آزمون حضوری
شماره سه

رشته ریاضی

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

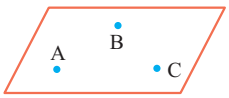
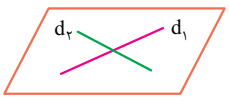
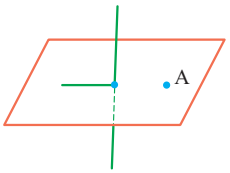
ویژه کنکور
۱۴۰۳

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

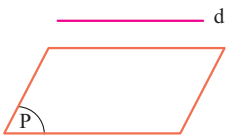
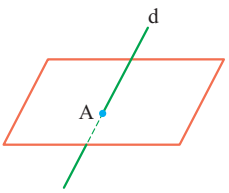
نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
هندسه	**زوج‌درس دهم:** فصل چهارم صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶ **زوج‌درس یازدهم:** فصل سوم صفحه‌های ۶۱ تا ۷۳	۲	۱۲	علیرضا نصرالهی	زهرا جالینوسی

فصل ۴ هندسه دهم

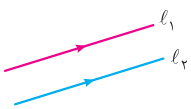
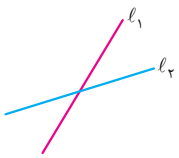
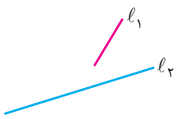
صورت‌های مختلف نمایش صفحه

۱) سه نقطهٔ غیرواقع بر یک راستا 	۲) دو خط متقاطع 	۳) دو خط موازی
۴) یک خط و نقطه‌ای خارج آن	۵) یک نقطه و یک خط عمود بر صفحه 	

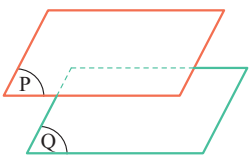
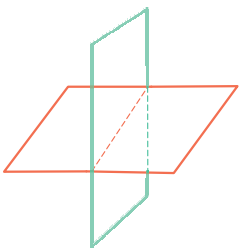
اوضاع نسبی خط و صفحه در فضا

۱) توازی 	۲) تقاطع 	۳) انطباق

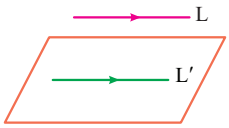
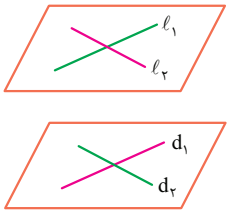
اوضاع نسبی دو خط در فضا

۱) موازی 	۲) متقاطع 	۳) متنافر 

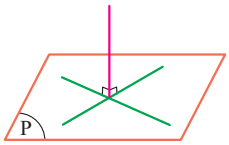
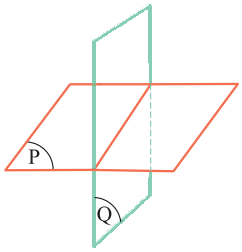
اوضاع نسبی دو صفحه در فضا

۱) توازی 	۲) تقاطع 

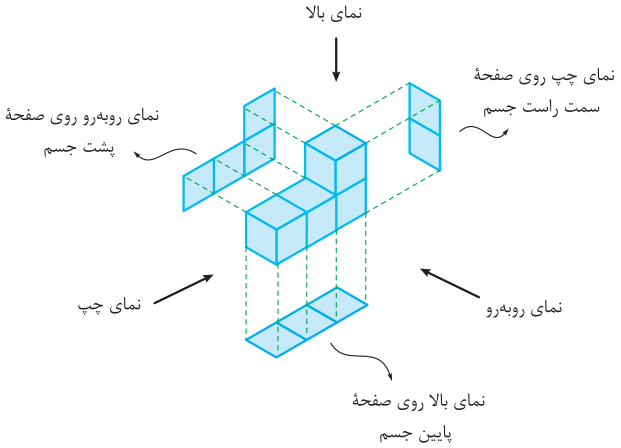
شرط موازی‌بودن

خط با صفحه	صفحه با صفحه
خط L با صفحهٔ P موازی است اگر و تنها اگر با یکی از خط‌های صفحهٔ P موازی باشد. 	اگر دو خط متقاطع از صفحه‌ای با دو خط متقاطع از صفحه‌ای دیگر دو به دو موازی باشد، آن دو صفحه موازی‌اند. 

شرط عمودبودن

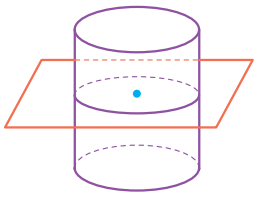
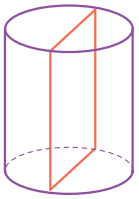
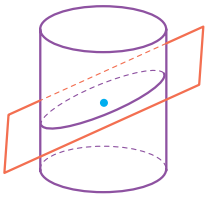
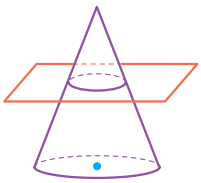
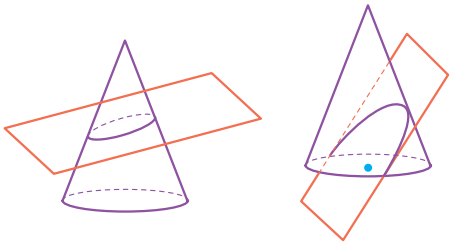
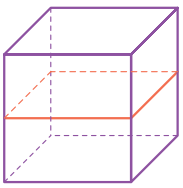
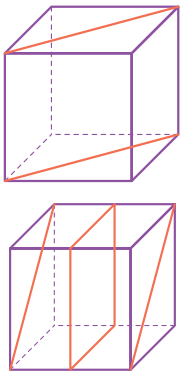
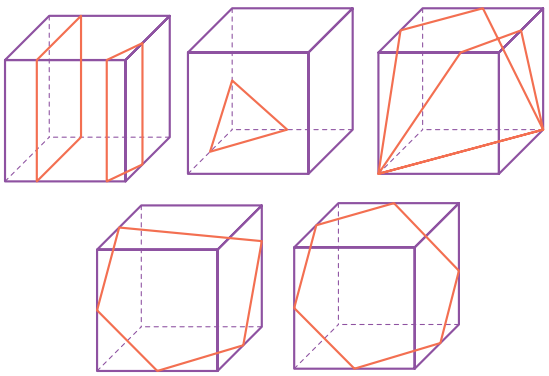
خط بر صفحه	صفحه بر صفحه
خط L بر صفحهٔ P عمود است اگر و تنها اگر صفحهٔ P را قطع کند و بر دو خط غیرموازی آن عمود باشد. 	صفحهٔ P بر صفحهٔ Q عمود است هرگاه خطی در یکی از دو صفحه وجود داشته باشد که بر صفحهٔ دیگر عمود باشد. 

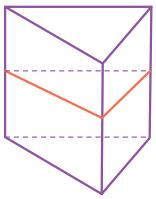
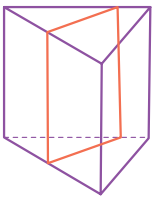
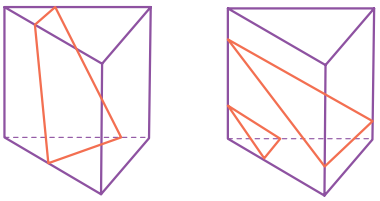
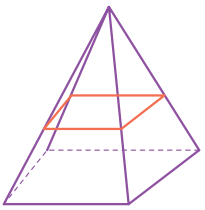
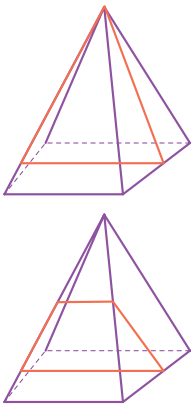
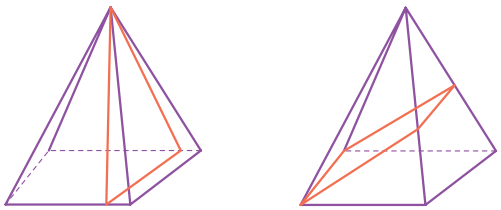
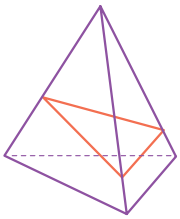
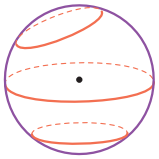
نماهای سه‌گانهٔ شکل‌های هندسی



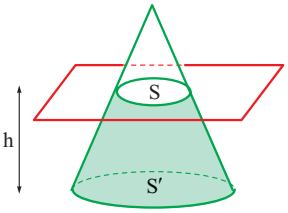
برش

سطح مقطع: شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم سه‌بعدی حاصل می‌شود.

نوع برش / نام حجم	افقی	قائم	مایل
استوانه	مقطع حاصل: دایره 	مقطع حاصل: مستطیل 	مقطع حاصل: بیضی 
مخروط	مقطع حاصل: دایره (صفحه عمود بر محور مخروط است) 	—	مقطع حاصل: بیضی (صفحه غیرعمود بر محور و غیرموازی با مولد است) مقطع حاصل: سهمی (صفحه موازی مولد است) 
مکعب	مقطع حاصل: مربع 	مقطع حاصل: مربع یا مستطیل 	مقطع حاصل: ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین و به طور کلی ذوزنقه شش‌ضلعی، پنج‌ضلعی، مثلث، مستطیل، مربع و ... 

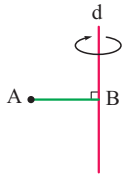
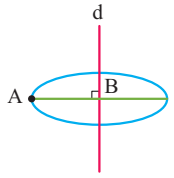
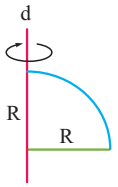
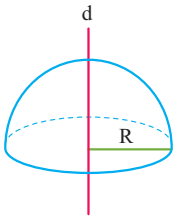
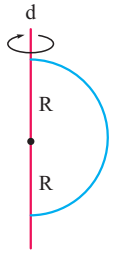
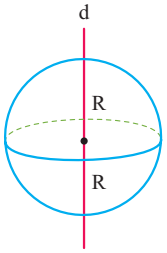
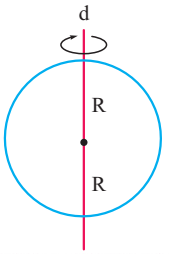
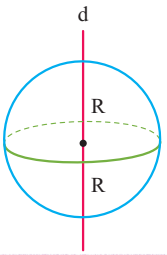
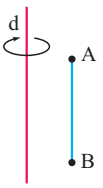
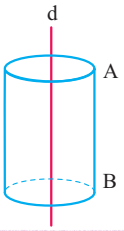
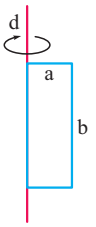
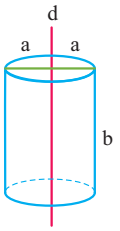
نوع برش / نام حجم	افقی	قائم	مایل
منشور مثلث القاعدهٔ قائم	مقطع حاصل: مثلث 	مقطع حاصل: مستطیل 	مقطع حاصل: ذوزنقه یا مثلث 
مربع القاعدهٔ منتظم	مقطع حاصل: مربع 	اگر صفحهٔ برش از رأس هرم بگذرد مقطع حاصل، مثلث متساوی‌الساقین در غیر این صورت مقطع حاصل، ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است. 	اگر صفحهٔ برش از رأس هرم بگذرد، مقطع حاصل مثلث و در غیر این صورت مقطع حاصل، ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است. 
هرم مثلث القاعده	مقطع حاصل: تحت هر شرایطی مثلث خواهد بود. 		
کره	مقطع حاصل تحت هر شرایطی دایره خواهد بود. بزرگ‌ترین این دایره‌ها معروف به دایرهٔ عظیمه است و در شرایطی ایجاد می‌شود که صفحهٔ برش دقیقاً از مرکز کره عبور کند. 		

مخروط ناقص: هرگاه یک مخروط را با صفحه‌ای موازی قاعده‌اش قطع دهیم، قسمتی از مخروط که بین صفحهٔ مفروض و صفحهٔ قاعده واقع می‌شود را مخروط ناقص می‌نامیم.

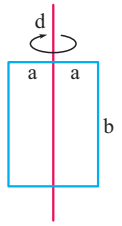
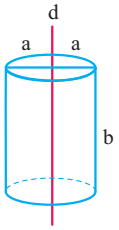
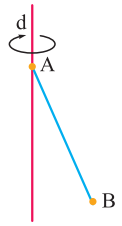
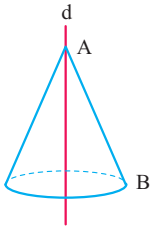
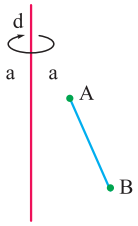
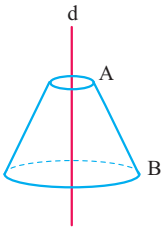
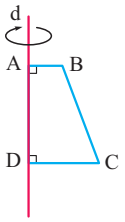
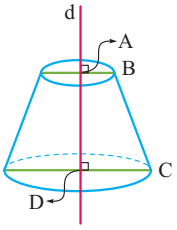
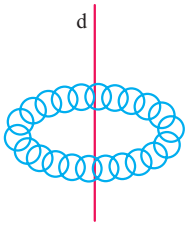
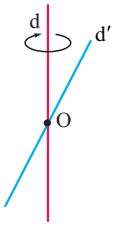
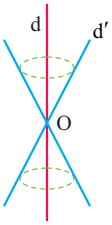
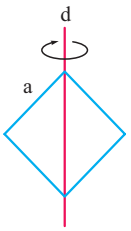
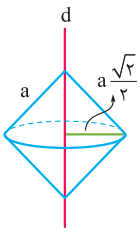


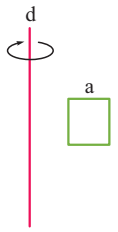
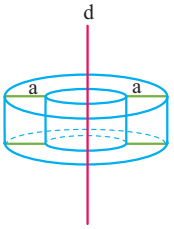
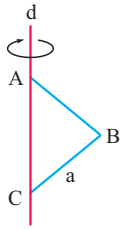
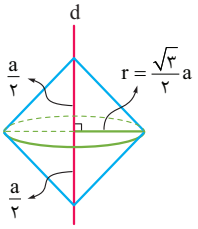
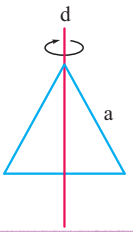
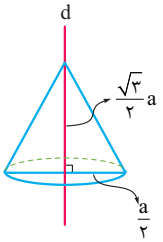
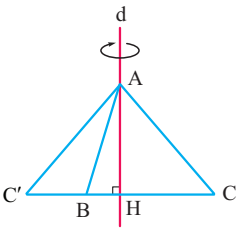
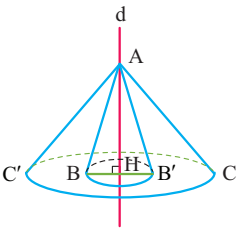
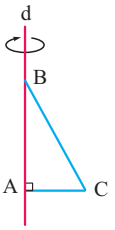
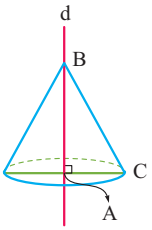
$$V = \frac{h}{۳}(S + S' + \sqrt{SS'})$$

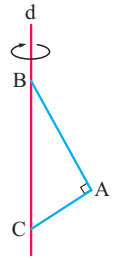
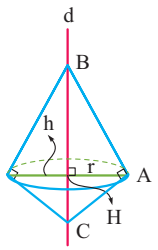
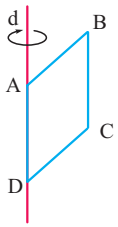
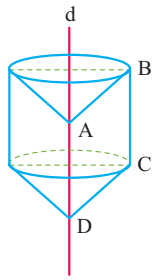
دوران حول محور

توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
دوران یک پاره‌خط حول محور عمود بر آن و متقاطع با آن سطح یک دایره را ایجاد می‌کند.		
دوران ربع دایره حول برخی از شعاع‌هایش (مانند شکل مقابل) یک نیم کرهٔ توپر ایجاد می‌کند.		
دوران نیم‌دایره حول قطرش یک نیم‌کرهٔ توپر ایجاد می‌کند.		
دوران دایره حول قطرش یک نیم کرهٔ توپر ایجاد می‌کند.		
دوران یک پاره‌خط حول محوری که با آن موازی است، یک استوانهٔ توخالی ایجاد می‌کند.		
دوران مستطیل حول طولش یک استوانهٔ توپُر ایجاد می‌کند.		

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

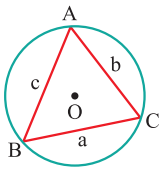
توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
دوران مستطیل حول محور تقارنش یک استوانهٔ توپُر ایجاد می‌کند.		
دوران پاره‌خط حول محور غیرعمود و متقاطع با آن، یک سطح مخروطی ایجاد می‌کند.		
دوران پاره‌خط حول محور غیرعمود و غیرمتقاطع با آن، یک سطح مخروطی ناقص ایجاد می‌کند.		
دوران ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه حول ضلع قائمه‌اش، یک مخروط ناقص ایجاد می‌کند.		
دوران یک دایره حول خطی خارج آن و موازی صفحهٔ آن، شکلی مانند تیوپ ایجاد می‌کند.		
دوران خط d' با محور دوران d که با آن متقاطع است، ولی بر آن عمود نیست، دو سطح مخروطی در یک رأس مشترک، به نام سطح مخروطی دوار ایجاد می‌کند.		
دوران مربع حول قطرش، دو مخروط با قاعدهٔ مشترک ایجاد می‌کند.		

توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
دوران مربع حول محور موازی ضلعش، دو استوانهٔ درون هم ایجاد می‌کند که بیرونی توپر و درونی توخالی است.		
مهم: دوران مثلث متساوی‌الاضلاع حول ضلعش، دو مخروط یکسان در یک قاعدهٔ مشترک ایجاد می‌کند.		
دوران مثلث متساوی‌الاضلاع حول ارتفاعش یک مخروط ایجاد می‌کند.		
دوران مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع وارد بر ساقش، دو مخروط درون هم ایجاد می‌کند.		
دوران مثلث قائم‌الزاویه حول ضلع قائمه‌اش، یک مخروط ایجاد می‌کند.		

توضیحات	شکل پیش از دوران	شکل پس از دوران
مهم: دوران مثلث قائم‌الزاویه حول وترش، دو مخروط نابرابر ایجاد می‌کند که از قاعده به هم چسبیده‌اند. روابط موردنیاز برای محاسبهٔ شعاع قاعده و ارتفاع مخروط‌ها: $\begin{cases} AB^2 = BH.BC, AC^2 = CH.BC \\ AB.AC = r.BC \end{cases}$		
دوران متوازی‌الاضلاع حول یکی از اضلاع آن.		

روابط طولی در مثلث

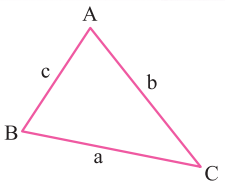
قضیهٔ سینوس‌ها

رابطه	شکل
$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=2R$	

روابط مربوط به شعاع دایرهٔ محیطی و محاطی مثلث

شعاع دایرهٔ محاطی مثلث	شعاع دایرهٔ محیطی مثلث
$r=\frac{S}{p}$	$R=\frac{abc}{4S}$
$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r}$	$R=\frac{a}{2\sin\hat{A}}=\frac{b}{2\sin\hat{B}}=\frac{c}{2\sin\hat{C}}$

قضیهٔ کسینوس‌ها

رابطه	شکل
$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$ $b^2=a^2+c^2-2ac\cos\hat{B}$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\hat{C}$	

تشخیص نوع مثلث

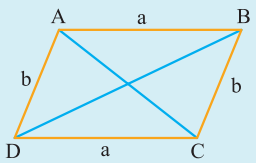
یکی از نتایج قضیهٔ کسینوس‌ها رابطهٔ $\cos\hat{A}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ می‌باشد که با توجه به آن داریم:

مثلث حاده‌الزاویه	مثلث قائم‌الزاویه	مثلث منفرجه‌الزاویه
$\hat{A}<90 \Rightarrow \cos\hat{A}>0$	$\hat{A}=90 \Rightarrow \cos\hat{A}=0$	$\hat{A}>90 \Rightarrow \cos\hat{A}<0$
$a^2<b^2+c^2$	$a^2=b^2+c^2$	$a^2>b^2+c^2$

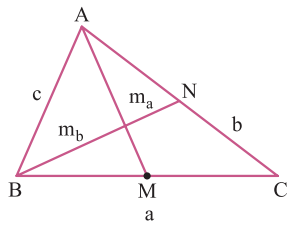
نکته

با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها در متوازی‌الاضلاع ABCD داریم:

$$AC^2+BD^2=2(a^2+b^2)$$

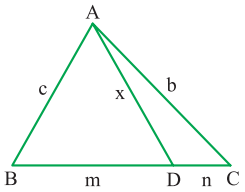


رابطهٔ طول میانه

رابطه‌ها	شکل
$b^2+c^2=\frac{a^2}{2}+2m_a^2$ $a^2+c^2=\frac{b^2}{2}+2m_b^2$ $a^2+b^2=\frac{c^2}{2}+2m_c^2$ $m_a^2+m_b^2+m_c^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$	

قضیهٔ استوارت

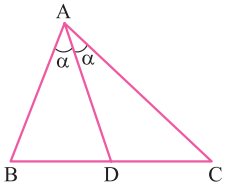
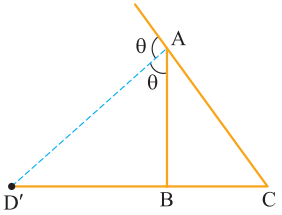
اگر AD یک پاره‌خط دلخواه درون مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باشد، داریم:



$$x^2=\frac{mb^2+nc^2}{m+n}-mn$$

قضیهٔ نیمسازها

اگر AD و AD' به ترتیب نیمسازهای داخلی و خارجی زاویهٔ A در مثلث ABC باشند، داریم:

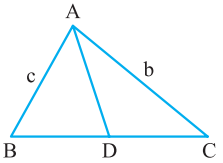
نیمساز داخلی	نیمساز خارجی
$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}$ 	$\frac{BD'}{CD'}=\frac{AB}{AC}$ 

نکته

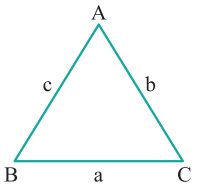
برای محاسبهٔ طول نیمساز از رابطهٔ روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$$AD^2=AB\times AC-BD\times CD$$

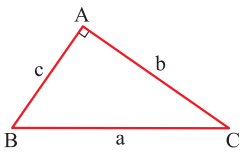
محاسبهٔ طول نیمساز با داشتن دو ضلع و زاویهٔ بین

رابطهٔ کلی	$\hat{A}=60^\circ$	$\hat{A}=90^\circ$	$\hat{A}=120^\circ$
 $AD=\cos\frac{\hat{A}}{2}\times\frac{2bc}{b+c}$	$AD=\sqrt{3}\times\frac{bc}{b+c}$	$AD=\sqrt{2}\times\frac{bc}{b+c}$	$AD=\frac{bc}{b+c}$

قضیهٔ هرون

رابطه	شکل
$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\frac{a+b+c}{۲}$	

هرون در مثلث قائم‌الزاویه

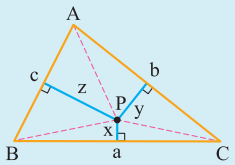


۱) $S=p(p-a)$

۲) $S=(p-b)(p-c)$

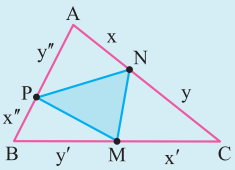
نکته

- اگر p نقطه‌ای دلخواه درون مثلث ABC باشد، مساحت مثلث برابر است با:



$$S=\frac{ax+by+cz}{۲}$$

- اگر M، N و P نقاطی دلخواه بر روی اضلاع مثلث ABC باشند، داریم:



$$\frac{S_{\text{مثلث } MNP}}{S_{\text{مثلث } ABC}}=\frac{xx'x''+yy'y''}{abc}$$