

آزمون حضوری  
شماره شش



رشته ریاضی  
پایه دهم

## مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

این مرورنامه، ویژه مباحث جدید آزمون است. مرورنامه مباحثی که در آزمون‌های قبل به آن‌ها پرداخته شده، در پنل کاربری شما قابل دریافت است و در این فایل از تکرار آن پرهیز شده است.

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی	فصل ۶ و ۷ صفحه ۱۳۲ تا ۱۷۰	۲	۸	علی شهبازی	محسن فراهانی - احمد رضا رسولی



۱) چند تیپ سؤال مهم در ترکیب با مثال

تیپ	مثال	جواب
بدون شرط (ساده‌ترین)	به چند طریق می‌توان از بین ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت؟	$\binom{8}{3}$
یکی باشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که علی در گروه باشد؟	$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2}$
یکی نباشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که ایمان در گروه نباشد؟	$\binom{8-1}{3} = \binom{7}{3}$
یکی باشد و یکی نباشد	به چند طریق می‌توان با ۸ نفر یک گروه ۳ نفره ساخت به طوری که علی در گروه باشد ولی ایمان نباشد؟	ایمان علی $\binom{8-1-1}{3-1} = \binom{6}{2}$ علی انتخاب شد.
تشکیل چند گروه	به چند طریق می‌توان ۸ نفر را به گروه‌های ۲، ۳ و ۳ نفری تقسیم کرد؟	$\binom{8}{2} \times \binom{6}{3} \times \binom{3}{3}$
انتخاب از بین چند گروه	به چند طریق می‌توان از بین ۴ مهندس و ۵ پزشک، ۲ مهندس و ۲ پزشک انتخاب کرد؟	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2}$
حالت‌بندی	به چند طریق می‌توان از بین ۴ مهندس و ۵ پزشک، یک گروه ۴ نفره انتخاب کرد که حداقل ۳ پزشک در آن باشد.	یا $\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{4}$ پزشک ۴ مهندس ۱ پزشک ۳ پزشک

۲) تعداد زیرمجموعه

۱	تعداد زیرمجموعه‌های $k$ عضوی یک مجموعه $n$ عضوی برابر با $\binom{n}{k}$ است.
۲	تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n$ عضوی برابر با $2^n$ است، پس: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان و ریاضیات پایه

۳ بعضی تیپ سؤال‌های مهم در زیرمجموعه‌ها

تیپ	مثال	جواب
بدون شرط	تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ کدام است؟	$\binom{10}{6}$
بعضی‌ها باشند.	در چند زیرمجموعه ۶ عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، عدد ۲ وجود دارد؟	$\binom{10-1}{6-1} = \binom{9}{5}$
بعضی‌ها نباشند.	در چند زیرمجموعه ۶ عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، اعداد ۷ و ۸ و ۹ وجود ندارند؟	$\binom{10-3}{6} = \binom{7}{6}$
بعضی‌ها باشند و بعضی‌ها نباشند.	در چند زیرمجموعه ۶ عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، اعداد ۲ و ۳ وجود دارند ولی ۵ وجود ندارد؟	$\binom{10-2-1}{6-2} = \binom{7}{4}$
حداقل تعداد عضو	مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه حداقل ۳ عضوی دارد؟	$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3}$
استفاده از اصل ضرب	مجموعه $\{1, 2, \dots, 9\}$ چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد که ۳ عضو آن فرد و ۲ عضو آن زوج باشد؟	$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$

۴ مقایسه انتخاب و ترکیب

$C(n, r)$	$P(n, r)$	چی می‌خوانیم.
ترکیب $r$ شیء از $n$ شیء	جایگشت (انتخاب) $r$ شیء از $n$ شیء	تعریف
تشکیل گروه $r$ نفره با $n$ نفر	تشکیل صف $r$ نفره با $n$ نفر	ترتیب قرار گرفتن افراد در آن مهم ...
نیست.	است.	نمادهای دیگر
$C_r^n, \binom{n}{r}$	$P_r^n$	فرمول
$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$	$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$	روابط پر استفاده
$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$ $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$P(n, 1) = n$ $P(n, 2) = n(n-1)$ $P(n, n) = n!$	رابطه بین $P$ و $C$
$P(n, r) = C(n, r) \times r!$		

۵ دو تساوی مهم در ترکیب

رابطه	مثال
$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	$\binom{10}{3} = \binom{10}{7}$
$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$	$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} = \binom{11}{4}$



### آمار و احتمال

۱ چند تعریف

اصطلاح	تعریف
پدیده تصادفی	پدیده یا آزمایشی که نتیجه آن را نتوان قبل از انجام به طور قطعی پیش‌بینی کرد.
فضای نمونه‌ای	مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی با $S$ نشان می‌دهیم.
پیشامد تصادفی	هر زیرمجموعه از $S$ ، یک پیشامد است. $2^n(S)$ = تعداد کل پیشامدها

۲ تعداد اعضای فضای نمونه در آزمایش‌های مهم

آزمایش	تعداد اعضای $S$
پرتاب $n$ سکه	$2^n$
پرتاب $n$ تاس	$6^n$
پرتاب $n$ سکه و $m$ تاس	$2^n \times 6^m$
خانواده $n$ فرزندی	$2^n$
جایگشت $n$ شیء متمایز	$n!$
انتخاب $r$ شیء از $n$ شیء	$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
ترکیب $r$ شیء از $n$ شیء	$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

۳ مجموع اعداد ۲ تاس می‌تواند عددی از ۲ (هر ۲ تاس ۱ باشند) تا ۱۲ (هر ۲ تاس ۶ باشند) باشد.

جدول زیر تعداد اعضای پیشامد مجموع اعداد ۲ تاس را نشان می‌دهد:

مجموع اعداد دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد اعضای پیشامد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱
قاعده برای حفظ کردن	قاعده $n-1$ : یعنی اعداد سطر بالا را باید منهای ۱ کنیم تا اعداد سطر پایین به دست آید.					از هر ۲ قاعده $n-1$ و $n-13$ جواب می‌دهد.		قاعده $n-13$ : یعنی ۱۳ را منهای اعداد بالا می‌کنیم تا اعداد پایینی به دست آید.			

۴ اعمال روی پیشامدها

نمودار ون	توضیح	نماد ریاضی
	$A$ رخ ندهد.	$A'$
	$A$ یا $B$ رخ دهد. (حداقل یکی)	$A \cup B$



نمودار ون	توضیح	نماد ریاضی
	A و B رخ دهند. (هر دو)	$A \cap B$
	A رخ دهد ولی B رخ ندهد. (فقط A رخ دهد.)	$A - B$
	دقیقاً یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.	$(A - B) \cup (B - A)$ $(A \cup B) - (A \cap B)$

چند قانون در مجموعه‌ها

رابطه ریاضی	قانون
$A - B = A \cap B'$	تبدیل تفاضل به اشتراک
$A - B = A - (A \cap B)$	بی‌اسم!
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	دمورگان
$(A \cap B)' = A' \cup B'$	
$A \cup (A \cap B) = A$	جذب
$A \cap (A \cup B) = A$	

دو پیشامد ناسازگار

نمودار ون	رابطه ریاضی	تعریف
	$A \cap B = \emptyset$ یا $P(A \cap B) = 0$	دو پیشامد که عضو مشترکی ندارند.

رابطه محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات ممکن}}$$



چند تیپ سؤال مهم در احتمال با مثال

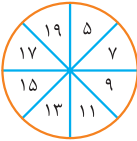
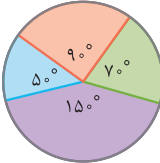
تیپ سؤال	مثال	جواب
۱ باید اعضای پیشامد را بنویسیم.	با ارقام ۱ تا ۵ یک عدد دورقمی بدون تکرار ارقام می‌نویسیم. با چه احتمالی مضرب ۳ است؟	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n(S) = \frac{5}{5} \times \frac{4}{5} = 20</math></li> <li><math>A = \{12, 15, 21, 24, 42, 45, 51, 54\} \Rightarrow n(A) = 8</math></li> <li><math>P(A) = \frac{8}{20} = 0.4</math></li> </ul>
۲ مسائل مربوط به سکه و تاس	در پرتاب یک سکه و یک تاس، با چه احتمالی سکه رو و تاس مضرب ۳ می‌آید؟	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n(S) = \frac{2}{\text{تاس}} \times \frac{6}{\text{سکه}} = 12</math></li> <li><math>n(A) = \frac{1}{\text{سکه}} \times \frac{2}{\text{تاس}} = 2</math></li> <li><math>P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}</math></li> </ul>
۳ فرزندان خانواده	در یک خانواده ۵ فرزند، با چه احتمالی دقیقاً ۳ فرزند دختر داریم؟	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n(S) = 2^5 = 32</math></li> <li><math>n(A) = \binom{5}{3} = 10</math></li> <li><math>P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}</math></li> </ul>
۴ مسائل مرتبط با اصل ضرب و جایگشت	با حروف کلمه alish یک کلمه ۵ حرفی می‌نویسیم. (بدون تکرار حروف) با چه احتمالی حرف اول آن a است و حرف آخرش h نیست؟	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n(S) = 5! = 120</math></li> <li><math>n(A) = \frac{1}{\text{اول}} \times \frac{3}{\text{ا}} \times \frac{2}{\text{ا}} \times \frac{1}{\text{ا}} \times \frac{3}{\text{آخر}} = 18</math></li> <li><math>P(A) = \frac{18}{120} = \frac{3}{20}</math></li> </ul>
۵ مسائل مرتبط با انتخاب	در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز داریم. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی هم‌رنگ‌اند؟	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n(s) = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36</math></li> <li><math>n(A) = \binom{4}{2} + \binom{5}{2} = 6 + 10 = 16</math></li> <li><math>P(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}</math></li> </ul>





# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان و ریاضیات پایه

<p>۶</p> <p>مسائل مربوط به روزهای هفته</p> <p>در یک گروه ۳ نفری با چه احتمالی هر سه نفر در روزهای متفاوتی از هفته به دنیا آمده‌اند؟</p> <p> <math>n(S) = \frac{7}{\text{اول}} \times \frac{7}{\text{دوم}} \times \frac{7}{\text{سوم}}</math>  <math>n(S) = \frac{7}{\text{اول}} \times \frac{6}{\text{دوم}} \times \frac{5}{\text{سوم}}</math>  <math>P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5}{7 \times 7 \times 7} = \frac{30}{49}</math> </p>	
<p>۷</p> <p>مسائل صفحه عقربه‌دار با تقسیم‌بندی یکسان</p> <p>عقربه صفحه مقابل را می‌چرخانیم. با چه احتمالی روی عددی اول می‌ایستد؟</p>  <p> <math>\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد خانه‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل تقسیم‌بندی‌ها}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}</math> </p>	<p>۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹</p>
<p>۸</p> <p>مسائل صفحه عقربه‌دار با تقسیم‌بندی غیر یکسان</p> <p>عقربه صفحه مقابل را می‌چرخانیم. با چه احتمالی روی قسمت آبی یا سبز می‌ایستد؟</p>  <p> <math>\text{احتمال} = \frac{\text{مجموع زوایای سبز و آبی}}{360^\circ} = \frac{70^\circ + 50^\circ}{360^\circ} = \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}</math> </p>	

۹ احتمال پیشامد متمم

کی ازش استفاده می‌کنیم؟	وقتی شمردن اعضای پیشامد A سخت است ولی شمردن اعضای پیشامد متمم یعنی A' ساده است.
فرمول احتمال متمم	$P(A) = 1 - P(A')$
کلمات کلیدی سؤال‌ها	اگر در سؤالی از کلمات «حداقل»، «حداکثر» یا «فعل منفی» استفاده شده بود، حتماً یک بار در ذهنتان متمم پیشامد را بررسی کنید. اگر شمردن اعضای متمم راحت‌تر بود، از احتمال متمم سؤال را حل کنید.

۱۰ چند فرمول در احتمال

توضیح پیشامد	نماد پیشامد	فرمول احتمال
۱ احتمال رخ ندادن A	A'	$P(A') = 1 - P(A)$
۲ احتمال رخ دادن فقط A	A - B	$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
۳ احتمال رخ دادن حداقل یکی از دو پیشامد A و B	A ∪ B	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
۴ احتمال رخ دادن حداقل یکی از دو پیشامد A و B (وقتی A و B ناسازگارند.)	A ∪ B	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0$



# مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

حسابان و ریاضیات پایه

## ۱۱) حفظیات آمار

۱	آمار	آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.
۲	مراحل علم آمار	نتیجه‌گیری، تفاوت و پیش‌بینی → تحلیل و تفسیر داده → سازماندهی و نمایش → جمع‌آوری اعداد و ارقام
۳	سرشماری	مطالعه و بررسی کل اعضای جامعه
۴	جمعیت یا جامعه	مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد.
۵	اندازه یا حجم جامعه	تعداد اعضای جامعه
۶	نمونه	بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب می‌شود.
۷	اندازه یا حجم نمونه	تعداد اعضای نمونه
۸	متغیر	ویژگی‌ای از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند.

## ۱۲) انواع متغیر

کمی	گسسته	قابل اندازه‌گیری است و مقادیر گسسته می‌گیرد.		کیفی	ترتیبی	اسمی	پیوسته	گسسته	قابل مرتب‌کردن است.
		اگر مقادیر a و b را بگیرد، عدد حقیقی بینشان را هم می‌تواند بگیرد.	اگر مقادیر a و b را بگیرد، عدد حقیقی بینشان را هم می‌تواند بگیرد.						
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

مرورنامه آزمون حضوری شماره شش