آزمون حضوری
شماره دو

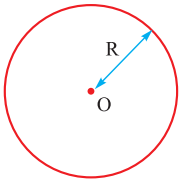
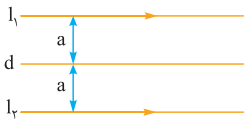
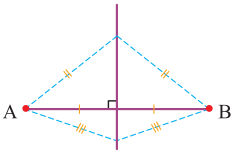
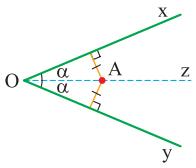
خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

رشتهٔ ریاضی
پایهٔ دهم

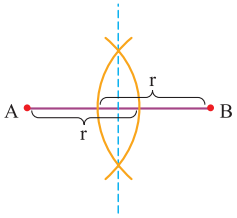
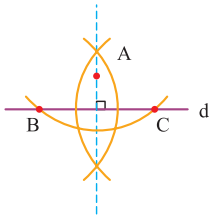
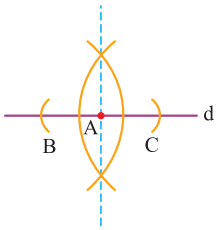
مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

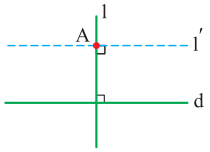
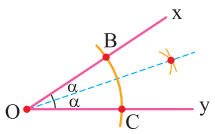
نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
هندسه (۱)	فصل اول صفحهٔ ۹ تا ۳۷	۲	۹	علیرضا نصراللهی	محسن فراهانی بردیا نصیری

مکان هندسی‌های معروف

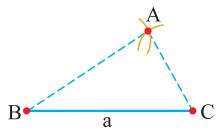
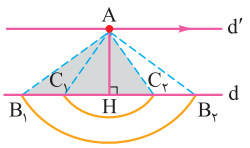
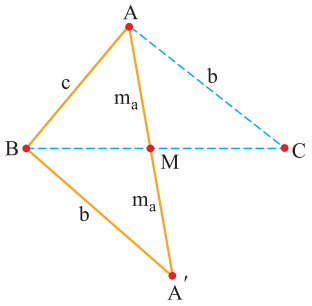
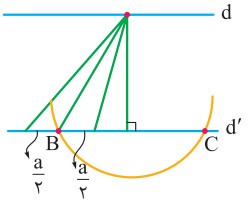
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطهٔ ثابت مانند O به فاصلهٔ معلوم R باشند، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع R.	
مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ ثابت a از خط d قرار دارند، دو خط به موازات d و به فاصلهٔ a از آن می‌باشد.	
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو سر یک پاره‌خط مانند AB به یک فاصله باشند، عمودمنصف آن پاره‌خط است.	
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از اضلاع یک زاویه مانند $x\hat{o}y$ به یک فاصله باشند، نیمساز آن زاویه است.	

رسم‌های پایه و معروف

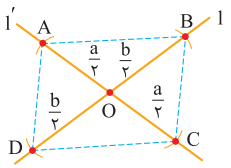
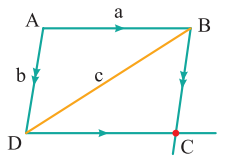
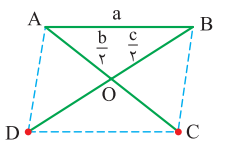
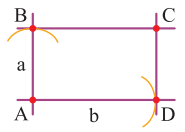
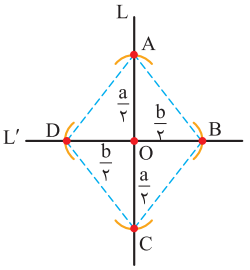
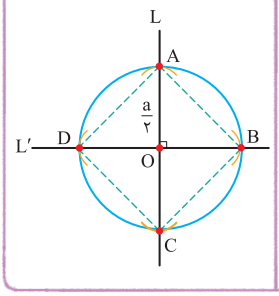
عمودمنصف یک پاره‌خط	دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ بیش از نصف طول پاره‌خط AB $(r \geq \frac{AB}{2})$ باز کرده و به مراکز A و B کمان‌هایی می‌زنیم. محل برخوردها را به هم وصل می‌کنیم تا عمودمنصف حاصل شود.	
خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن	ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا خط d را در دو نقطهٔ B و C قطع کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.	
خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن	ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا پاره‌خط BC را از آن جدا کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف، یک پاره‌خط عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.	

خط موازی از یک نقطه	ابتدا خط عمود l را به کمک مطالب قبلی بر d وارد می‌کنیم. سپس از نقطهٔ A روی l عمود l′ را خارج می‌کنیم. دو خط عمود بر یک خط (d , L′) با هم موازی‌اند. (اگر نقطهٔ A روی خط بود، چه؟)	
نیمساز یک زاویه	به مرکز O کمانی دلخواه رسم می‌کنیم تا اضلاع زاویه را در B و C قطع کند. سپس به مراکز B و C و شعاع بیش از نصف BC کمان‌هایی رسم می‌کنیم. از O به محل برخورد کمان‌ها وصل کنیم و نیمساز حاصل می‌شود.	

رسم مثلث

داده‌ها	روش رسم	شرط وجود مثلث	شکل
داشتن طول سه ضلع (a , b و c)	ابتدا پاره‌خطی به طول a رسم می‌کنیم، سپس به مرکز B و شعاع c و به مرکز C و شعاع b کمان‌هایی می‌زنیم تا یکدیگر را در A قطع کنند. از وصل‌کردن A به B و C مثلث مطلوب حاصل می‌شود.	$\lvert a-c\rvert < b < a+c$ یا ۱) $a+b>c$ ۲) $a+c>b$ ۳) $b+c>a$	
داشتن طول دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم (h_a و b , c)	ابتدا خط d و d' را به موازات هم و به فاصلهٔ h_a از هم رسم می‌کنیم. نقطهٔ دلخواه A و عمود AH را می‌کشیم. به مرکز A و شعاع b و c کمان‌هایی می‌زنیم تا خط d را در B_1، B_2، C_1 و C_2 قطع کند. مثلث‌های $\overset{\Delta}{AB_1C_2}$ و $\overset{\Delta}{AB_2C_1}$ جواب مسئله‌اند.	اگر b و c هر کدام از حالات زیر را داشته باشند؛ مثلث حاصل شده به فرم زیر است: ۱) b و $c>h_a$ $\Rightarrow$ دو مثلث ۲) $b=c>h_a$ $\Rightarrow$ یک مثلث متساوی‌الساقین ۳) $b=h_a , c>h_a$ $\Rightarrow$ یک مثلث قائم‌الزاویه ۴) b یا $c<h_a$ $\Rightarrow$ صفر مثلث (ممکن نیست، زیرا h_a کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط موازی d و d' است.)	
داشتن طول دو ضلع و میانهٔ وارد بر ضلع سوم (h_a , c و b)	ابتدا مثلثی به اضلاع b، c و $2m_a$ رسم می‌کنیم ($\overset{\Delta}{ABA'}$)، وسط AA' را M می‌نامیم. از B به M وصل کرده و به اندازهٔ خود امتداد می‌دهیم تا رأس C حاصل شود.	باید مثلث با ابعاد اضلاع $2m_a$، b و c قابل رسم باشد. ۱) $b+c>2m_a$ ۲) $2m_a+b>c$ ۳) $2m_a+c>b$ یا $\lvert b-c\rvert < 2m_a$	
داشتن ضلع، ارتفاع و میانهٔ وارد بر آن $m_a h_a$	ابتدا d و d' را به موازات هم به فاصلهٔ h_a رسم می‌کنیم. نقطهٔ A را به دلخواه روی d' انتخاب می‌کنیم و به اندازهٔ m_a کمان می‌زنیم. تا خط d' در B و C قطع شود سپس از B یا C به اندازهٔ $\frac{a}{2}$ کمان‌می‌زنیم تا d' را قطع کنند. ۲ نقطهٔ برخورد کمان و نقطهٔ A مثلث ما می‌باشند.	شرط: $h_A < m_A$	

رسم چهارضلعی‌های معروف

داده‌ها	روش رسم	شرط	شکل
متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر (a و b)	ابتدا دو خط متقاطع دلخواه رسم می‌کنیم و محل برخورد را O می‌نامیم. به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ کمان‌هایی رسم می‌کنیم تا l و l' را به ترتیب در (D و B) و (C و A) قطع کند. ABCD چهارضلعی مطلوب است.	بی‌شمار متوازی‌الاضلاع با این داده‌ها می‌توان رسم کرد.	
متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو ضلع a و b و اندازهٔ یک قطر c	ابتدا مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ به اضلاع a، b و c را رسم می‌کنیم. از B خطی به موازات AD و از D خطی به موازات AB می‌کشیم تا محل برخورد را C بنامیم و متوازی‌الاضلاع مطلوب حاصل شود.	۱) $a+b>c$ ۲) $a+c>b$ ۳) $b+c>a$	
متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر c و b و یک ضلع a	ابتدا مثلث $\overset{\Delta}{AOB}$ را به اضلاع $\frac{c}{2}$، $\frac{b}{2}$ و a رسم می‌کنیم. AO و BO را به اندازهٔ خودشان امتداد می‌دهیم تا رأس‌های C و D مشخص شوند. ABCD متوازی‌الاضلاع مطلوب می‌باشد.	۱) $\frac{b}{2}+\frac{c}{2}>a$ ۲) $a+\frac{b}{2}>\frac{c}{2}$ ۳) $a+\frac{c}{2}>\frac{b}{2}$	
مستطیل با داشتن طول دو ضلع a و b	دو خط عمود بر هم رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ A قطع کنند. به مرکز A و شعاع a و b کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را در B و D قطع کند. از B و D عمودهایی خارج می‌کنیم تا محل برخورد آن‌ها، رأس C را مشخص کند. ABCD چهارضلعی مطلوب است.	در این حالت با هر داده‌ای، می‌توان یک مستطیل رسم کرد.	
لوزی با داشتن طول دو قطر a و b	ابتدا دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند، به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را به ترتیب در (A و C) و (D و B) قطع کند. لوزی ABCD، چهارضلعی مطلوب است.	در این حالت با هر داده‌ای، فقط یک لوزی می‌توان رسم کرد.	
مربعی با داشتن طول قطر آن (a)	دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خطوط را در چهار نقطه قطع کند. ABCD مربع مطلوب است.	در این حالت با هر دایره‌ای فقط یک مربع می‌توان رسم کرد.	

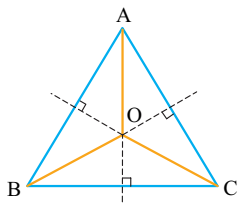
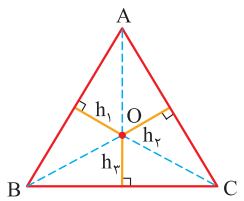
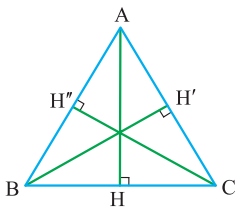
استدلال

انواع استدلال	تعریف
استقرایی	روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعهٔ محدودی از مشاهدات است.
استنتاجی	روش نتیجه‌گیری منطقی بر پایهٔ حقایقی که درستی آن‌ها را از قبل پذیرفته‌ایم.
مثال نقض	به مثالی که درست‌بودن یک حکم و ادعای کلی را رد کند، گفته می‌شود.
برهان خلف	استدلالی که به جای این‌که به طور مستقیم از فرض به حکم برسیم، ابتدا درست‌بودن حکم را زیر سؤال می‌بریم، (یعنی فرض می‌کنیم که حکم، غلط است.) سپس به کمک اطلاعات مسئله به تناقض رسیده و به این نتیجه می‌رسیم که حکم درست می‌باشد.

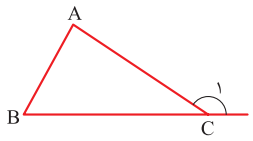
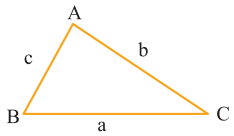
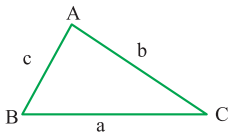
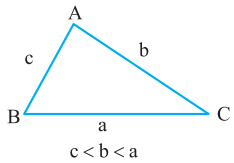
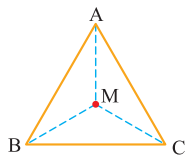
استدلال استنتاجی

گزاره	هر جملهٔ خبری که دارای ارزش درست یا ارزش نادرست باشد را گزاره می‌نامند.
قضیه	گزاره‌ای که بتوان با منطق و استدلال استنتاجی آن را ثابت کرد، قضیه می‌نامند.
عکس قضیه	اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم به آن‌چه حاصل می‌شود، عکس قضیه گویند.
قضیهٔ دوشرطی	اگر یک قضیه، خودش و عکس آن برقرار باشد، آن را قضیهٔ دوشرطی می‌نامیم.

همرسی‌های مثلث

 $OA = OB = OC$	در هر مثلث، عمودمنصف‌ها همرس هستند و نقطهٔ همرسی آن‌ها از سه رأس مثلث به یک فاصله است. نقطهٔ همرسی بسته به نوع مثلث می‌تواند داخل، روی محیط و یا خارج مثلث باشد.
 $h_۱ = h_۲ = h_۳$	در هر مثلث، نیمسازهای داخلی همرس هستند و نقطهٔ همرسی آن‌ها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. نقطهٔ همرسی همواره داخل مثلث قرار دارد.
	در هر مثلث ارتفاع‌ها همرس هستند. محل همرسی ارتفاع‌ها در مثلث حادالزاویه داخل مثلث، در مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائم و در مثلث منفرجه‌الزاویه بیرون مثلث قرار دارد.

نامساوی‌های مثلث

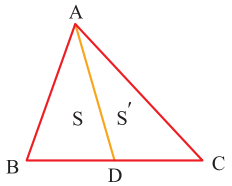
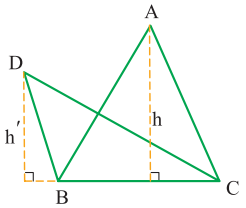
قضیه		شکل
هر زاویهٔ خارجی مثلث همواره از زاویه‌های داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.	$\hat{C}_1 > \hat{A}$ $\hat{C}_1 > \hat{B}$	
زاویهٔ رو به ضلع بزرگ‌تر همواره، از زاویهٔ رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است. عکس این قضیه نیز برقرار است.	$b > c \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$	
مجموع طول دو ضلع مثلث همواره از ضلع سوم بزرگ‌تر است. (قضیهٔ وجود مثلث)	۱) $a+b>c$ ۲) $a+c>b$ ۳) $b+c>a$	
در هر مثلث دلخواه، همواره رابطهٔ زیر برقرار است: (محیط) $\frac{۱}{۲}$ < بزرگ‌ترین ضلع ≤ (محیط) $\frac{۱}{۳}$ ≤ کوچک‌ترین ضلع	$c \le \frac{۱P}{۳} \le a < \frac{۱P}{۲}$ (P محیط مثلث است.)	
اگر M نقطه‌ای دلخواه درون مثلث باشد، مجموع فواصل M از سه رأس مثلث، همواره بین محیط و نصف محیط مثلث می‌باشد.	$\frac{P}{۲} < MA + MB + MC < P$ (P محیط مثلث است.)	

نسبت، تناسب

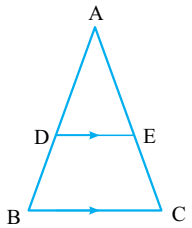
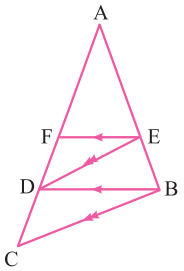
نام	رابطه	مثال عددی
طرفین‌وسطین	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow ۳\times۴=۲\times۶$
معکوس کردن طرفین	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{۶}{۴}$
تعویض صورت و مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۶}{۳}=\frac{۴}{۲}$
ترکیب صورت و مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۲+۴}{۳+۶}=\frac{۲}{۳}$
ترکیب نسبت در صورت	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۲+۳}{۳}=\frac{۴+۶}{۶}$
ترکیب نسبت در مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۲}{۲+۳}=\frac{۴}{۴+۶}$

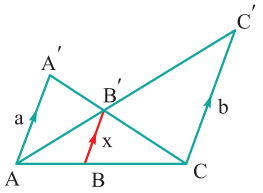
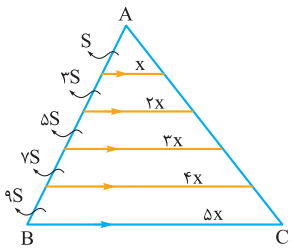
نام	رابطه	مثال عددی
تفضیل در صورت	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۲-۳}{۳}=\frac{۴-۶}{۶}$
تفضیل در مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Leftrightarrow \frac{۲}{۲-۳}=\frac{۴}{۴-۶}$
ترکیب صورت و مخرج	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \Leftrightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$	$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹} \Leftrightarrow \frac{۲+۴+۶}{۳+۶+۹}=\frac{۲}{۳}$

مساحت مثلث

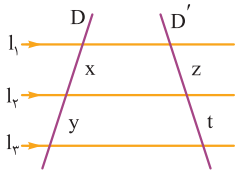
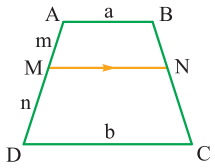
در هر مثلث نسبت اضلاع با عکس نسبت ارتفاع نظیر آن‌ها، متناسب است.	$\frac{a}{b}=\frac{h_b}{h_a}, \frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{h_b}+\frac{۱}{h_c}=\frac{P}{S}$
اگر دو مثلث دارای ارتفاع‌های برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست.	 $\frac{S}{S'}=\frac{BD}{DC}$
اگر دو مثلث دارای قاعده‌های برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت ارتفاع‌هاست.	 $\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{BCD}}}=\frac{h}{h'}$

قضیهٔ تالس و نتایج آن در مثلث

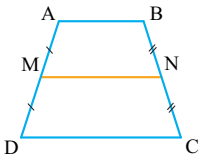
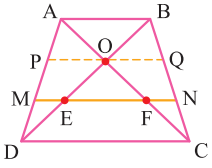
اگر در مثلثی، خطی موازی ضلعی رسم شود، به طوری که دو ضلع دیگر را قطع کند، پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌شود.	 $DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC} \\ \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC} \\ \frac{BD}{AB}=\frac{CE}{AC} \end{cases}$
اگر در مثلثی دو جفت خط موازی مطابق شکل داشته باشیم، بین پاره‌خط‌های ایجادشده روی یک ضلع، رابطهٔ ویژه‌ای شکل می‌گیرد.	 $AD^۲=AF\times AC$

اگر دو مثلث که در آن‌ها خط موازی مشترکی وجود دارد با هم ادغام شوند، رابطهٔ جالبی شکل می‌گیرد.	 $\frac{1}{x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$
اگر یک ضلع مثلث به n قسمت مساوی تقسیم شود و از هر یک خطی موازی قاعده رسم شود، بین پاره‌خط‌های تولیدشده تصاعد عددی شکل می‌گیرد. مساحت‌های محصور بین خطوط، تشکیل تصاعد عددی با قدر نسبت ۲S می‌دهند.	

تعمیم قضیهٔ تالس (تالس در ذوزنقه)

اگر دو خط مورب، چند خط موازی را قطع کند، نسبت پاره‌خط‌های ایجادشده روی خطوط مورب یکسان است.	 ۱) $\frac{x}{y}=\frac{z}{t}$ ۲) $\frac{x}{x+y}=\frac{z}{z+t}$
اگر در یک ذوزنقه پاره‌خطی موازی دو قاعده رسم شود، نسبتی که روی ساق‌ها پدید می‌آورد، یکسان است.	 ۱) $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$ ۲) $MN=\frac{na+mb}{n+m}$

دو رابطهٔ مهم در ذوزنقه

اندازهٔ پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین دو قاعده است.	$MN=\frac{AB+CD}{۲}$	
● اندازهٔ پاره‌خط محصور بین دو قطر و خط میانگین، نصف تفاضل قاعده‌هاست.	۱) $EF=\frac{CD-AB}{۲}$	
● اگر از محل برخورد قطرها خطی به موازات قاعده‌ها رسم کنیم، پاره‌خط‌های ایجادشده برابرند.	۲) $OP=OQ$ ۳) $\frac{۲}{PQ}=\frac{۱}{AB}+\frac{۱}{CD}$	