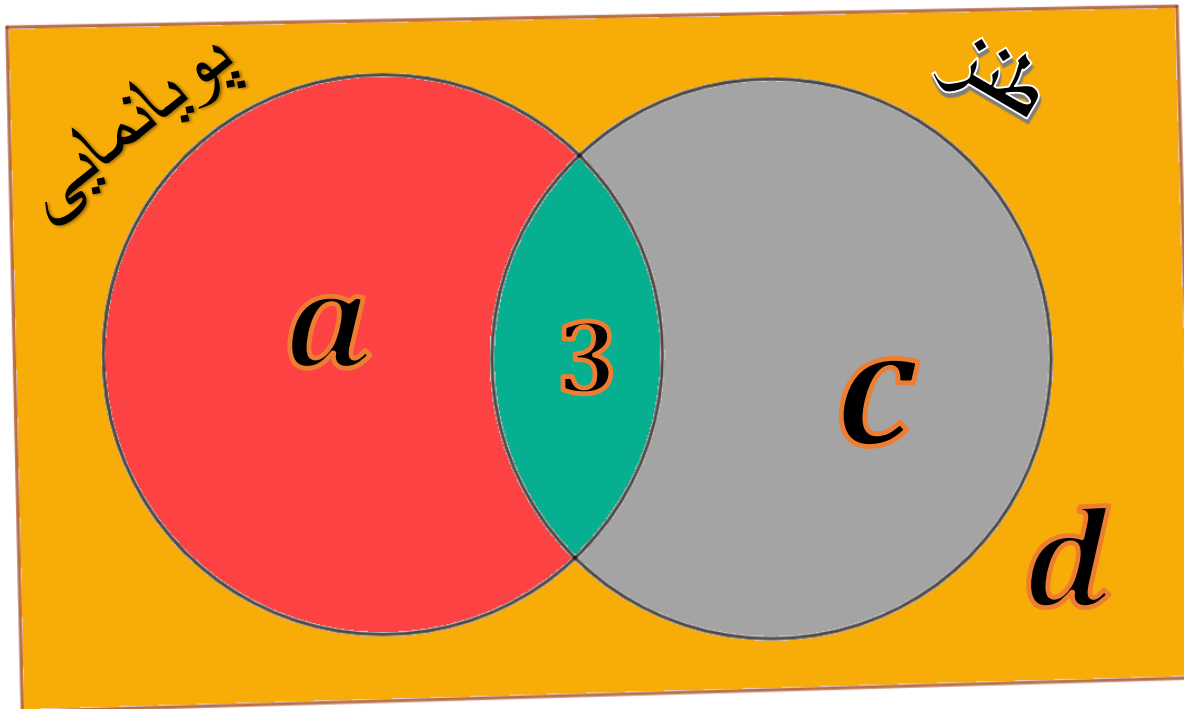
الف) پویانمایی یا طنزند. $n(A \cup B) = 4 + 3 + 5 = 12$

ب) غیرپویانمایی و غیر طنزند.

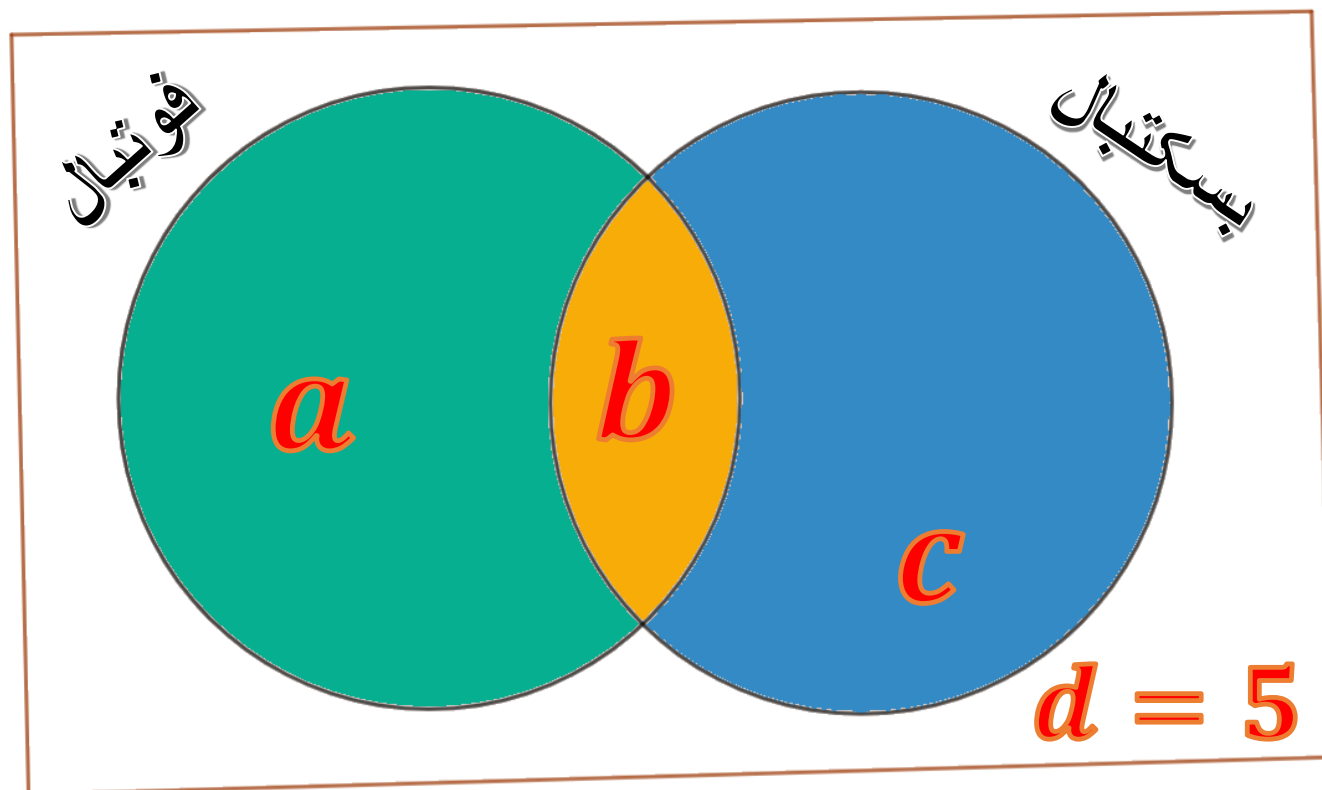
$$a + 3 = 7 \rightarrow a = 4$$

$$3 + c = 8 \rightarrow c = 5$$

$$d = 21 - 12 = 9$$



در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند.



$$\cancel{a + b + c = 20} \\ 15$$

$$c = 5$$

$$b = 11 - 5 = 6$$

$\mathbb{N}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید.

الف) مجموعه‌ای نامتناهی مثل A مثال بزنید که A' هم نامتناهی باشد.

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \quad A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

ب) مجموعه‌ای نامتناهی مثل B مثال بزنید که B' متناهی باشد.

$$B = \{3, 4, 5, 6, \dots\} \quad B' = \{1, 2\}$$

پ) مجموعه‌ای متناهی مثل C مثال بزنید و C' را به دست آورید. C' متناهی است یا نامتناهی؟

$$C = \{1, 2, 3, 4\} \quad C' = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$$

09166817602 elyasi

الگو و دنباله

الگوهای را که در آنها اختلاف هر دو جمله متوالی عددی ثابت است، الگوهای خطی می نامیم.

جمله عمومی آنها به صورت $t_n = an + b$ است

در یک الگوی خطی، جملات چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می باشند. جمله عمومی الگو را بیابید.

$$C_4 = 17 \Rightarrow a(4) + b = 17$$

$$C_{10} = 41 \Rightarrow a(10) + b = 41$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$C_n = 4n + 1$$

$$5, 9, 13, \underline{17}_{C_4}, 21, 25, 29, 33, 37, \underline{41}_{C_{10}}, 45, \dots$$

شکل بعدی را رسم کنید و جمله عمومی را بیابید

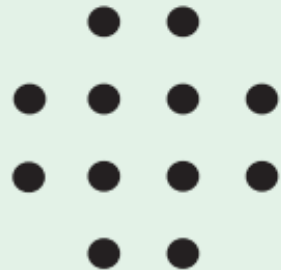
شکل (۱)



۵ نقطه

$$t_1 = 1^2 + 4 \times 1$$

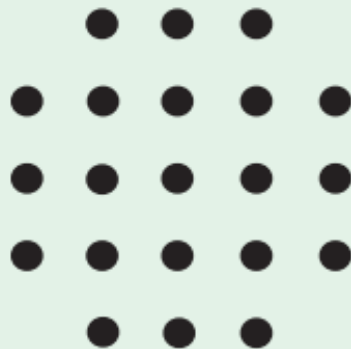
شکل (۲)



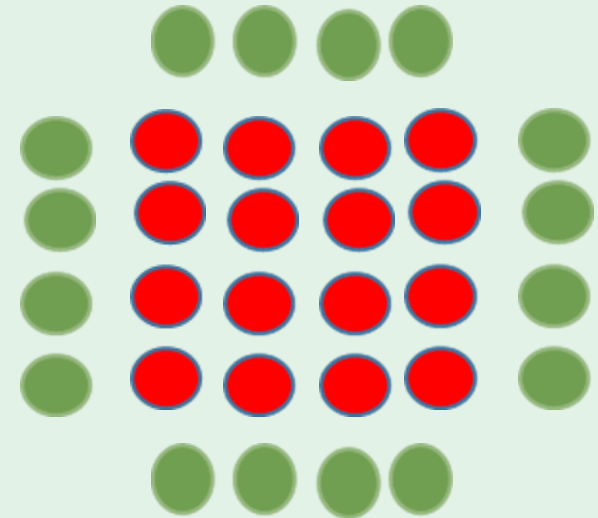
۱۲ نقطه

$$t_2 = 2^2 + 4 \times 2$$

شکل (۳)



$$t_3 = 3^2 + 4 \times 3$$



$$t_n = n^2 + 4n$$

هر تعداد عدد را که پشت سرهم قرار می گیرند، یک **دنباله** می نامیم.

شکل (۴)

شکل (۳)

شکل (۲)

شکل (۱)



۱ مربع



۳ مربع



۶ مربع



دنباله مثلثی

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 37, 47, ...

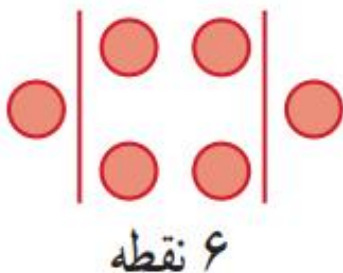
$$t_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

الگوی زیر را در نظر بگیرید.

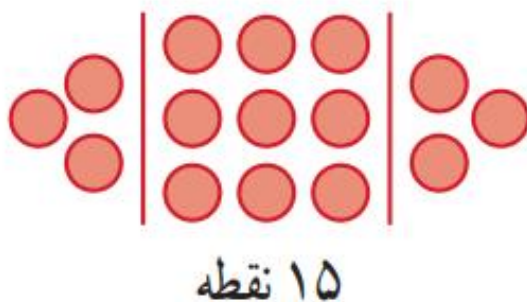
شکل (۱)



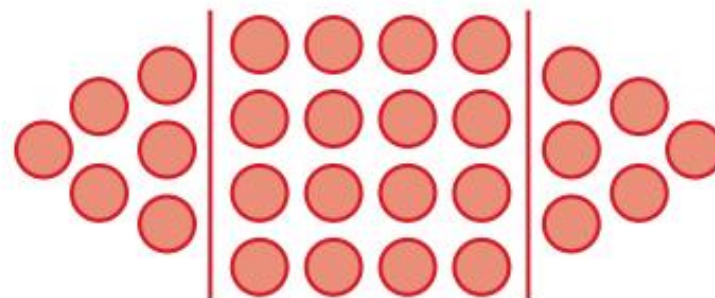
شکل (۲)



شکل (۳)



شکل (۴)



جمله عمومی الگو را بیابید.

$$t_n = n^2 + 2 \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

$$t_n = 10^2 + 2 \left(\frac{10(10-1)}{2} \right)$$

$$t_{10} = 190$$

شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟

برای دنباله درجه دو زیر جمله عمومی را به دست آورید

$$5, 8, 13, 20, 29, \dots$$

$$3, 5, 7, 9, 11, \dots \rightarrow d = 2$$

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$t_n = 1n^2 + bn + c$$

$$t_1 = 5 \rightarrow 1 + b + c = 5 \rightarrow b + c = 4$$

$$t_2 = 8 \rightarrow 4 + 2b + c = 8 \rightarrow 2b + c = 4$$

$$b = 0$$

$$c = 4$$

$$t_n = n^2 + 4$$

دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می‌گویند.

جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d

$$t_n = t_1 + (\dots - 1)d \quad \text{به صورت}$$

نکته : تعداد جملات یک دنباله حسابی متناهی که جمله اولش t_1 و قدر

نسبتش d و t_n جمله آخرش باشد برابر است با :

$$n = 1 + \frac{t_n - t_1}{d}$$

نکته : اگر t_k و t_m دو جمله از یک دنباله حسابی باشند

$$\text{قدر نسبت آن دنباله از } d = \frac{t_m - t_k}{m - k} \text{ به دست می آید.}$$

نکته : اگر x و y و z سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند که

$$2y = x + z \quad \text{در این صورت}$$



نکته : اگر بین دو عدد a و b بخواهیم n عدد درج کنیم (قرار دهیم) به طوری که جملات حاصل یک دنباله حسابی تشکیل دهند قدر نسبت می شود

$$d = \frac{b - a}{n + 1}$$

نکته : سه عدد که تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت d می دهند



$$a - d, a, a + d$$

مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی 15 و حاصل ضربشان 80 است جمله دهم آن را بنویسید

$$(a - d) + a + (a + d) = 15 \rightarrow 3a = 15 \rightarrow a = 5$$

$$(5 - d) \times 5 \times (5 + d) = 80 \rightarrow 25 - d^2 = 16$$

$$d^2 = 9 \rightarrow d = \pm 3$$

$$8, 5, 2 \rightarrow t_n = -3n + 11 \rightarrow t_{10} = -3 \times 10 + 11 = -19$$

$$2, 5, 8 \rightarrow t_n = 3n - 1 \rightarrow t_{10} = 3 \times 10 - 1 = 29$$

در دنباله حسابی زیر جمله شانزدهم را به دست آورید. $4, 11, 18, 25, \dots$

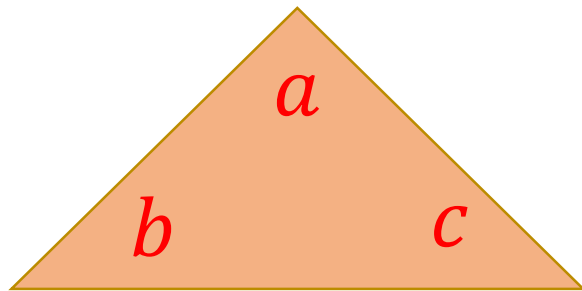
$$t_n = 7n - 3 \rightarrow t_{16} = 7 \times 16 - 3 = 112 - 3 = 109$$

بین ۱۸ و ۶۲ سه عدد را چنان قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی بدهند.

$$d = \frac{62 - 18}{3 + 1} = 11$$

18, 29, 40, 51, 62

اگر زاویه های مثلثی تشکیل دنباله حسابی بدهند ثابت کنید یک زاویه آن 60 درجه است



$$a, b, c \rightarrow 2b = a + c$$

$$a + b + c = 180 \rightarrow 2b + b = 180$$

$$3b = 180 \rightarrow b = 60$$

دنباله هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیرصفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جمله اول هم باید غیرصفر باشد.

$$t_n = ar^{n-1}$$

در یک دنباله هندسی جمله پنجم 96 و جمله دوم 12 است دنباله را بنویسید ، جمله عمومی آن را بیابید .

$$\frac{ar^4}{ar^1} = \frac{96}{12}$$

$$r^3 = 8 \rightarrow r = 2 \quad a \times 2 = 12 \rightarrow a = 6$$

$$t_n = 6 \times 2^{n-1}$$

بین ۳ و ۴۸ سه واسطه هندسی درج کنید. آیا جواب یکتاست؟



$$3 \times r^4 = 48 \rightarrow r^4 = 16$$

$$r = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} 3, 6, 12, 24, 48 \\ 3, -6, 12, -24, 48 \end{cases}$$



مثلاثات

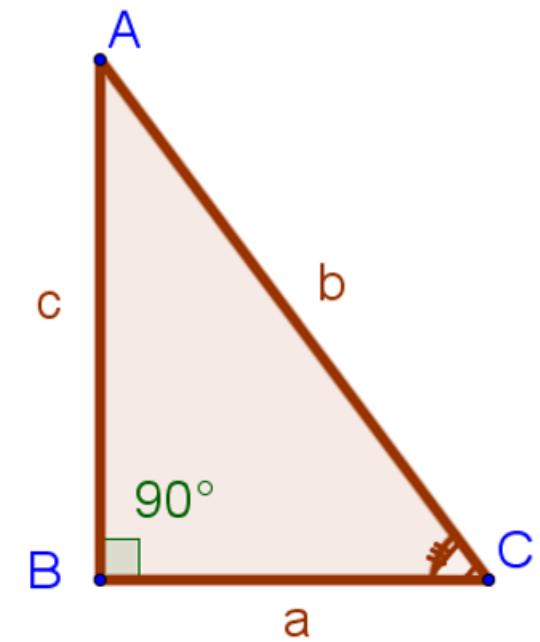


$$\sin \hat{C} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{c}{b}$$

$$\tan \hat{C} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{c}{a}$$

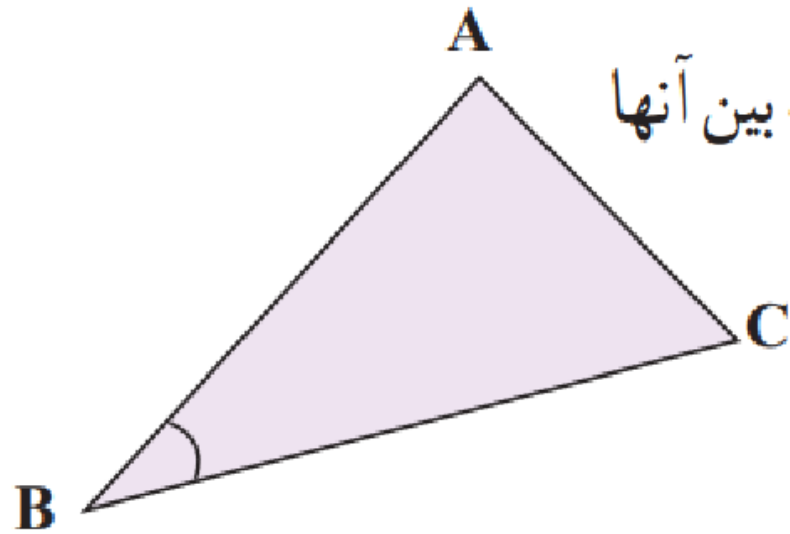
$$\cos \hat{C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \hat{C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{a}{c}$$



جدول فلاتر

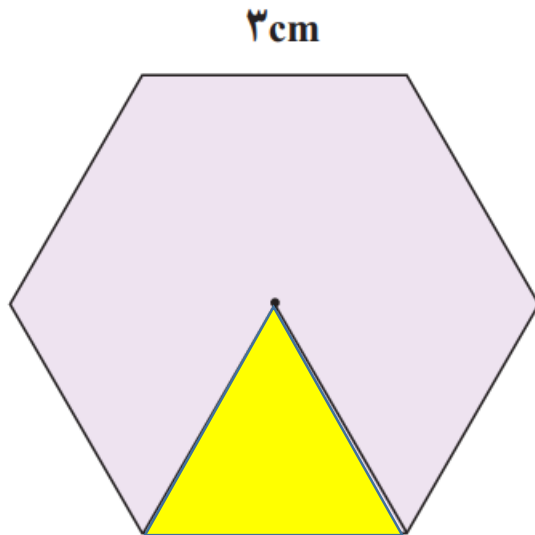
	30^0	45^0	60^0
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<i>tan</i>	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$



در هر مثلث، با معلوم بودن مقادیر طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین آنها

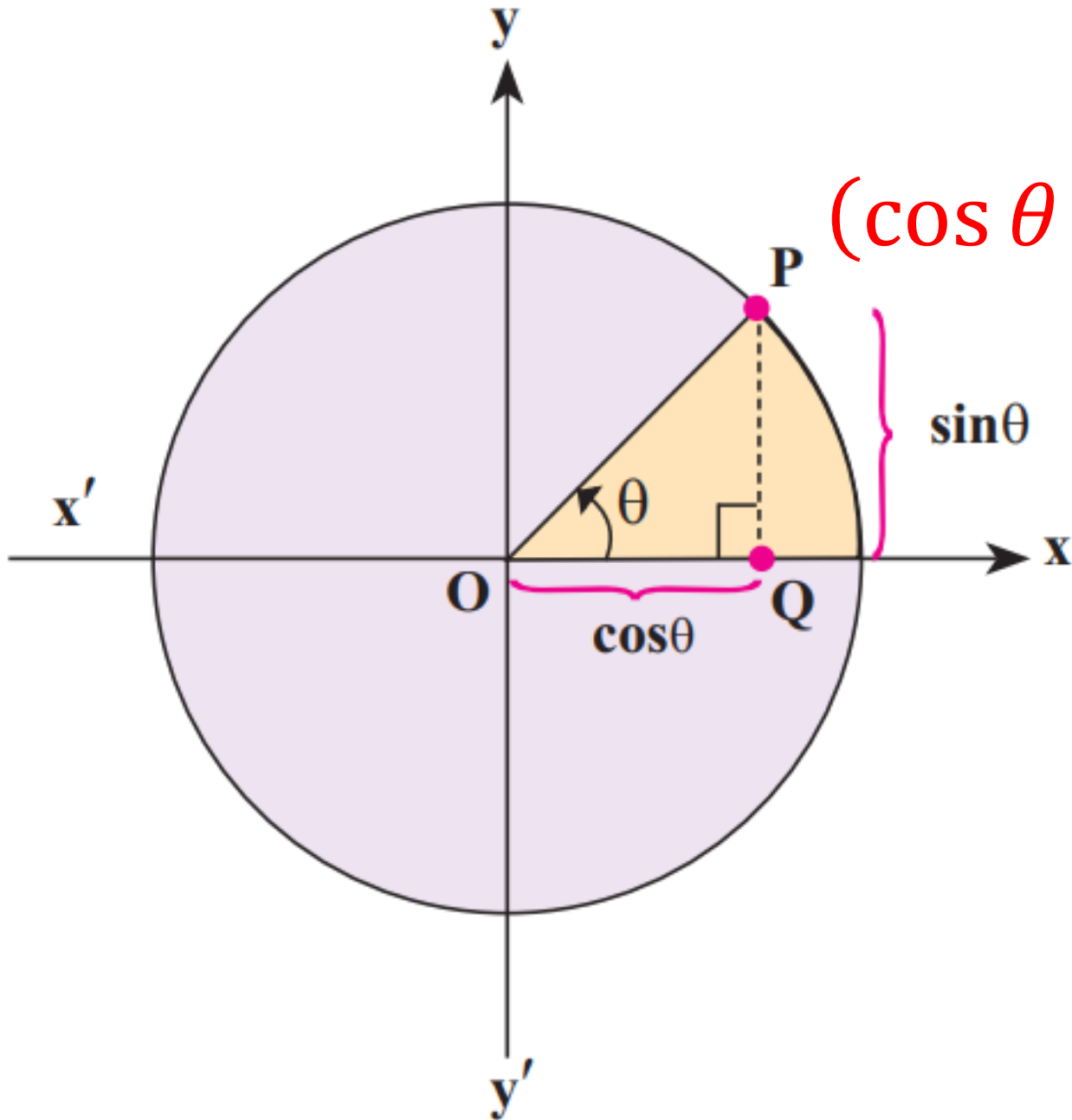
$$\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B.$$

مساحت شش ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.

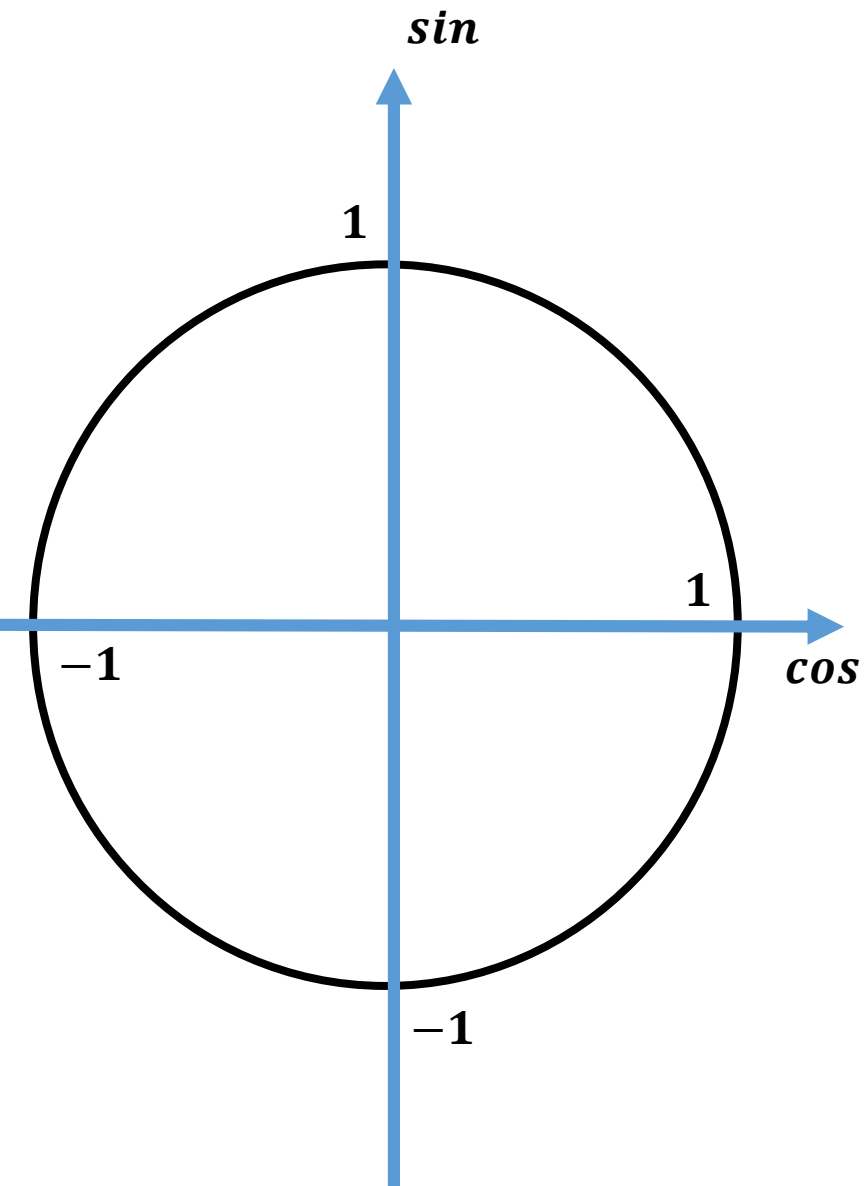


$$s_{\triangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow s_{\triangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2$$

$$s_{\text{hexagon}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2$$



دایره مثلثاتی



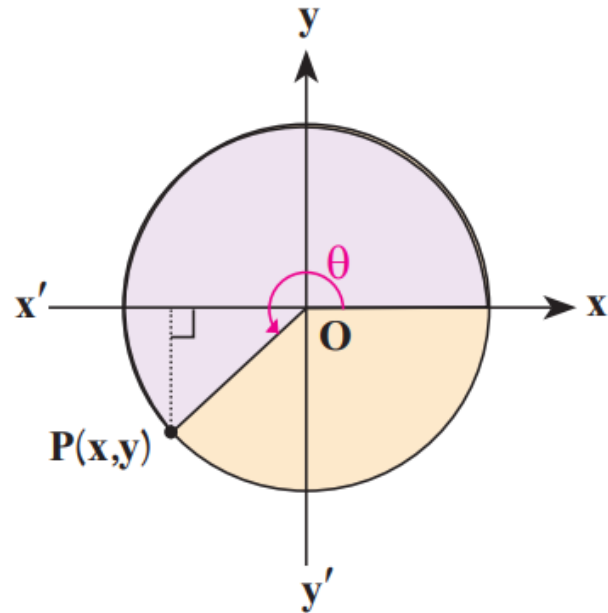
	0^0	90^0	180^0	270^0	360^0
$\sin$	0	1	0	-1	0
$\cos$	1	0	-1	0	1
$\tan$	0	ت ن	0	ت ن	0
$\cot$	ت ن	0	ت ن	0	ت ن

	ناحيه اول	ناحيه دوم	ناحيه سوم	ناحيه چهارم
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
<i>tan</i>	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

فرض کنید نقطه P روی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد به طوری که $\cos \theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ می دانیم
 θ در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد، بنابراین $y = \sin \theta = \dots\dots\dots$

الف) مختصات نقطه P را به دست آورید.

ب) سایر نسبت های مثلثاتی زاویه θ را به دست آورید.



$$x^2 + y^2 = 1 \rightarrow y^2 = 1 - \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$p = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

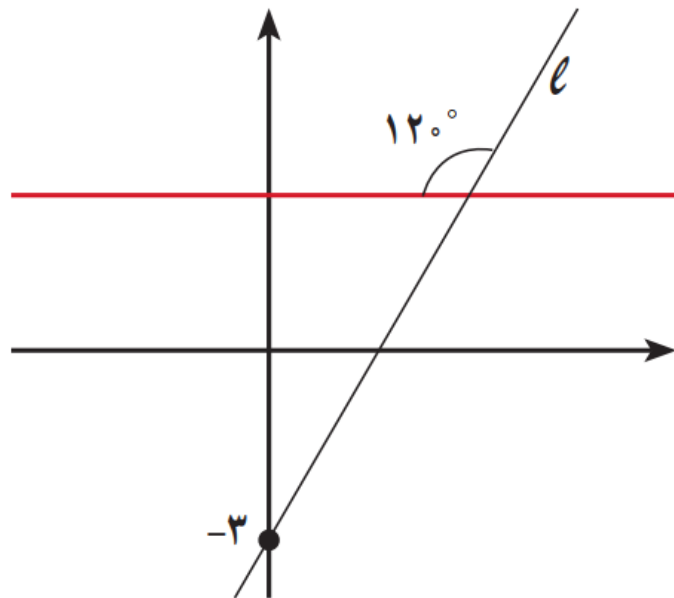
$$\tan \theta = 1$$

$$y^2 = \frac{1}{2} \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{زاویه در ناحیه سوم}} \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

شیب هر خط که محور افقی را قطع می کند، برابر است با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر α زاویه ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می سازد، آنگاه:

$$\text{شیب خط} = \tan \alpha$$

با توجه به شکل زیر، معادله خط ℓ را به دست آورید.



$$y = \tan 60^\circ x + b$$

$$y = \sqrt{3}x + b$$

$$-3 = \sqrt{3} \times 0 + b \rightarrow b = -3$$

$$y = \sqrt{3}x - 3$$

معادله خطی به صورت $x - \sqrt{3}y = 3$ است این خط با جهت مثبت محور x چه زاویه ای می سازد ؟

$$\sqrt{3}y = x - 3 \rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - 3$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 30^0$$

روابط بین نسبت های مثلثاتی یک زاویه

$$\tan \theta \times \cot \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$
$$\cos \theta \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$
$$\sin \theta \neq 0$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \theta = (1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)$$

$$\cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$$

درستی اتحاد مثلثاتی زیر را بررسی کنید.

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right)(1 - \sin \theta) = \cos \theta$$

$$\text{طرف چپ} = \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right)(1 - \sin \theta) = \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)(1 - \sin \theta)$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right) \frac{(1 - \sin \theta)}{1} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

درستی تساوی زیر را بررسی کنید :

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$

$$\sin^4 \theta - \sin^4 \theta = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

1

$$= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$



کدام یک از تساوی های زیر یک اتحاد است؟ چرا؟

الف) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$

ب) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

$$(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 = \sin^4 \theta + \sin^4 \theta + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

1

اگر $\tan 240^\circ = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه 240° را به دست آورید.

$$1 + \tan^2 240^\circ = \frac{1}{\cos^2 240^\circ}$$


$$\cot 240^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1 + \sqrt{3}^2 = \frac{1}{\cos^2 240^\circ}$$

$$\cos^2 240^\circ = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \sin^2 240^\circ = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$


$$\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$$

با فرض بامعنی بودن هر کسر، درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

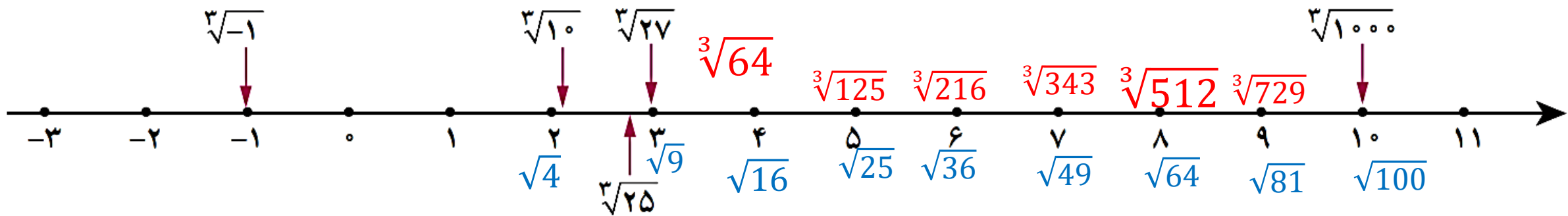
$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x \quad \xrightarrow{\cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)} \quad 1 - \frac{\cancel{(1 + \sin x)}(1 - \sin x)}{\cancel{1 + \sin x}}$$

$$1 - (1 - \sin x) = 1 - 1 + \sin x = \sin x$$

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

توان‌های گویا و عبارت‌های جبری



زیر رادیکال (جای خالی) عدد یا عددهایی بگذارید که نامساوی‌ها برقرار باشند.

$$(ب) \quad 9 < \sqrt[3]{x} < 10$$

$$729 < x < 1000$$

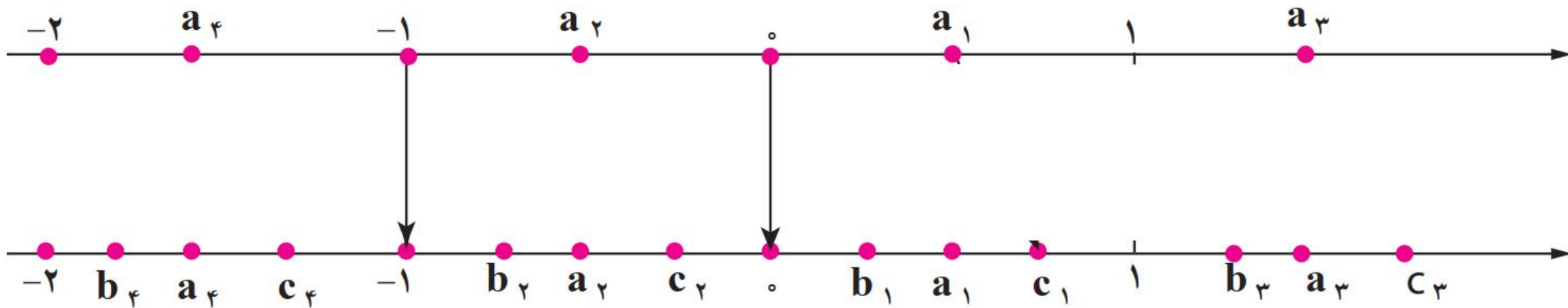
$$(الف) \quad 4 < \sqrt{t} < 5$$

$$16 < t < 25$$

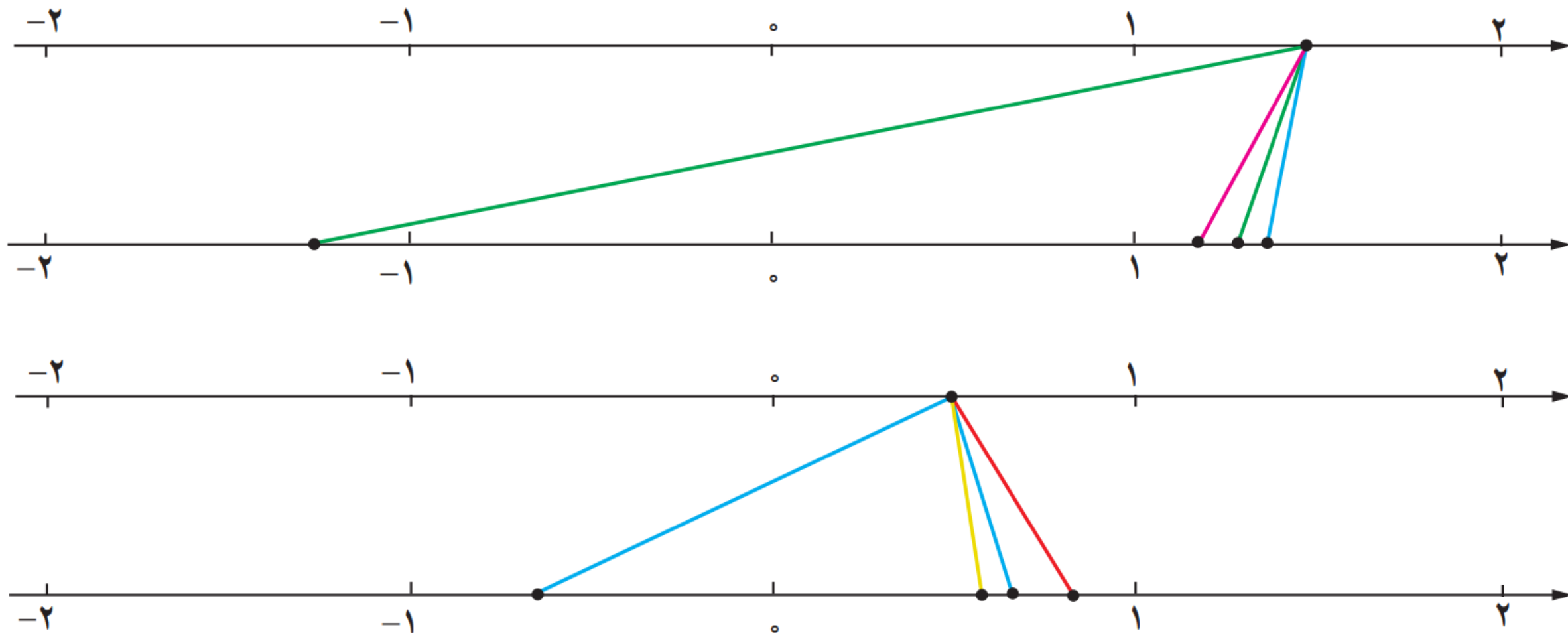
هر عدد مثبت دارای ریشهٔ چهارم است که یکدیگرند.
 عددهای منفی ریشهٔ چهارم ندارند.

هر عدد مثبت یا منفی دارای ریشهٔ پنجم است. اگر عدد مثبت باشد، ریشهٔ پنجم آن مثبت و
 اگر عدد منفی باشد ریشهٔ پنجم آن است.

هر یک از نقاط مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر
 با ریشهٔ سوم آن عدد است، وصل کنید



در هر یک از شکل های زیر، نقطه ای از محور بالا به ریشه های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.



به طور کلی :

الف) اگر $a > 1$ در این صورت $1 < a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$

در نتیجه $a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \sqrt[5]{a} > \dots$

ب) اگر $0 < a < 1$ در این صورت $\dots < a^4 < a^3 < a^2 < a < 1 \dots$

در نتیجه $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots$

اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می نامیم. هرگاه: $b^n = a$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{ab} & a, b \geq 0 \text{ و } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{ab} & a, b \text{ دلخواه و } n \text{ یک عدد طبیعی فرد} \end{cases}$$

$$\sqrt[k]{a^m} = \left(\sqrt[k]{a} \right)^m$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \dots \dots \dots a$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \dots \dots \dots |a| \begin{cases} -a & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$$

اگر $a \geq 0$ از جدول بالا نتیجه می گیریم که:
و اگر $a < 0$ آنگاه

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، توان $\frac{1}{n}$ عدد مثبت a را چنین تعریف می کنیم:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



$$125^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{125^2} = (\sqrt[3]{125})^2 = 5^2 = 25$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$



$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[12]{5}$$

$$\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$$



$$\sqrt[12]{4^{18}} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

$$a^{-\frac{m}{n}} =$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{m}{n}}$$



$$81^{-\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$$



$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[9]{5} = \sqrt[27]{5^{12}} = \sqrt[9]{5^4}$$

الف) یکی از علامت‌های $>$ یا $<$ یا $=$ را در $\square$ قرار دهید.

$$(0/5)^2 \square (0/5)^3$$

$$\sqrt{0/5} \square \sqrt[3]{0/5}$$

$$4^2 \square 4^3$$

$$\sqrt{4} \square \sqrt[3]{4}$$

ب) وقتی $0 < a < 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 \square a^3$$

$$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

پ) وقتی $a > 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 \square a^3$$

$$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

یادآوری اتحادها

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) =$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

عبارت $2x^2 + 3x + 1$ را تجزیه کنید.

$$\frac{1}{2}(2x + 1)(2x + 2)$$

عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^6 - 1 = (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)$$

صورت و مخرج کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید.

$$\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^3 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y + 2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y + 2)} = \frac{\cancel{y}(y - 2)\cancel{(y + 2)}(y^2 + 3)}{8\cancel{y}(y + 2)}$$

مخرج کسرها را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{2^2} + 2\sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{2^2} + 2\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{2^2} + 2\sqrt[3]{2} + 1}{2-1}$$

روش های حل معادله درجه دوم

اگر a یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگ تر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم $x^2 = a$ عبارت اند از:

$$x = -\sqrt{a} \text{ و } x = \sqrt{a}$$

$$(x - 2)^2 = 16 \Rightarrow x - 2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

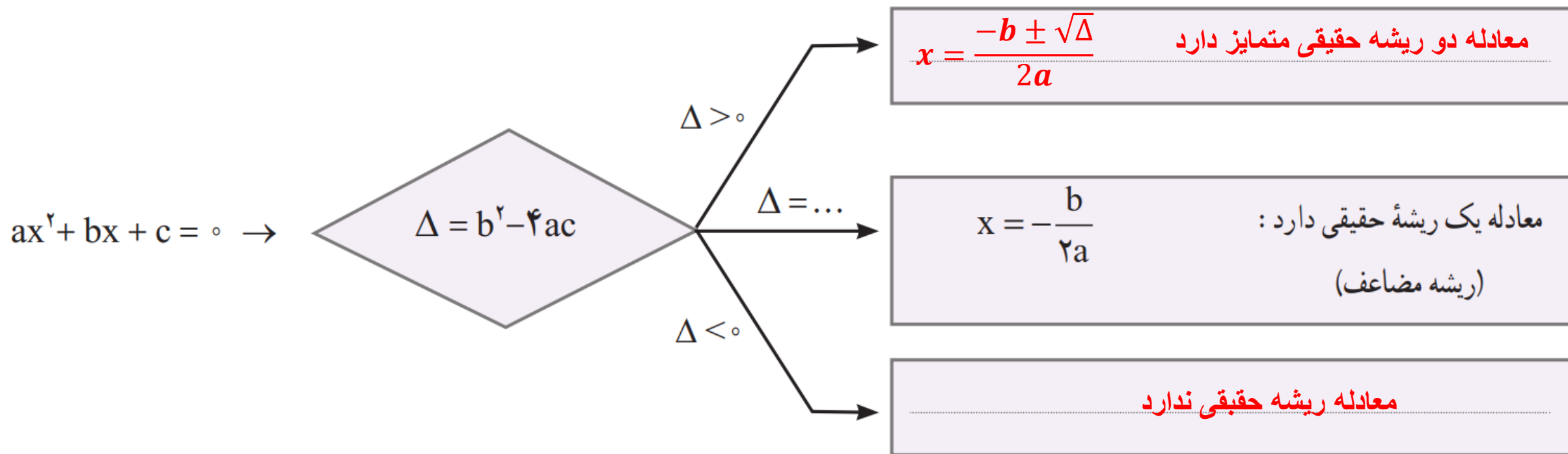
معادله زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$x^2 + 2x + 1 = 24 + 1 \Rightarrow (x + 1)^2 = 25$$

$$x^2 + 2x = 24$$

$$2 \div 2 = 1 \Rightarrow 1^2 = 1$$

$$x + 1 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -6 \end{cases}$$



معادله زیر را با فرمول کلی حل کنید.

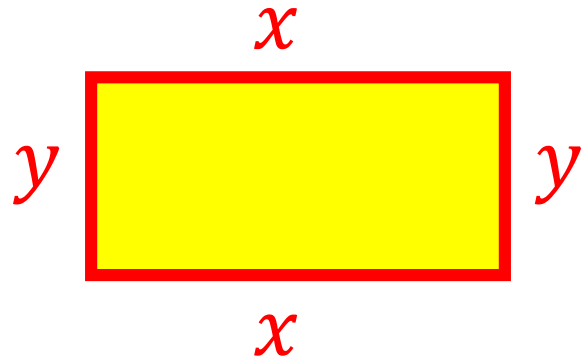
$$-2x^2 + x + 3 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times -2 \times 3 = 25 > 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \times -2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

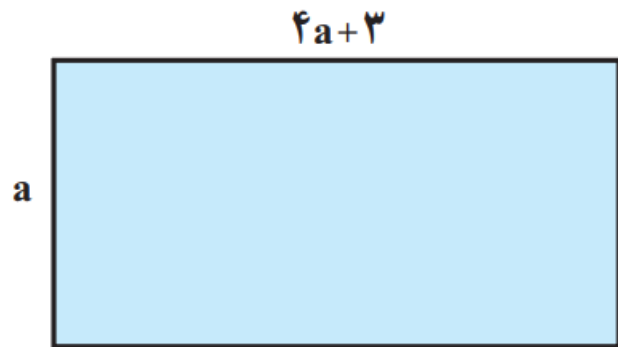
از یک رشته سیم به طول ۵۰ متر، می خواهیم یک مستطیل به مساحت ۱۴۴ متر مربع بسازیم.
طول و عرض این مستطیل را مشخص کنید.



$$x + y = 25 \rightarrow y = 25 - x$$

$$xy = 144 \rightarrow x(25 - x) = 144$$

$$x^2 - 25x + 144 = 0 \Rightarrow (x - 16)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x = 16 \\ y = 9 \end{matrix}$$



طول یک مستطیل ۳ سانتی متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۴۵ سانتی متر مربع باشد، ابعاد این مستطیل را مشخص کنید.

$$4x^2 + 3x - 45 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 4 \times -45 = 729 > 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{729}}{2 \times 4} \Rightarrow x = \frac{-3 + 27}{8} \Rightarrow x = 3$$

$$x(4x + 3) = 45$$

به روش دلخواه حل کنید

$$a^2 + 2\sqrt{3}a = 9$$

$$a^2 + 2\sqrt{3}a - 9 = 0$$

$$\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times -9 = 48 > 0 \Rightarrow a = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{48}}{2 \times 1} \Rightarrow \begin{matrix} a = \sqrt{3} \\ a = -3\sqrt{3} \end{matrix}$$

مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است. این دو عدد را پیدا کنید.

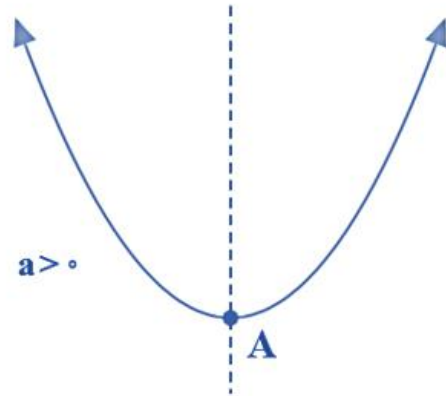
$$(2n + 1)^2 + (2n + 3)^2 = 290$$

$$4n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 12n + 9 - 290 = 0$$

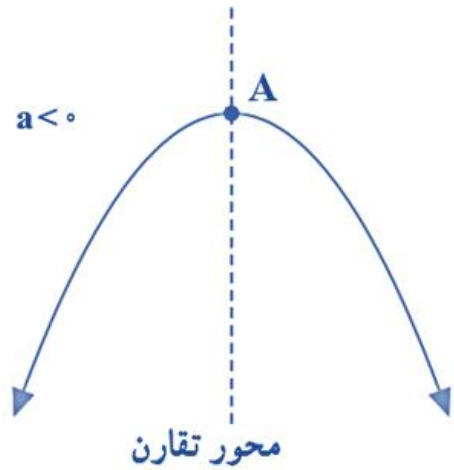
$$n^2 + 2n - 35 = 0 \rightarrow (n + 7)(n - 5) = 0$$

$$n = -7 \quad \Rightarrow \quad -13, -11$$

$$n = 5 \quad \Rightarrow \quad 11, 13$$



نمودار هر معادله به صورت $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ یک سهمی می‌گوییم که به یکی از دو صورت مقابل است:



نقطه A را در شکل‌های مقابل رأس سهمی می‌گوییم.
 اگر $a > 0$ باشد، A پایین‌ترین نقطه سهمی و اگر $a < 0$ باشد، A بالاترین نقطه سهمی است.
 همچنین خط عمودی که از رأس سهمی می‌گذرد، خط تقارن سهمی نامیده می‌شود.

هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ که $a \neq 0$ است، رأسی به مختصات (h, k) و خط تقارنی با معادله $x = h$ دارد.

اگر معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ باشد

رأس این سهمی، نقطه $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ و خط تقارن آن نیز $x = -\frac{b}{2a}$ است.

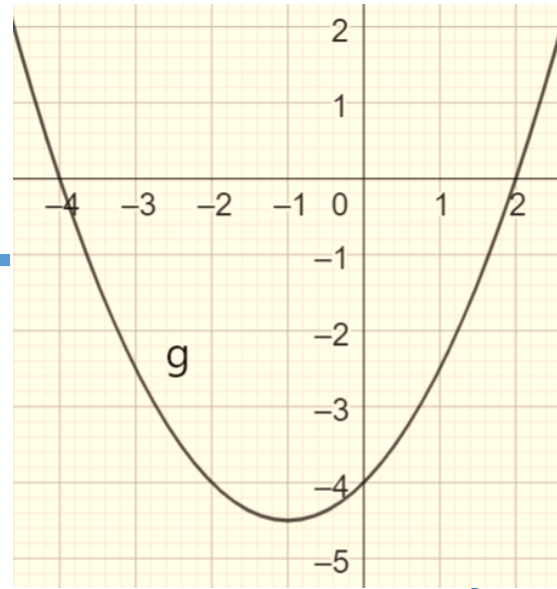
نمودار هر یک از سهمی‌های زیر را رسم کنید.

$$y = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

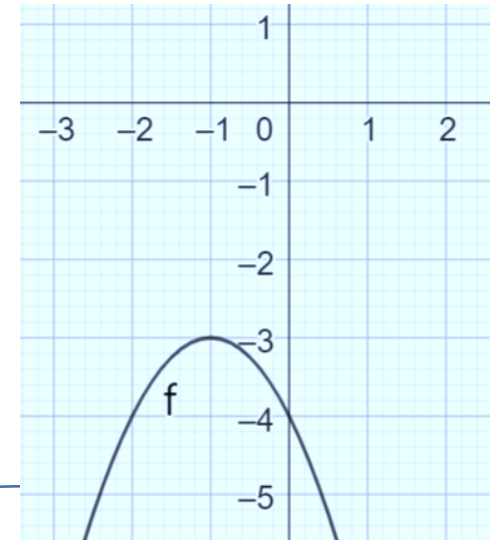
$$y = -(x+1)^2 - 3$$

$$x_{min} = \frac{-1}{2 \times \frac{1}{2}} \quad x_{min} = -1$$

x	-2	-1	0
y	-4	$-\frac{9}{2}$	-4



x	-2	-1	0
y	-4	-3	-4



اگر $(-2, 5)$ و $(0, 5)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی را به دست آورید.

$$x = \frac{0 + (-2)}{2}$$

$$x = -1$$

نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقاط به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. معادله این سهمی را بنویسید

$$\underline{c = 2}$$

$$y = ax^2 + bx + 2 \rightarrow$$

$$0 = a(-1)^2 + b(-1) + 2 \rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -4 \\ 0 = a(2)^2 + b(2) + 2 \rightarrow 4a + 2b = -2 \end{cases} \rightarrow 6a = -6 \rightarrow$$

$$a = -1$$

$$b = 1$$

$$y = -x^2 + x + 2$$

تعیین علامت کنید

$$D = \frac{x-1}{5-2x}$$

$$P(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2+x-2}$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$5 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

x	-2	0	1	3
D	-	+	0	-
	ن	ت	ن	ت
				+

x	1	$\frac{5}{2}$
D	-	0
	ن	ت
		-

برای چه مقادیری از m ، عبارت $y = x^2 + mx + 1$ همواره مثبت است؟

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \times 1 \times 1 < 0 \rightarrow m^2 - 4 < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \quad -2 < m < 2$$

فرض کنیم a یک عدد حقیقی مثبت و u یک عبارت جبری باشد. در این صورت

۱- اگر $|u| \leq a$ آن گاه $-a \leq u \leq a$.

۲- اگر $|u| \geq a$ آن گاه $u \geq a$ یا $u \leq -a$.

$$|x - 5| < 3 \quad -3 < x - 5 < 3 \quad -2 + 5 < x < 2 + 5 \quad 2 < x < 7$$

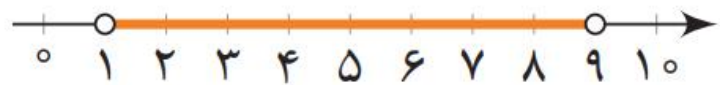
در هریک از نامعادله‌های زیر، مجموعه جواب را با نماد بازه به دست آورید؛ سپس آن را روی محور نشان دهید.

$$\text{الف) } \left| \frac{x}{3} + 1 \right| < \frac{2}{3}$$

$$\text{ب) } |5 - 2x| \geq 1$$

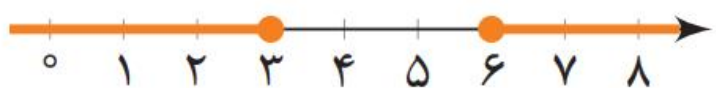
$$5 - 2x \leq -1 \quad \longrightarrow \quad -2x \leq -6 \quad \longrightarrow \quad x \geq 3$$

$$5 - 2x \geq 1 \quad \longrightarrow \quad -2x \geq -4 \quad \longrightarrow \quad x \leq 2$$



یک نامعادله قدر مطلقى بنويسيد که مجموعه جواب آن بازه (۱،۹) باشد.

$$\left| x - \frac{1+9}{2} \right| < \frac{9-1}{2}$$



یک نامعادله قدر مطلقى بنويسيد که مجموعه جواب آن $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ باشد.

$$\left| x - \frac{3+6}{2} \right| \geq \frac{6-3}{2}$$

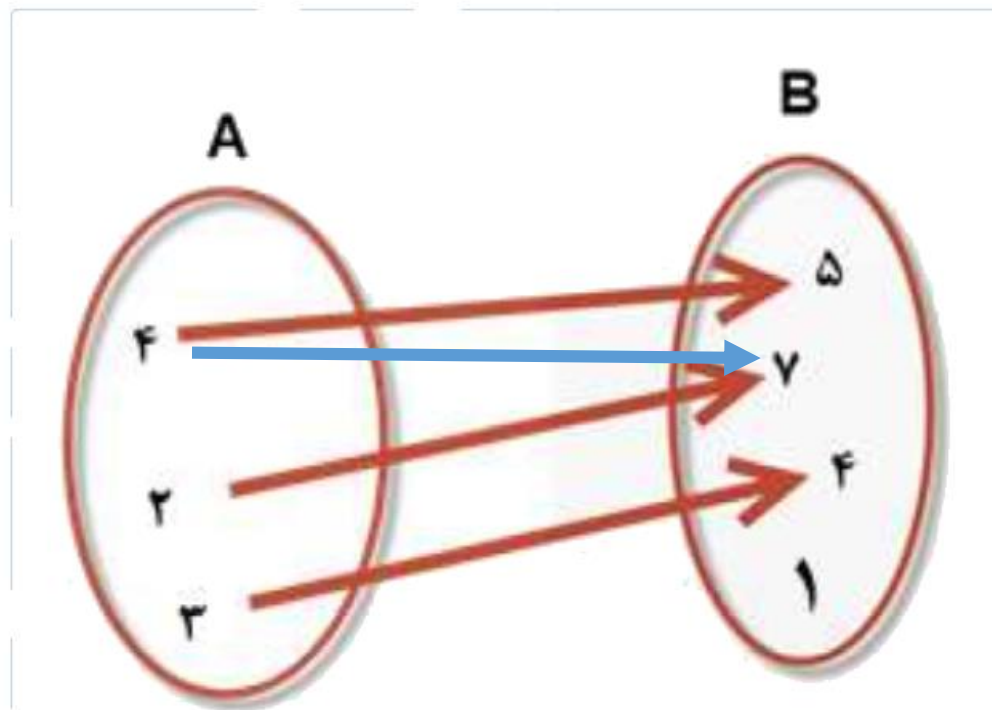
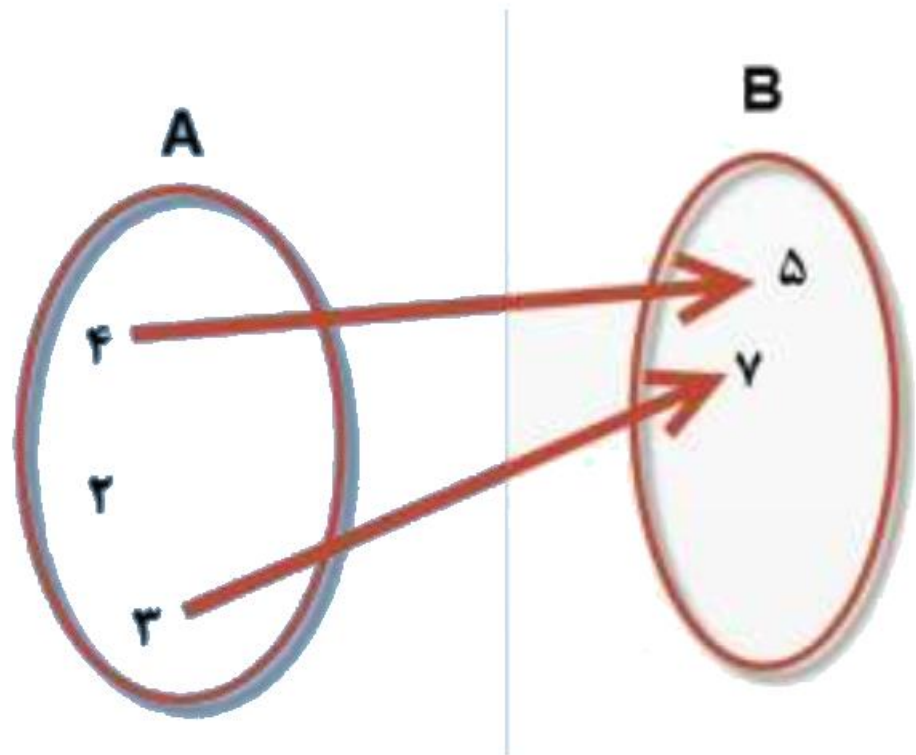
به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = mx^2 - mx - 1$ همواره پایین محور x ها است؟

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \times m \times -1 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \rightarrow m^2 + 4m < 0 \rightarrow -4 < m < 0$$



یک شکل نمایش رابطه ها استفاده از نموداریکانی است .

در این حالت وقتی مجموعه اول عضوی نداشته باشد که از آن پیکان خارج نشده و همچنین عضوی نداشته باشد که بیش از یک پیکان از آن خارج شده باشد رابطه تابع است .



زوج مرتب : به هر دو تایی از اعداد یا اشیاء که ترتیب قرار گرفتن در آنها مهم باشد مثلاً دوزوج $(2, 3) \neq (3, 2)$ زیرا دو نقطه مختلف در دستگاه مختصات هستند .

نکته : اگر دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) با هم مساوی باشند در این صورت

مختص های اول (مولفه های اول) با هم برابرند و مولفه های دوم نیز با هم برابرند
یعنی $a = c$ و $b = d$ ❀

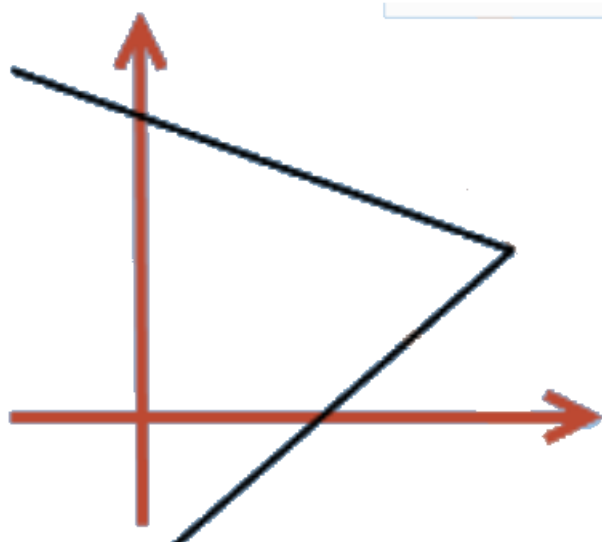
یک شیوه دیگر نمایش روابط استفاده از زوج مرتب هاست. در این شیوه یک رابطه زمانی تابع است که که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای .. **مولفه اول** یکسان نباشند. ❀ **مجموعه همه مولفه های اول را دامنه و مجموعه همه مولفه های دوم را برد می نامند**

به ازای چه مقدار m رابطه زیر تابع است؟

$$h = \{(1, m), (m, 5), (1, m^2 - 42), (7, 2)\}$$

یک روش دیگر نمایش روابط استفاده از نمودارهاست در این روش زمانی رابطه تابع است که هر خط موازی محور x ها نمودار رابطه را حداکثر در یک نقطه قطع کند .

مثلا رابطه زیر تابع



هر تابع با ضابطه $f(x) = ax + b$ که در آن a و b اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ است را تابع خطی می گویند

مثال: اگر در تابع خطی f بدانیم $f(2) = 5$ و $f(1) = 3$ ضابطه تابع را بیابید.

انواع توابع

الف (توابع چند جمله ای که آنها را با ضابطه کلی زیر می توان نمایش داد

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

مثل: $y = 3x + 1$ خطی و $y = -x^2 + x + 2$ سهمی و



ب (تابع همانی: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو دامنه به همان عضو

دربرد نظیر شود تابع را همانی می نامند فرم کلی تابع همانی $f(x) = x$ است و

نمودارش هم نیمساز ربع اول و سوم . تابع زیر همانی است

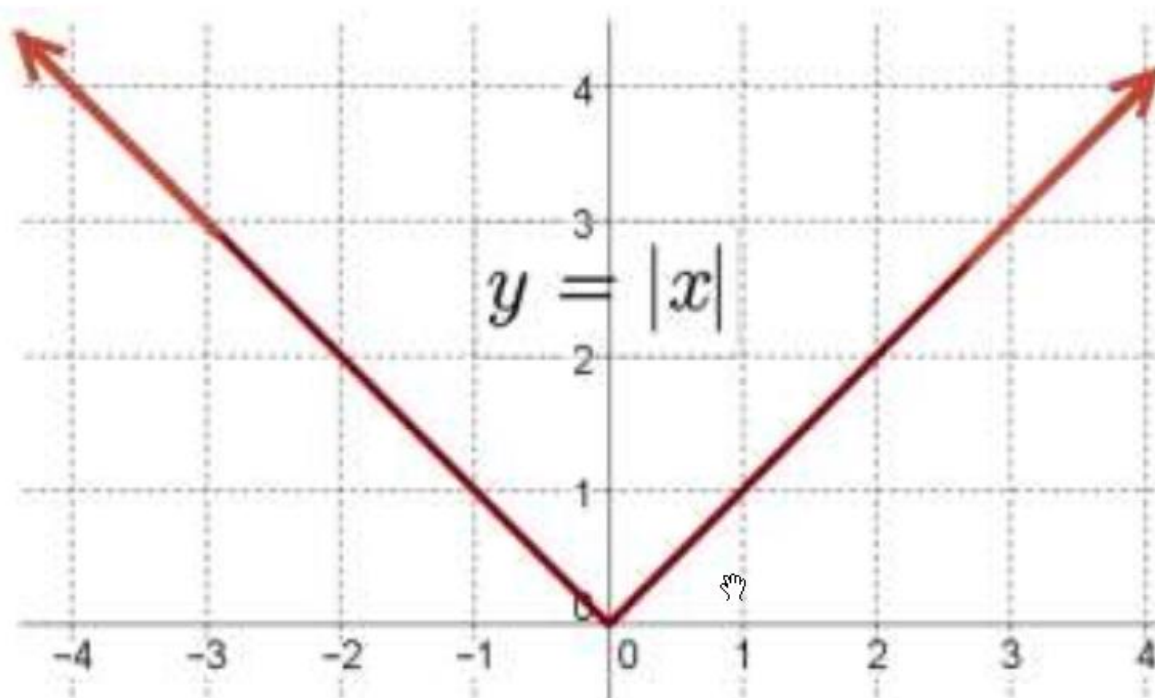
$$f = \{(-2, -2), (0, 0), (4, 4), (1, 1)\}$$

تابع ثابت: تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو است مثل $h = \{(2, 7), (3, 7), (4, 7)\}$



تابع قدر مطلق: تابعی که به هر عدد از دامنه قدر مطلق آن از برد را نظیر کند و ضابطه اش به

صورت $f(x) = |x|$ می باشد.



توابع چند ضابطه ای : توابعی که دامنه آنها از چند بخش مجزا

تشکیل شده و برای هر بخش از دامنه ضابطه ای جدا گانه دارد تابع چند ضابطه ای است .

مثال ۲ : نمودار تابع قطعه ای (چند ضابطه ای) زیر را رسم کنید دامنه و بردآن را بنویسید سپس مقادیر خواسته شده را محاسبه نمایید .

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x & -1 < x \leq 2 \\ x^2 + 1 & 2 < x < 6 \end{cases} \quad \text{و } f(1) \quad \text{و } f(f(1))$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ -2 & 0 \leq x \leq 2 \\ x + 1 & x > 2 \end{cases}$$

فصل ۶ شمارش بی شمارش

جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز: اگر بخواهیم از بین n شیء متمایز، دقیقاً

r شیء انتخاب کنیم، طوری که پس از انتخاب و با توجه به صورت مساله، r شیء

انتخاب شده ترتیب قرار گرفتنشان مهم باشد و هر جابه‌جایی در این r شیء

انتخاب شده یک حالت جدید به وجود آورد، از فرمول روبه‌رو استفاده می

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

به چند طریق ممکن است از میان ۷ کتاب شعر مختلف ۳ کتاب
انتخاب و در یک قفسه کنار هم چیده شوند؟

$$p(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 210$$

با حروف کلمه «جوانمرد» و بدون تکرار حروف :

الف (چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت ؟

ب (چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت که سه حرف «**م ر د**» کنار هم باشند ؟

پ (چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت ؟

ب (چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که حرف «**ج**» در آنها به کار رفته باشد ؟

ترکیب r شیء از n شیء

تعداد حالت‌هایی که می‌توان r شیء را از بین n شیء انتخاب کرد طوری که پس از انتخاب جابه‌جایی این r شیء اهمیتی نداشته باشد، درواقع ترتیب انتخاب مهم نباشد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{p(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r! (n - r)!}$$

خواص مهم ترکیب :

$$\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} = \binom{n}{k} \quad \binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{n} = 1$$

مثال : $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$ $\binom{7}{1} = 7$ $\binom{6}{6} = 1$ $\binom{8}{0} = 1$

$$\binom{9}{5} + \binom{9}{4} = \binom{10}{5}$$

باهفت نقطه روی محیط دایره به چند طریق می توان مثلث ساخت ؟

با حروف کلمه «جهانگردی» و بدون تکرار حروف :

الف چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت؟ چند تا از آنها به «ی» ختم می شود؟

ب چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف «د» و «ی» کنار هم قرار داشته باشند؟

پ چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟ چند تا از آنها به «گردی» ختم می شوند؟

ت چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه «جهان» چهار حرف اول باشند؟

ث چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه «جهان» کنار هم باشند؟

ج چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که با حرف نقطه دار شروع شوند؟

از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم.
اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار 210 تا باشد، تعداد کتاب ها چند تاست؟

از میان شش کتاب مختلف

الف به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

ب به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته‌ای از داوران تشکیل شود. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته ۴ نفره باشد؟

ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

پ) کمیته ۵ نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

ت) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد؟

ث) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی، ۲ داور ژاپنی و ۲ داور روسی باشد؟

از بین دو مدرس ریاضی، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی، قرار است یک کمیته دو نفره انتخاب شود، به گونه‌ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. چند حالت برای انجام این کار وجود دارد؟

در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان^I انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می کند. این آشپز چند طعم می تواند درست کند هرگاه

الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه ها نداشته باشد؟

ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی توانند استفاده شوند؟

پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟

ت) ادویه ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می شوند که هیچ یک از ادویه های دسته اول با هیچ یک از ادویه های دسته دوم سازگاری ندارند؟

آمار و احتمال

فصل



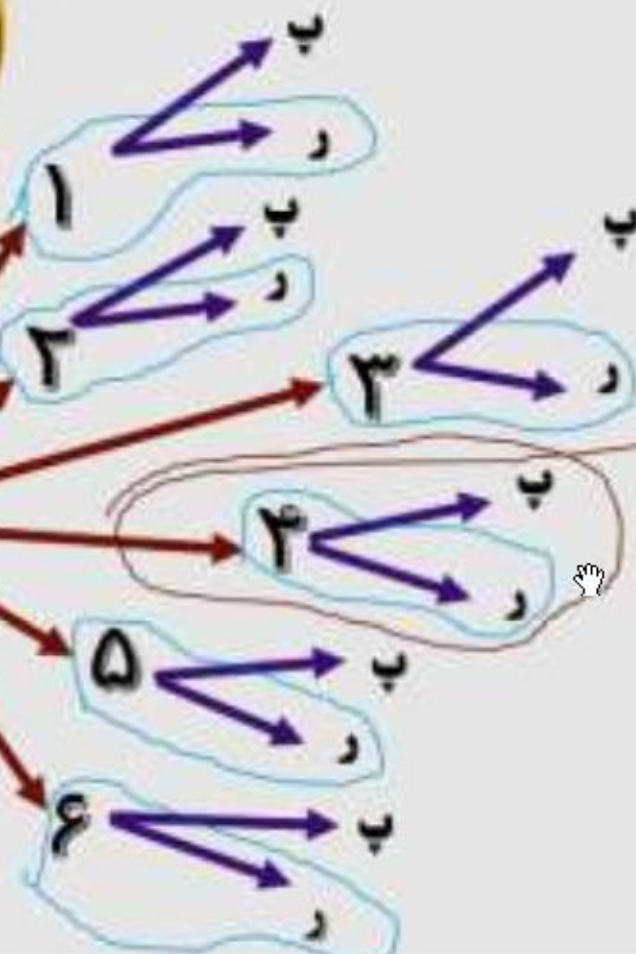
فضای نمونه ای : مجموعه کل حالات ممکن برای رخ دادن یک پدیده تصادفی .


$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\{ر, پ\}$$

کاردر منزل : می خواهیم یک تاس و یک سکه را با هم بیندازیم:

تمام حالات ممکن را بنویسید (فضای نمونه ای)



پیشامد های زیر را با توجه به فضای نمونه ای بنویسید.

الف (پیشامد اینکه تاس عدد ۴ بیاید .

ب (پیشامد اینکه سکه رو بیاید .

$\{(1, ر) و (2, ر) و (3, ر) و (4, ر) و (5, ر) و (6, ر)\}$

اعمال روی پیشامد ها :

اگر A و B دو پیشامد دلخواه باشند در اینصورت اعمال $A \cap B$ (اشتراک) و $A \cup B$ (اجتماع) و $A - B$ (تفاضل) روی آنها قابل انجام است و به صورت زیر تعریف می شود :

الف) $A \cap B$ به معنی رخ دادن هر دو پیشامد همزمان است .

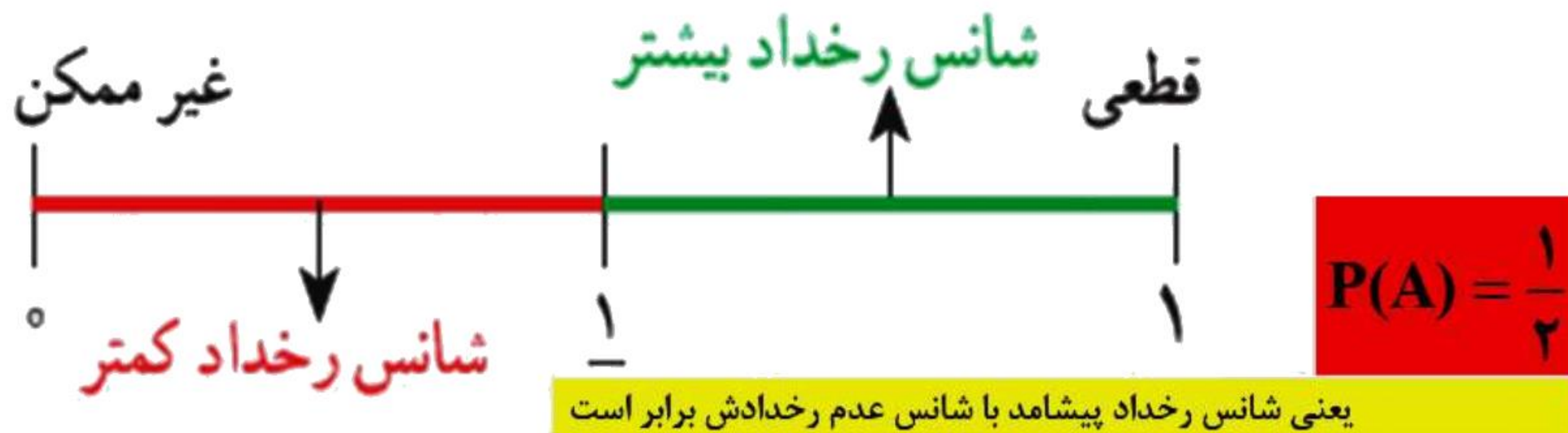
ب) $A \cup B$ به معنی رخ دادن حداقل یکی از دو پیشامد است .

پ) $A - B$ به معنی رخ دادن A و رخ ندادن B است .

متمم پیشامد A در فضای نمونه ای S پیشامد $\bar{A}$ است . $\bar{A}$ زمانی رخ می دهد که A رخ ندهد .

احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه گیری شانس)

می دانیم اگر S فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال رخداد پیشامد A یعنی $P(A)$ که به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می شود، عددی است حقیقی که $0 \leq P(A) \leq 1$. همچنین می دانیم $P(A)$ هر چقدر به ۱ نزدیک تر باشد، شانس رخداد A بیشتر و هر چقدر به صفر نزدیک تر باشد، شانس رخداد A کمتر است. در واقع در مسائل احتمال با محاسبه $P(A)$ شانس رخداد پیشامد A را اندازه گیری می کنیم.



قوانین احتمال :

اگر S فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی و A و B پیشامدهایی در این فضا باشند :

الف) $0 \leq P(A) \leq 1$

$$\emptyset \subseteq A \subseteq S \Rightarrow n(\emptyset) \leq n(A) \leq n(S)$$

$$\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ اگر ناسازگار باشند

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

در جعبه ای ۳ مهره آبی و ۵ مهره سبز و ۲ مهره قرمز وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از جعبه بیرون می آوریم چقدر احتمال دارد :

الف) هر سه قرمز باشند

ب) هر سه از یک رنگ باشند

پ) هیچ دو مهره ای از یک رنگ نباشند .

پ) حداقل ۲ مهره آبی انتخاب شده باشد .

قرمز آبی	1	2	3	4	5	6
1	(1 و 1)	(1 و 2)	(1 و 3)	(1 و 4)	(1 و 5)	(1 و 6)
2	(2 و 1)	(2 و 2)	(2 و 3)	(2 و 4)	(2 و 3)	(2 و 6)
3	(3 و 1)	(3 و 2)	(3 و 3)	(3 و 4)	(3 و 5)	(3 و 6)
4	(4 و 1)	(4 و 2)	(4 و 3)	(4 و 4)	(4 و 5)	(4 و 6)
5	(5 و 1)	(5 و 2)	(5 و 3)	(5 و 4)	(5 و 5)	(5 و 6)
6	(6 و 1)	(6 و 2)	(6 و 3)	(6 و 4)	(6 و 5)	(6 و 6)

خانواده‌ای ۴ فرزند دارد؛ اما از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم. اگر ترتیب به دنیا آمدن فرزندان اهمیت داشته باشد، با توجه به اصل ضرب تعداد همه حالت‌های ممکن برای فرزندان این خانواده عبارت است از:

اگر $p(A) = \frac{3}{4}$ و $p(B) = \frac{3}{5}$ و $p(A \cap B) = \frac{1}{10}$ مقدار $p(A \cup B) = ?$

آرزوی موفقیت برای شما