آزمون حضوری
شماره دو

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

پایهٔ یازدهم
رشتهٔ تجربی

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

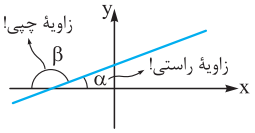
نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی (۲)	فصل اول+ فصل دوم صفحهٔ ۱ تا ۴۶	۲	۱۱	علی شهرابی	مهدی خوشنویس

هندسهٔ تحلیلی

۱ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ A و B:

$$\text{شیب} = \frac{\text{اختلاف y ها}}{\text{اختلاف x ها}} \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

۲ تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد، همان شیب است: $m = \tan\alpha$

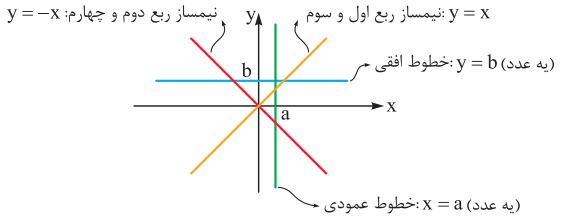


۳ اگر سه نقطهٔ A، B و C روی یک خط (یا راستا یا امتداد) باشند، آن‌گاه: $m_{AB} = m_{AC} = m_{BC}$

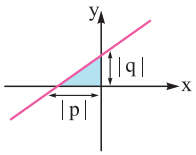
۴ نوشتن معادلهٔ خط در چند حالت پرکاربرد:

معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ $(x_\circ, y_\circ)$ با شیب m	$y - y_\circ = m(x - x_\circ)$
معادلهٔ خط با شیب m و عرض از مبدأ h	$y = mx + h$
معادلهٔ خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q	$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = ۱$

۵ معادلهٔ خطوط خاص:



۶ مساحت مثلثی که هر خط با محورهای مختصات می‌سازد: $S = \frac{|\text{عرض از مبدأ} \times \text{طول از مبدأ}|}{۲} = \frac{|p.q|}{۲}$



۷ برای به دست آوردن مختصات نقطهٔ تقاطع دو خط، باید یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول حل کنیم.

۸ وضعیت دو خط نسبت به هم:

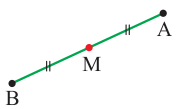
حالات دو خط نسبت به هم	شرط	مثال
موازی (غیرمنطبق)	$m_۱ = m_۲ , h_۱ \neq h_۲$	$y = ۳x + ۴$ $y = ۳x - ۲$
عمود	$m_۱ = \frac{-۱}{m_۲}$ یا $m_۱ m_۲ = -۱$	$y = \frac{۳}{۴}x + ۱$ $y = \frac{-۴}{۳}x + ۲$
متقاطع	$m_۱ \neq m_۲$	$y = x - ۱$ $y = ۳x + ۴$
منطبق	$m_۱ = m_۲ , h_۱ = h_۲$	$y = ۲x + ۵$ $۲y = ۴x + ۱۰$

۹ فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B:

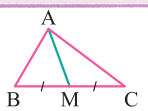
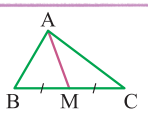
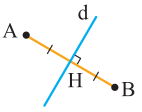
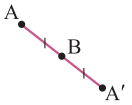
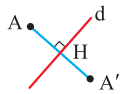
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲} = \sqrt{(\text{اختلاف xها})^۲ + (\text{اختلاف yها})^۲}$$

۱۰ نقطهٔ وسط پاره‌خط AB:

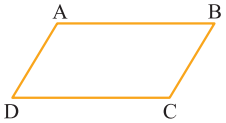
$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{۲}, \frac{y_A + y_B}{۲}\right)$$



۱۱ کاربردهای نقطهٔ وسط یک پاره‌خط در سؤالات:

	شکل	مراحل محاسبه یا توضیح
معادلهٔ میانه در مثلث		۱) پیداکردن مختصات M ۲) نوشتن معادلهٔ خط گذرنده از A و M
طول میانهٔ مثلث		۱) پیداکردن مختصات M ۲) محاسبهٔ طول پاره‌خط AM
معادلهٔ عمودمنصف		۱) پیداکردن مختصات H ۲) محاسبهٔ شیب d: $m_d = \frac{-1}{m_{AB}}$ ۳) نوشتن معادلهٔ خط d
قرینهٔ نقطهٔ A نسبت به نقطهٔ B		B وسط A و A′ است: $B = \frac{A+A'}{2} \Rightarrow A' = 2B - A$
قرینهٔ نقطهٔ A نسبت به خط d		۱) معادلهٔ AH را می‌نویسیم (با داشتن نقطهٔ A و شیب AH که قرینه و معکوس شیب d است). ۲) محاسبهٔ H (با تقاطع AH و d) ۳) محاسبهٔ A′: $A' = 2H - A$

۱۲ رابطهٔ بین رئوس متوازی‌الاضلاع:

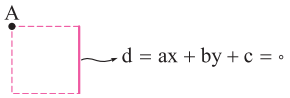
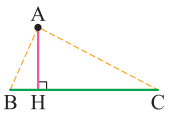
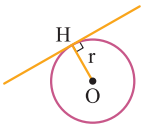


$$\xrightarrow{\text{رئوس روبه‌رو}} \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \xrightarrow{\text{خلاصه‌تر!}} A + C = B + D$$

۱۳ فاصلهٔ نقطهٔ (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$:

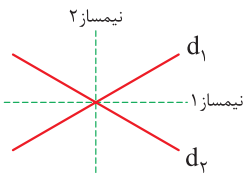
$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۱۴ کاربردهای فاصلهٔ نقطه از خط در سؤالات:

مقدار قابل محاسبه	شکل	توضیح
ضلع مربع		فاصلهٔ A تا خط d = ضلع
قطر مربع		فاصلهٔ A تا قطر = نصف قطر
ارتفاع مثلث		فاصلهٔ رأس A تا ضلع BC = طول ارتفاع AH
شعاع دایره		فاصلهٔ مرکز تا خط مماس = شعاع

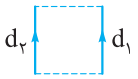
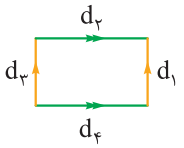
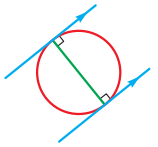
۱۵ معادلهٔ نیمسازهای دو خط $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$:

$$\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a'x + b'y + c'|}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$$



۱۶ فاصلهٔ دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$: $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۱۷ کاربردهای فاصلهٔ دو خط موازی در سؤالات:

	شکل	توضیح
مربع		فاصلهٔ d_1 تا d_2 = ضلع مربع
مستطیل		فاصلهٔ d_1 تا d_3 = طول فاصلهٔ d_2 تا d_4 = عرض
دایره		فاصلهٔ دو خط مماس موازی = قطر

۱۸ خطی که از دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ به یک فاصله است: $ax+by+\frac{c+c'}{2}=0$

معادلهٔ درجه‌دو

۱ ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$: $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}, \Delta=b^2-4ac$

۲ تعداد ریشه‌ها:

$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
۲ ریشهٔ متمایز	یک ریشهٔ مضاعف ↓ $x_{\text{مضاعف}}=\frac{-b}{2a}$	ریشهٔ حقیقی ندارد.

۳ اگر عبارت درجه‌دومی، مربع کامل باشد، دلتایش صفر است.

۴ دو حالت خاص پرکاربرد:

رابطهٔ بین ضرایب	ریشه‌ها	مثال
$a+b+c=0$	$1, \frac{c}{a}$	$3x^2-8x+5=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\frac{5}{3} \end{cases}$
$a+c=b$	$-1, \frac{-c}{a}$	$5x^2-7x-12=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=\frac{12}{5} \end{cases}$

۵ با شرط $\Delta>0$، داریم:

اختلاف ریشه‌ها	ضرب ریشه‌ها	جمع ریشه‌ها
$M=\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}$	$P=\frac{c}{a}$	$S=\frac{-b}{a}$

۶ مجموع مربع و مکعب ریشه‌ها: $x_1^2+x_2^2=S^2-2P, x_1^3+x_2^3=S^3-3PS$

۷ اگر حاصل عباراتی مثل $\sqrt{x_1}\pm\sqrt{x_2}$ را خواستید حساب کنید، آن را مساوی A قرار دهید و طرفین را به توان ۲ برسانید.

۸ معادلهٔ درجه‌دومی که مجموع ریشه‌هایش S و حاصل‌ضرب آن‌ها P باشد، به صورت $x^2-Sx+P=0$ است.

۹ بحث روی علامت ریشه‌ها: مثلاً وقتی قرار است معادله دو ریشهٔ منفی داشته باشد، باید سه نامعادلهٔ $\Delta > 0$، $S < 0$ و $P > 0$ را حل کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک بگیریم.

		Δ	S	P
۱	دو ریشهٔ مثبت	+	+	+
۲	دو ریشهٔ منفی	+	−	+
۳	دو ریشهٔ ناهم‌علامت			−
۴	دو ریشهٔ قرینه		۰	−
۵	دو ریشهٔ معکوس	+		۱

۱۰ اگر $P < 0$ باشد (یا a و c هم‌علامت نباشند)، حتماً $\Delta > 0$ است و نیازی به چک‌کردن شرط $\Delta > 0$ نیست.

۱۱ تعداد جواب‌های معادلهٔ $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (با شرط $a \neq 0$) با تغییر متغیر $x^2 = t$:

تعداد جواب معادلهٔ $ax^4 + bx^2 + c = 0$	جواب‌های معادلهٔ $at^2 + bt + c = 0$ باید چه‌جوری باشن؟	شروط
۴	دو ریشهٔ مثبت	$\Delta > 0, S > 0, P > 0$
۳	یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ صفر	$c = 0, \frac{-b}{a} > 0$
۲	حالت ۱: یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی	$P < 0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف مثبت	$\Delta = 0, \frac{-b}{a} > 0$
۱	یک ریشهٔ صفر	$b = c = 0$
بدون جواب	حالت ۱: هر دو ریشه منفی	$\Delta > 0, S < 0, P > 0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف منفی	$\Delta = 0, \frac{-b}{a} < 0$
	حالت ۳: فاقد ریشه	$\Delta < 0$

۱۲ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $ax^4 + bx^2 + c = 0$ یا هر معادله‌ای که همهٔ توان‌های x در آن زوج باشد، صفر است. مثلاً در معادله‌های $2x^4 - 7x^2 + 1 = 0$ و $x^8 - 4x^6 + 2x^2 = 0$، مجموع ریشه‌ها صفر است.

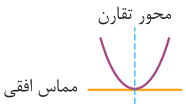
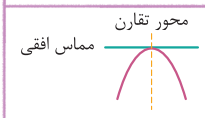
۱۳ تعداد جواب‌های معادلهٔ $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ (با شرط $a \neq 0$) با تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$:

تعداد جواب معادلهٔ $ax + b\sqrt{x} + c = 0$	جواب‌های معادلهٔ $at^2 + bt + c = 0$ باید چه‌جوری باشن؟	شروط
۲	دو ریشهٔ مثبت	$\Delta > 0, S > 0, P > 0$
۱	حالت ۱: یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی	$P < 0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف مثبت	$\Delta = 0, \frac{-b}{a} > 0$
بدون جواب	حالت ۱: هر دو ریشه منفی	$\Delta > 0, S < 0, P > 0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف منفی	$\Delta = 0, \frac{-b}{a} < 0$
	حالت ۳: فاقد ریشه	$\Delta < 0$

۱۴ برای حل معادلهٔ درجه‌سوم، اول یک ریشه را از بین اعداد ۱± و ۲± حدس می‌زنیم (مثلاً $x = a$ شد). بعد عبارت درجه‌سوم را بر $x - a$ تقسیم می‌کنیم و معادلهٔ درجه‌سوم اولیه را به شکل $(x - a)(\text{درجه}۲) = 0$ درمی‌آوریم که حلش را بلدیم.

تابع درجه‌دو (سهمی)

۱ با توجه به علامت a، سهمی دوتا شکل می‌تواند داشته باشد:

	قیافه	طول رأس	عرض رأس	محور تقارن	مماس افقی	مقدار min یا max	بُرد
$a>0$		$\frac{-b}{2a}$	$\frac{-\Delta}{4a}$ یا $f(\frac{-b}{2a})$	$x=\frac{-b}{2a}$	$y=\frac{-\Delta}{4a}$	$\min=\frac{-\Delta}{4a}$	$[\frac{-\Delta}{4a},+\infty)$
$a<0$						$\max=\frac{-\Delta}{4a}$	$(-\infty,\frac{-\Delta}{4a}]$

۲ تنها نقطه‌ای از سهمی که با حذف آن، برد تغییر می‌کند، رأس سهمی است.

۳ اگر دو نقطه با yهای یکسان روی سهمی داشته باشیم، میانگین xهایشان، x رأس را می‌دهد. از این جمله می‌توانیم نتیجه بگیریم، میانگین ریشه‌های سهمی، x رأس است.

۴ اگر $ax+by=c$ باشد $(a,b>0)$، زمانی xy ماکزیمم است که ax و by هر دو برابر با $\frac{c}{2}$ باشند. مثلاً اگر $3x+2y=12$ باشد و ماکزیمم xy را بخواهیم، باید $3x=6$ و $2y=6$ باشد (که $x=2$ و $y=3$ و در نتیجه $xy=6$ را نتیجه می‌دهد).

۵ منظور از صفرهای تابع $f(x)$، «طول نقاط برخورد تابع f با محور xها» یا «جواب‌های معادلهٔ $f(x)=0$» است.

۶ نوشتن سریع معادلهٔ سهمی:

	چیزهایی که داریم.	ضابطهٔ سهمی	نکتهٔ تکمیلی
۱	x_1 و x_2 صفرهای سهمی‌اند.	$y=a(x-x_1)(x-x_2)$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۲	نقطهٔ (x_S,y_S) رأس سهمی است.	$y=a(x-x_S)^2+y_S$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۳	سه نقطه از سهمی	با حل سه معادله ـ سه مجهول، ضرایب را پیدا می‌کنیم.	اگر نقطه‌ای به مختصات $(0,c)$ داشتیم، از آن شروع می‌کنیم.

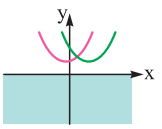
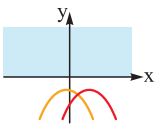
۷ اگر سهمی در نقطهٔ $(\alpha,0)$ بر محور xها مماس بود، می‌توانید از هر دو حالت ۱ و ۲ در جدول بالا کمک بگیرید: $y=a(x-\alpha)^2$

۸ علامت ضرایب a، b و c

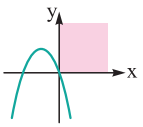
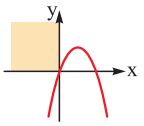
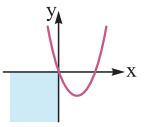
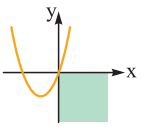
علامت a	علامت b	علامت c
با دهانهٔ سهمی	شیب خط مماس بر سهمی در محل برخورد با محور yها	عرض نقطهٔ برخورد سهمی با محور yها

۹ سهمی در نواحی مختلف دستگاه مختصات:

حالت ۱: سهمی فقط از ۲ ناحیه عبور کند.

		شکل	شرایط	
			a	Δ
۱	سهمی فقط از ناحیهٔ ۱ و ۲ عبور کند.		+	−
۲	سهمی فقط از ناحیهٔ ۳ و ۴ عبور کند.		−	−

حالت ۲: سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند (فقط از یک ناحیه عبور نکند).

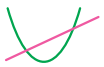
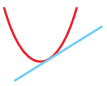
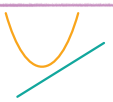
		شکل	شرایط			
			a	b	c	Δ
۱	فقط از ناحیهٔ ۱ نگذرد.		−	−	−	+
۲	فقط از ناحیهٔ ۲ نگذرد.		−	+	−	+
۳	فقط از ناحیهٔ ۳ نگذرد.		+	−	+	+
۴	فقط از ناحیهٔ ۴ نگذرد.		+	+	+	+

(c می‌تواند صفر هم باشد.)

حالت ۳: سهمی از هر ۴ ناحیه عبور کند. $\xleftarrow{\text{فقط کافیه که}}$ $P < 0$

۱۰ شرط آن‌که سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند، آن است که سهمی دو ریشهٔ هم‌علامت داشته باشد: $\Delta > 0$ و $P \geq 0$.

۱۱ وضعیت خط و سهمی نسبت به هم: معادلهٔ $\underbrace{ax^2+bx+c}_{\text{سهمی}} = \underbrace{mx+h}_{\text{خط}}$ را تشکیل می‌دهیم. بعد آن را به صورت $ax^2+b'x+c'=0$ درمی‌آوریم. دلتای این معادله، وضعیت خط و سهمی را مشخص می‌کند.

علامت Δ	وضعیت خط و سهمی	شکل
$\Delta > 0$	سهمی و خط در ۲ نقطه متقاطع‌اند.	
$\Delta = 0$	خط در یک نقطه بر سهمی مماس است.	
$\Delta < 0$	سهمی و خط، یکدیگر را قطع نمی‌کنند.	

معادلات گویا و گنگ

۱ بعد از حل معادلهٔ گویا، حتماً چک کنید که جواب‌های به دست آمده، ریشه‌های مخرج نباشند.

۲ اگر شخص اول کاری را به تنهایی در A ساعت، شخص دوم همان کار را در B ساعت و هر دو با هم در C ساعت انجام دهند، رابطهٔ روبه‌رو بین A، B و C برقرار است:

$$\underset{\text{زمان نفر اول}}{\frac{1}{A}} + \underset{\text{زمان نفر دوم}}{\frac{1}{B}} = \underset{\text{زمان هر دو نفر با هم}}{\frac{1}{C}}$$

۳ اگر وسیله‌ای مسیری به طول x را با سرعت v_1 برود و با سرعت v_2 برگردد، با توجه به رابطهٔ $t = \frac{x}{v}$، داریم:

$$t_{\text{رفت}} \pm t_{\text{برگشت}} = \underset{\text{سؤال می‌ده}}{\text{یه عدد}} \Rightarrow \frac{x_{\text{ر}}}{v_{\text{ر}}} \pm \frac{x_{\text{ب}}}{v_{\text{ب}}} = \text{یه عدد}$$

۴ بعد از حل معادلهٔ گنگ، جواب‌های به دست آمده را در معادلهٔ اولیه چک کنید.

۵ اگر جمع چند رادیکال صفر شد، عبارت داخل تک‌تک آن‌ها صفر است:

$$\sqrt{A}+\sqrt{B}=0 \Rightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=0 \end{cases}$$

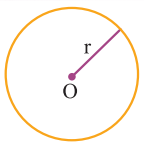
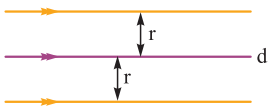
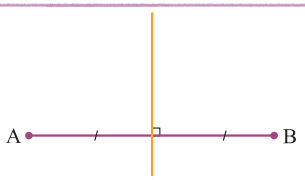
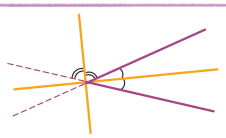
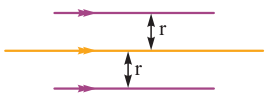
۶ بعضی از معادلات گنگ نیاز به حل ندارند. مثلاً $\sqrt{x-3}+\sqrt{1-x}=x$، چون دامنه‌ها به ترتیب $x \geq 3$ و $x \leq 1$ است که اشتراکشان تهی می‌شود.

۷ در معادلاتی که جنس عبارت‌های دو طرف تساوی، مثل هم نیست، معمولاً سراغ روش هندسی می‌رویم. مثلاً در معادله‌های $\underbrace{2^x}_{\text{نمایی}}=\underbrace{x^2-1}_{\text{سهمی}}$ یا $\underbrace{\sin x}_{\text{مثلثاتی}}=\underbrace{\log x}_{\text{لگاریتمی}}$.

۸ روش هندسی، **تعداد** و **محدودهٔ تقریبی** جواب‌ها را به ما می‌دهد، ولی جواب دقیق را معمولاً به ما نمی‌دهد.

ترسیم‌های هندسی

۱ مکان هندسی‌های معروف و پراستفاده را در جدول زیر آورده‌ایم:

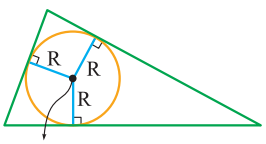
ویژگی	مکان هندسی	شکل
نقاطی که از نقطهٔ O به فاصلهٔ r هستند.	دایره‌ای به مرکز O و شعاع r	
نقاطی که از خط d به فاصلهٔ r هستند.	دو خط موازی با d	
نقاطی که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله‌اند.	عمودمنصف پاره‌خط AB	
نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند.	نیمسازهای داخلی و خارجی آن زاویه	
نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله‌اند.	خطی موازی با آن‌ها و دقیقاً وسطشان!	

۲ در سؤالات رسم که برای یک نقطه، دو (یا بیشتر) ویژگی بیان می‌شود، باید برای هر ویژگی، مکان هندسی مورد نظر را بکشیم. نقاط برخورد (اشتراک) مکان هندسی‌ها، جواب ما می‌شود.

۳ ویژگی مهم عمودمنصف: هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس.

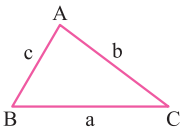
۴ ویژگی مهم نیمساز: هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع آن به یک فاصله است و برعکس.

۵ نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها و نیمسازهای داخلی در مثلث:

	نقطهٔ همرسی سه عمودمنصف	نقطهٔ همرسی سه نیمساز داخلی
ویژگی	از ۳ رأس به یک فاصله است.	از ۳ ضلع به یک فاصله است.
اسم علمی!	مرکز دایرهٔ محیطی	مرکز دایرهٔ محاطی
شکل	محل برخورد عمودمنصف‌ها	 محل برخورد نیمسازها

۶ در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، بزرگ‌تر است و برعکس.

$a > b > c \Leftrightarrow \hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$



۷ برای آن‌که a، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند، باید رابطهٔ $|a-b| < c < a+b$ بین آن‌ها برقرار باشد.

استدلال و تالس

۱

استدلال‌های معروف	روش	ویژگی
استدلال استقرایی	نتیجه‌گیری بر مبنای تعداد محدودی مشاهده	قابل اطمینان نیست، ولی برای ایده‌دادن خوب است.
استدلال استنتاجی	نتیجه‌گیری بر مبنای حقایقی که درستی آن‌ها را از قبل پذیرفته‌ایم.	کاملاً قابل اطمینان، مناسب برای اثبات‌ها
مثال نقض	مثالی که برای رد یک حکم کلی زده می‌شود.	برای گزاره‌های همواره درست، کاربردی ندارد.
برهان خلف	از فرض خلف (عکس حکم) به تناقض با یک گزارهٔ درست یا فرض مسئله می‌رسیم، بعد نتیجه می‌گیریم فرض خلف، نادرست و در نتیجه حکم درست است.	معمولاً در اثبات عکس قضایا استفاده می‌شود.

۲ برای قضیهٔ $p \Rightarrow q$، به p فرض و به q حکم می‌گوییم. دو مورد زیر را باید بدانید:

	توضیح	ظاهر ریاضی	چی می‌خوانیم
عکس قضیه	جای فرض و حکم عوض می‌شود.	$q \Rightarrow p$	اگر q آن‌گاه p
قضیهٔ دوشرطی	هم قضیهٔ $p \Rightarrow q$ و هم قضیهٔ عکسش باید درست باشد.	$p \Leftrightarrow q$	p اگر و تنها اگر q

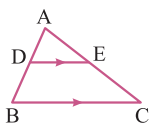
۳ از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ موارد زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

توضیح فارسی	ظاهر ریاضی
طرفین‌وسطین	$ad = bc$
جابه‌جایی طرفین یا وسطین	$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ یا $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
ترکیب نسبت در صورت یا مخرج	$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ یا $\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$
تفضیل نسبت در صورت یا مخرج	$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ یا $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$
ضرب صورت و مخرج در یک عدد	$\frac{a}{b} = \frac{kc}{kd}$ یا $\frac{ka}{kb} = \frac{c}{d}$

۴ اگر $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots$ باشد، آن‌گاه:

$$\frac{k_1a_1 + k_2a_2 + \cdots}{k_1b_1 + k_2b_2 + \cdots} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots$$

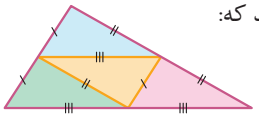
۵ قضیهٔ تالس (فرض: $BC \parallel DE$) و تعمیم قضیهٔ تالس:

	تناسب	کی استفاده می‌کنیم؟	شکل
جزءبه‌جزء	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	با اندازهٔ پاره‌خط‌های موازی کاری نداشته باشیم.	
جزءبه‌کل (این تعمیم قضیهٔ تالس است.)	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	برعکس بالایی (البته جزءبه‌کل همیشه جواب می‌ده!)	

۶ عکس قضیهٔ تالس (با توجه به شکل قبلی):

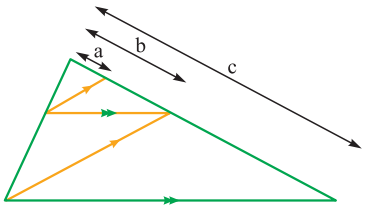
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$

۷ اگر وسط اضلاع یک مثلث دلخواه را به طور متوالی به هم وصل کنیم، چهار مثلث هم‌نهشت به دست می‌آید که:



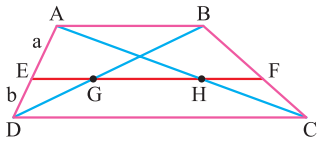
- محیط مثلث‌های کوچک، $\frac{۱}{۲}$ محیط مثلث اولیه است.
- مساحت مثلث‌های کوچک، $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولیه است.

۸ تالس تو در تو:



$$\underbrace{b^۲ = ac}_{\text{b واسطهٔ هندسی a و c}}$$

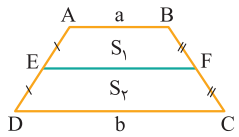
۹ تالس در ذوزنقه: خط EF موازی دو قاعده رسم شده است.



$$EF = \frac{(a\times DC)+(b\times AB)}{a+b}$$

$$GH = \frac{(a\times DC)-(b\times AB)}{a+b}$$

۱۰ در ذوزنقه اگر وسط‌های دو ساق را به هم وصل کنیم، پاره‌خط به‌وجودآمده موازی دو ساق است و داریم:

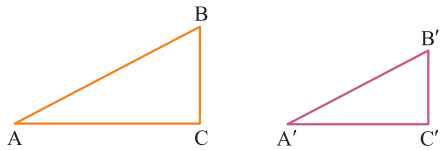


- EF میانگین دو قاعده است: $EF = \frac{a+b}{۲}$
- نسبت مساحت ذوزنقهٔ بالایی به پایینی برابر است با: $\frac{S_۱}{S_۲} = \frac{۳a+b}{a+۳b}$

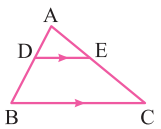
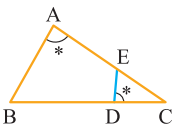
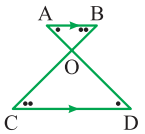
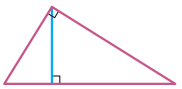
تشابه مثلث‌ها

۱ حالات تشابه دو مثلث:

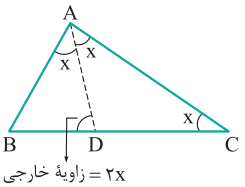
تساوی ۲ زاویه	$\hat{A}=\hat{A}', \hat{B}=\hat{B}'$
تناسب ۲ ضلع و تساوی زاویهٔ بین	$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}, \hat{A}=\hat{A}'$
تناسب ۳ ضلع	$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$



۲ قیافهٔ مثلث‌های متشابه معروف در تست‌ها:

اسم من‌درآوردی!	شبیه تالس!	۱ زاویهٔ برابر و ۱ زاویهٔ مشترک	پروانه‌ای	مثلث‌های به دست آمده از رسم ارتفاع وارد بر وتر
شکل				
مثلث‌های متشابه	$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$	$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{DEC}$	$\overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{ODC}$	$\overset{\Delta}{\text{بزرگ}} \sim \overset{\Delta}{\text{متوسط}} \sim \overset{\Delta}{\text{کوچک}}$

۳ اگر در مثلث، یکی از زوایا دو برابر زاویهٔ دیگری بود، نیمساز زاویه‌ای را که ۲ برابر یکی از زوایا است، رسم کنید و بعد دنبال تشابه نوشتن باشید.

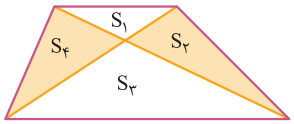


$$\underbrace{\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{DBA}}_{\text{دو زاویهٔ برابر دارند.}}$$

۴ روابط بین اجزای متناظر در مثلث متشابه:

$$\frac{\text{اضلاع}}{(\text{اضلاع})'} = \frac{\text{میانه‌ها}}{(\text{میانه‌ها})'} = \frac{\text{ارتفاع‌ها}}{(\text{ارتفاع‌ها})'} = \frac{\text{نیمسازها}}{(\text{نیمسازها})'} = \frac{\text{محیط}}{(\text{محیط})'} = \sqrt{\frac{\text{مساحت}}{(\text{مساحت})'}}$$

۵ پروانه در ذوزنقه:



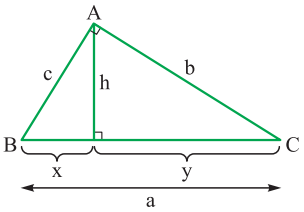
۱) $S_2 = S_4$

۲) $S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$

۶ نکات اولیهٔ مثلث قائم‌الزاویه:

سؤال	جواب
اعداد فیثاغورثی پراستفاده	$\{3,4,5\}$, $\{5,12,13\}$, $\{8,15,17\}$, $\{7,24,25\}$
میانهٔ وارد بر وتر	نصف وتر است.
ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30°	نصف وتر است.
اگر یک زاویهٔ 15° داشته باشیم	ارتفاع وارد بر وتر ربع وتر است.

۷ اگر ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه رسم شود، کلی رابطه داریم:



۱) $h = \frac{bc}{a}$

۲) $h^2 = xy$

۳) $c^2 = xa$

۴) $b^2 = ya$