

آزمون حضوری
شماره شش



پایه دوازدهم
رشته انسانی

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی	ریاضی و آمار ۱ فصل ۳، صفحه ۷۱ تا ۹۸ ریاضی و آمار ۳ فصل ۱، درس ۲ و ۳، صفحه ۱۲ تا ۴۴	۲	۸	علی شهرابی	احمد رضا رسولی



- چرخه آمار -

۱. گام‌های چرخه آمار در حل مسائل

شماره گام	اسم گام	کارهایی که در آن گام انجام می‌شود.
۱	بیان مسئله	(۱) فهم مسئله (۲) تعریف دقیق مسئله
۲	طرح و برنامه‌ریزی	(۱) شیوه اندازه‌گیری (۲) روش نمونه‌گیری (۳) روش کار (۴) شیوه تحلیل داده‌ها
۳	گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها	(۱) گردآوری داده‌ها (۲) سازمان‌دهی داده‌ها (۳) پاک‌سازی داده‌ها
۴	تحلیل داده‌ها	(۱) مرتب‌کردن داده‌ها (۲) معیارها (۳) نمودارها (۴) جدول‌ها
۵	بحث و نتیجه‌گیری	(۱) تفسیر نتایج (۲) نتیجه‌گیری (۳) نقد و بررسی (۴) ایده‌های جدید (۵) پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی

۲. برخی جملات مهم کتاب درسی

۱	طرح یک پرسش دقیق و شفاف، مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است.
۲	در اندازه‌گیری (گام ۲)، اطلاعات کیفی (توصیفی) را به کمی (عددی) تبدیل می‌کنیم.
۳	برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.
۴	کدام نمودار بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متمرکزتر و کجا پراکنده‌ترند؟ نمودار جعبه‌ای.
۵	مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، نمودار جعبه‌ای است.
۶	اگر در داده‌هایمان داده دورافتاده داشته باشیم، از بین معیارهای گرایش به مرکز، «میان» و از بین معیارهای پراکندگی، «دامنه میان‌چارکی» را باید انتخاب کنیم و نباید سراغ میانگین و انحراف معیار برویم. اگر سراغ میانگین و انحراف معیار برویم، گام ۴ اشتباه انجام می‌شود.
۷	اندازه و اعضای نمونه باید متناسب با جامعه انتخاب شود، در غیر این صورت گام ۲ دچار مشکل می‌شود.
۸	اگر در موضوع مورد بررسی، از دو واحد در اندازه‌گیری استفاده کنیم، در واقع شیوه اندازه‌گیری (مربوط به گام ۲) اشتباه بوده و در نتیجه گام ۲ اشتباه انجام شده است.

۳. نمودار میانگین - انحراف معیار

۱	برای چه داده‌هایی استفاده می‌شود؟	برای داده‌هایی که بینشان داده دورافتاده نداریم.
۲	جزئیات روی نمودار	<div> <div> </div> <div> <ul style="list-style-type: none"> ارتفاع مستطیل = میانگین داده‌ها طول میله خط = انحراف معیار داده‌ها </div> </div>



۴. روابطی که در این جا از آمار سال های دهم و یازدهم نیاز داریم

اسم معیار	نماد	فرمول به فارسی	فرمول به ریاضی
میانگین	\bar{x}	مجموع = میانگین تعداد	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
میانۀ	Q_2	تعداد داده ها فرد باشد \leftarrow داده وسطی	داده $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{ام}$
		تعداد داده ها زوج باشد \leftarrow میانگین دو داده وسطی	میانگین داده $\left(\frac{n}{2}\right)^{ام}$ و $\left(\frac{n}{2} + 1\right)^{ام}$
چارک اول	Q_1	میانۀ نیمۀ اول داده ها	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>نیمۀ اول</p> <p>۲, ۳, ۵, ۸, ۱۰</p> <p>$Q_1 = 4$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>نیمۀ دوم</p> <p>۱۰, ۱۴, ۱۹, ۲۵, ۳۰</p> <p>$Q_3 = 22$</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">$Q_2 = 10$</p>
چارک سوم	Q_3	میانۀ نیمۀ دوم داده ها	
دامنۀ تغییرات	R	اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین داده	$R = \max - \min$
واریانس	σ^2	مجموع مربعات اختلاف داده ها از میانگین = واریانس تعداد	$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$
انحراف معیار	σ	واریانس = $\sqrt{\text{انحراف معیار}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$
دامنۀ میان چارکی	IQR	چارک اول - چارک سوم = دامنۀ میان چارکی	$IQR = Q_3 - Q_1$

معیارهای گرایش به مرکز

معیارهای پراکندگی

مرورنامه آزمون حضوری شماره نشن



احتمال

۱) انواع آزمایش (پدیده):

تعریف	مثال
تصادفی	نمی‌توان نتیجه آن‌ها را پیش از وقوع، به طور قطع تعیین کرد. برداشتن ۲ مهره از کیسه‌ای که ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه دارد.
قطعی	می‌توان نتیجه آن‌ها را پیش از وقوع، به طور قطع تعیین کرد. برداشتن ۲ مهره از کیسه‌ای که ۶ مهره سیاه یکسان دارد.

۲) چند اصطلاح:

تعریف	مثال در آزمایش پرتاب یک تاس
فضای نمونه	مجموعه‌ای تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
برآمد	به هر کدام از اعضای فضای نمونه، یک برآمد می‌گوییم. ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶
پیشامد	به هر زیرمجموعه از فضای نمونه، یک پیشامد می‌گوییم. مثلاً $\{2, 4\}$ یا $\{1, 4, 6\}$

۳) نکات پیشامد:

توضیح	مثال در آزمایش پرتاب تاس
۱) پیشامد غیرممکن (نشدنی) \leftarrow مجموعه تهی (\emptyset)	پیشامد آمدن عدد ۷
۲) پیشامد حتمی \leftarrow مجموعه فضای نمونه (S)	پیشامد آمدن عددی کوچک‌تر از ۷
تعداد پیشامدها	(تعداد اعضای فضای نمونه) $2^6 = 64$
کی یک پیشامد رخ می‌دهد؟	اگر نتیجه آزمایش، عضو پیشامد باشد، آن پیشامد رخ داده. اگر در پرتاب یک تاس، عدد ۳ بیاید، پیشامدهایی مثل $\{1, 3, 4\}$ و $\{3\}$ رخ داده‌اند.

۴) تعداد اعضای فضای نمونه در آزمایش مهم:

آزمایش	تعداد اعضای S
پرتاب n سکه	2^n
پرتاب n تاس	6^n
پرتاب n سکه و m تاس	$2^n \times 6^m$
خانواده n فرزندی	2^n
جایگشت n شیء متمایز	$n!$
جایگشت r شیء از n شیء	$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
انتخاب r شیء از n شیء	$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضی و آمار

۵ مجموع اعداد دو تاس می‌تواند عددی از ۲ (هر دو تاس ۱ باشند) تا ۱۲ (هر دو تاس ۶ باشند) باشد.

جدول زیر تعداد اعضای پیشامد مجموع اعداد دو تاس را نشان می‌دهد:

مجموع اعداد دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد اعضای پیشامد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱
قاعده برای حفظ کردن	قاعده $n-1$: یعنی اعداد سطر بالا را باید منهای ۱ کنیم تا اعداد سطر پایین به دست آید.					از هر ۲ قاعده $n-1$ و $n-13$ جواب می‌دهد.		قاعده $n-13$: یعنی ۱۳ را منهای اعداد بالا می‌کنیم تا اعداد پایینی به دست آید.			

۶ اعمال روی پیشامدها:

نمودار ون	توضیح	نماد ریاضی
	A رخ ندهد.	A'
	A یا B رخ دهد. (حداقل یکی)	$A \cup B$
	A و B رخ دهند. (هر دو)	$A \cap B$
	A رخ دهد، ولی B رخ ندهد (فقط A رخ دهد).	$A - B$
	دقیقاً یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.	$(A - B) \cup (B - A)$ $(A \cup B) - (A \cap B)$

۷ چند قانون در مجموعه‌ها:

رابطه ریاضی	قانون
$A - B = A \cap B'$	تبدیل تفاضل به اشتراک
$A - B = A - (A \cap B)$	بی‌اسم!
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	دمورگان
$(A \cap B)' = A' \cup B'$	
$A \cup (A \cap B) = A$	جذب
$A \cap (A \cup B) = A$	



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضی و آمار

۸ دو پیشامد ناسازگار:

تعریف	رابطه ریاضی	نمودار ون
دو پیشامد که عضو مشترکی ندارند.	$A \cap B = \emptyset$ یا $P(A \cap B) = 0$	

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات ممکن}}$$

۹ رابطه محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد:

۱۰ احتمال وقوع یک پیشامد، همواره عددی بین صفر و ۱ است: $0 \leq P(A) \leq 1$



۱۱ چند تیپ سؤال مهم در احتمال با مثال:

تیپ سؤال	مثال	جواب
باید اعضای پیشامد را بنویسیم.	با ارقام ۱ تا ۵ یک عدد دورقمی بدون تکرار ارقام می‌نویسیم. با چه احتمالی مضرب ۳ است؟	$n(S) = \frac{5}{5} \times \frac{4}{4} = 20$ $A = \{12, 15, 21, 24, 42, 45, 51, 54\} \Rightarrow n(A) = 8$ $P(A) = \frac{8}{20} = 0.4$
مسائل مربوط به سکه و تاس	در پرتاب یک سکه و یک تاس، با چه احتمالی سکه رو و تاس مضرب ۳ می‌آید؟	$n(S) = \frac{2}{\text{سکه}} \times \frac{6}{\text{تاس}} = 12$ $n(A) = \frac{1}{\text{سکه}} \times \frac{2}{\text{تاس}} = 2$ $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
فرزندان خانواده	در یک خانواده ۵ فرزند، با چه احتمالی دقیقاً ۳ فرزند دختر داریم؟	$n(S) = 2^5 = 32$ $n(A) = \binom{5}{3} = 10$ $P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$
مسائل مرتبط با اصل ضرب و جایگشت	با حروف کلمه alish یک کلمه ۵ حرفی می‌نویسیم. با چه احتمالی حرف اول آن a است و حرف آخرش h نیست؟	$n(S) = 5! = 120$ $n(A) = \frac{1}{\text{اول}} \times \frac{3}{\text{دوم}} \times \frac{2}{\text{سوم}} \times \frac{1}{\text{چهارم}} \times \frac{3}{\text{آخر}} = 18$ $P(A) = \frac{18}{120} = \frac{3}{20}$
مسائل مرتبط با انتخاب	در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز داریم. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی هم‌رنگ‌اند؟	$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$ $n(A) = \binom{4}{2} + \binom{5}{2} = 6 + 10 = 16$ $P(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$
مسائل مربوط به روزهای هفته	در یک گروه ۳ نفری با چه احتمالی هر سه نفر در روزهای متفاوتی از هفته به دنیا آمده‌اند؟	$n(S) = \frac{7}{\text{اول}} \times \frac{6}{\text{دوم}} \times \frac{5}{\text{سوم}}$ $n(A) = \frac{7}{\text{اول}} \times \frac{6}{\text{دوم}} \times \frac{5}{\text{سوم}}$ $P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5}{7 \times 6 \times 5} = \frac{30}{49}$
مسائل صفحه عکریه‌دار با تقسیم‌بندی یکسان	عکریه صفحه مقابل را می‌چرخانیم. با چه احتمالی روی عددی اول می‌ایستد؟	$\frac{5, 7, 11, 13, 17, 19}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
مسائل صفحه عکریه‌دار با تقسیم‌بندی غیر یکسان	عکریه صفحه مقابل را می‌چرخانیم. با چه احتمالی روی قسمت آبی یا سبز می‌ایستد؟	$\frac{70^\circ + 50^\circ}{360^\circ} = \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$



۱۲ احتمال پیشامد متمم:

کی ازش استفاده می کنیم؟	وقتی شمردن اعضای پیشامد A سخت است، ولی شمردن اعضای پیشامد متمم یعنی A' ساده است.
فرمول احتمال متمم	$P(A) = 1 - P(A')$
کلمات کلیدی سؤالها	اگر در سؤالی از کلمات «حداقل»، «حداکثر» یا «فعل منفی» استفاده شده بود، حتماً یک بار در ذهنتان متمم پیشامد را بررسی کنید. اگر شمردن اعضای متمم راحت تر بود، از احتمال متمم سؤال را حل کنید.

۱۳ چند فرمول:

توضیح پیشامد	نماد پیشامد	فرمول احتمال
۱ احتمال رخدادن A	A'	$P(A') = 1 - P(A)$
۲ احتمال رخدادن فقط A	$A - B$	$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
۳ احتمال رخدادن حداقل یکی از دو پیشامد A و B	$A \cup B$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
۴ احتمال رخدادن حداقل یکی از دو پیشامد A و B (وقتی A و B ناسازگارند.)	$A \cup B$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0$