

آزمون حضوری
شماره سه

رشته ریاضی



تجربی | ریاضی | انسانی

ویژه کنکور
۱۴۰۳

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
آمار و احتمال	فصول ۳ و ۴ از صفحه ۷۳ تا انتهای کتاب	۲	۴	سروش موئینی	پیام ابراهیم‌نژاد



فصل ۳: آمار توصیفی

– معیارهای گرایش به مرکز –

مد	میانگین	میانه
تعریف	جمع داده‌ها تقسیم بر تعداد آن‌ها	عددی که در وسط داده‌های مرتب شده است.
فرمول	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ موزون: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$	در تعداد فرد: داده شماره $\frac{n+1}{2}$ در تعداد زوج: میانگین داده‌های شماره $\frac{n}{2} + 1$ و $\frac{n}{2}$
کاربرد	وقتی می‌خواهیم تک‌تک داده‌ها اثر داشته باشند.	وقتی داده‌های پرت و دورافتاده داریم.

- اگر میانگین داده‌های اضافی یا حذفی با میانگین گروه اولیه برابر باشد، با اضافه یا کم شدن، \bar{x} عوض نمی‌شود.
 - در دنباله حسابی، میانگین و میانه مساوی‌اند.
 - روش سریع محاسبه میانگین: از تمام داده‌ها عدد a را کم می‌کنیم، میانگین اعداد $x - a$ را حساب می‌کنیم و a را به جواب اضافه می‌کنیم.
- $11, 12, 14, 17, 25 \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{از همه ۱۵ را}} -4, -3, -1, 2, 10 \xrightarrow{\text{میانگین}} \text{جمع} = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow \bar{x} = 15 + 0.8 = 15.8$

– معیارهای پراکندگی –

ویژگی‌ها	فرمول / تعریف	
$R_{ax+b} = a R_x$	اختلاف بیشترین و کمترین داده (R)	دامنه تغییرات
$\sigma_{ax+b}^2 = a^2 \sigma_x^2$ $\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2$ دنباله حسابی	میانگین مجذور انحراف‌ها از میانگین: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$	واریانس
اگر $\sigma^2 = 0$ ، آن‌گاه همه داده‌ها یکسان‌اند. واحد σ^2 ، مجذور واحد داده‌هاست.	برحسب مجموع مجذورات: $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{\sum f_i} \sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2$	فرمول دوم واریانس
$\sigma_{ax+b} = a \sigma_x$	جذر واریانس (σ)	انحراف معیار
واحد ندارد، برای مقایسه دو گروه است و معمولاً درصدی بیان می‌شود. $CV_{ax+b} = \frac{a \sigma_x}{a\bar{x} + b}$	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$ (فقط برای داده‌های مثبت) هر چه CV بالاتر، دقت کمتر	ضریب تغییرات



فصل ۴: آمار استنباطی

تعریف: با استفاده از اطلاعات نمونه به نتایج در مورد جامعه برسیم.

روش های نمونه گیری احتمالی	خوبی	بدی
۱ تصادفی ساده: به طور تصادفی n تا از واحدهای آماری را برمی داریم. احتمال انتخاب هر عضو $\frac{n}{N}$ است.	سادگی کار	نیاز به داشتن فهرست کل جامعه
۲ خوشه‌ای: جامعه چند قسمت (خوشه) شده و به طور تصادفی، چندتا از قسمت‌ها را انتخاب می کنیم و تمام واحدهای آماری آن‌ها را در نمونه می آوریم. احتمال انتخاب هر عضو، $\frac{n}{N}$ است.	سادگی	از بعضی قسمت‌ها هیچ عضوی در نمونه نیست.
۳ طبقه‌ای: جامعه به قسمت‌هایی تقسیم شده است؛ به طوری که عضوهای هر قسمت دارای ویژگی مشترک هستند. در نمونه n عضوی از هر قسمت متناسب با سهم آن از کل جامعه برمی داریم؛ مثلاً گروه n_1 عضوی در نمونه n عضوی به تعداد $\frac{n_1}{N} \times n$ عضو سهم دارد. شانس انتخاب هر عضو جامعه $\frac{n}{N}$ است.	توزیع نمونه در طبقه‌ها یکنواخت است.	محاسبه لازم است.
۴ سامانمند (سیستماتیک): جامعه را به قسمت‌های مساوی تقسیم می کنیم. از قسمت اول یک عضو برداریم و شماره بقیه اعضای انتخابی با دنباله حسابی به دست می آید.	نظم و یکنواختی در انتخاب وجود دارد.	محاسبه دارد.

مثلاً در جامعه ۲۰۰ عضوی نمونه ۴۰ عضوی می خواهیم.

تصادفی ساده	خوشه‌ای	طبقه‌ای	سیستماتیک
۴۰ تا با قرعه کشی برداریم شانس هر نفر $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$ است.	جامعه را به ۱۰ گروه ۲۰ نفری تقسیم و دو گروه برداریم. شانس هر نفر در گروه‌ها $\frac{2}{10}$ است.	جامعه به گروه‌های ۱۰۰، ۳۰ و ۷۰ نفری تقسیم شده است که در نمونه ۴۰ عضوی به ترتیب ۶، ۱۴ و ۲۰ عضو سهم دارند. شانس هر نفر $\frac{20}{100} = \frac{6}{30} = \frac{14}{70}$ است.	جامعه را در ۴۰ گروه ۵ نفری تقسیم می کنیم و از هر گروه نفر سوم را برمی داریم. شانس انتخاب هر نفر $\frac{1}{5}$ است.

آماره

عددی که از بررسی نمونه به دست می آید و از نمونه‌ای به نمونه‌ای دیگر می تواند متفاوت باشد. (مثلاً میانگین نمونه)

پارامتر

عددی که از بررسی جامعه به دست می آید و ثابت است. (مثلاً میانگین جامعه)

در یک جامعه n عضوی به تعداد $\binom{n}{k}$ نمونه k عضوی داریم که ممکن است آماره برای بعضی از آن‌ها مساوی باشد؛ پس مثلاً جامعه ۵ عضوی به تعداد $\binom{5}{2} = 10$ نمونه ۲ عضوی دارد.

نکته

در جامعه با اعضای $1, 2, 3, \dots, n$ میانگین برابر $\frac{n+1}{2}$ و میانگین نمونه، برآوردی از این عدد است.



انحراف معیار میانگین در نمونه‌های n عضوی

اگر انحراف معیار جامعه σ باشد و نمونه‌های n عضوی مختلف از جامعه را برداریم و میانگین (آماره) آن‌ها را حساب کنیم، انحراف معیار این میانگین‌ها $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

پس انحراف معیار میانگین‌ها با $\frac{1}{\sqrt{n}}$ متناسب است و مثلاً اگر حجم نمونه‌ها ۴ برابر شود $\sigma_{\bar{x}}$ نصف می‌شود و داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}$$

بازه اطمینان ۹۵ درصدی برآورد میانگین

در جامعه با انحراف معیار σ ، اگر از نمونه n عضوی میانگین \bar{x} به دست آید، با اطمینان ۹۵ درصد می‌توان گفت μ (میانگین جامعه) در بازه زیر است:

پس طول بازه اطمینان $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

$$\mu \in \left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$