آزمون حضوری
شماره دو

رشته انسانی

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

ویژه کنکور
۱۴۰۳

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی (انسانی)	**زوج‌درس دهم**: فصل دوم صفحه‌های ۳۹ تا ۷۰ **زوج‌درس یازدهم**: فصل دوم صفحه‌های ۲۱ تا ۵۴	۲	۱۴	علی شهرابی	صادق محمدی

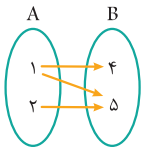
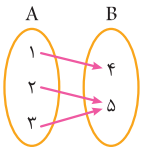
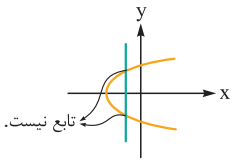
تابع دهم

مقدمات

۱ شرط تساوی دو زوج مرتب (a,b) و (c,d) ← $\begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$

۲ تعریف تابع: دستگاهی که به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی می‌دهد.

۳ روش‌های نمایش یک تابع:

روش نمایش	شرط تابع‌بودن	مثال
۱) پیکانی	از هر عضو مجموعهٔ مبدأ، باید دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد.	 تابع نیست.  تابع است.
۲) زوج مرتبی	مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها نباید برابر باشد.	تابع است. ← $\{(۱,۴),(۲,۶),(-۱,۶)\}$
	اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب برابر بود، باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشد.	تابع نیست. ← $\{(۱,۴),(۲,۵),(۱,۸)\}$
۳) جدولی	مؤلفه‌های سطر مربوط به xها نباید یکسان باشد. اگر مؤلفه‌های x یکسان داشتیم، مؤلفه‌های yشان هم باید یکسان باشد.	x: ۲ ۵ ۴ ۵ y: −۱ ۸ ۶ ۲ تابع نیست.
۴) نموداری	اگر خطی موازی محور yها پیدا شود، که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، آن نمودار مربوط به یک تابع نیست و اگر چنین خطی پیدا نشود، تابع است.	
۵) توصیفی	با توجه به جملهٔ توصیفی، اگر به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی داشته باشیم، آن رابطه، تابع است.	رابطه‌ای که به هر فرد، کتاب‌هایش را نسبت می‌دهد: ورودی: انسان‌ها خروجی: کتاب‌ها چون هر شخص می‌تواند، بیش از یک کتاب داشته باشد، پس تابع نیست.

۴ تعداد کل توابع از یک مجموعهٔ nعضوی به یک مجموعهٔ mعضوی، برابر با m^n است.

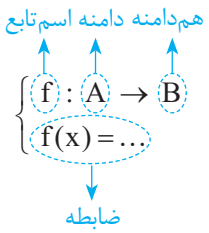
ضابطهٔ تابع

۱ هر تابعی یک ورودی دارد که معمولاً با x نشان می‌دهیم. با توجه به ضابطهٔ تابع، یک خروجی از تابع بیرون می‌آید.

ضابطهٔ تابع f را به صورت $f(x)=\cdots$ نشان می‌دهیم.

به مقادیر ورودی و خروجی تابع هم به ترتیب دامنه و برد می‌گوییم.

نمایش کامل یک تابع به صورت مقابل است:



در مورد هم‌دامنه باید بدانیم که برد، بخشی یا کل هم‌دامنه است: هم‌دامنه ⊇ برد

۲ در تبدیل جملات فارسی به زبان ریاضی، چند اصطلاح پرکاربرد داریم که در جدول زیر آورده‌ایم:

اسم اصطلاح	معنی	مثال با x
قرینه	پشت عدد، منفی می‌گذاریم.	$-x$
معکوس (وارون)	جای صورت و مخرج را عوض می‌کنیم.	$\frac{۱}{x}$
مربع (مجذور)	عدد به توان ۲	$x^۲$
مکعب	عدد به توان ۳	$x^۳$
جذر	رادیکالِ عدد	$\sqrt{x}$
نصف، ثلث، ربع و خمس	به ترتیب $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۳}$، $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۵}$ عددی	$\frac{x}{۲}$، $\frac{x}{۳}$، $\frac{x}{۴}$ و $\frac{x}{۵}$

۳ وقتی می‌خواهیم عبارات فارسی را به ریاضی تبدیل کنیم، از سمت چپ به راست عمل می‌کنیم.

مثلاً «مکعب نصف عددی»، اول نصف و بعد مکعب را اثر می‌دهیم: (مرحلهٔ ۲ مرحلهٔ ۱)

عدد اولیه: $x \Rightarrow$ نصف: $\frac{x}{۲} \Rightarrow$ مکعب: $(\frac{x}{۲})^۳ = \frac{x^۳}{۸}$

۴ مجموعهٔ اصلی اعداد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

اسم	نماد	اعضا
طبیعی	$\mathbb{N}$	$\{۱,۲,۳,...\}$
حسابی	$\mathbb{W}$ یا $\mathbb{I}$	$\{۰,۱,۲,۳,...\}$
صحیح	$\mathbb{Z}$	$\{...,-۲,-۱,۰,۱,۲,...\}$
گویا	$\mathbb{Q}$	تمام اعداد کسری که صورت و مخرجشان عدد صحیح است.
حقیقی	$\mathbb{R}$	تمام اعدادی که ما می‌شناسیم! (به‌جز $\sqrt[\text{زوج}]{\text{منفی}}$)
گنگ	$\mathbb{Q}'$	$\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

دامنه و برد

۱ تعریف دامنه و برد:

	تعریف	نماد
دامنه	مجموعهٔ همهٔ مقادیری که متغیر مستقل (x) می‌تواند بگیرد را دامنهٔ f می‌گوییم.	D_f
برد	مجموعهٔ همهٔ مقادیری که متغیر وابسته (y) می‌تواند بگیرد را بُرد f می‌گوییم.	R_f

۲ پیداکردن دامنه و برد در نمایش‌های مختلف یک تابع:

نمایش	دامنه	بُرد
زوج مرتبی	مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های اول	مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های دوم
پیکانی	همهٔ اعدادی که پیکان از آن‌ها خارج شده	همهٔ اعدادی که پیکان به آن‌ها وارد شده
جدولی	همهٔ اعداد سطر مربوط به x	همهٔ اعداد سطر مربوط به y
نموداری	مجموعهٔ طول (x) همهٔ نقاط نمودار	مجموعهٔ عرض (y) همهٔ نقاط نمودار
ضابطه‌ای	معمولاً دامنه را می‌دهند.	مقادیر تابع به ازای xهای دامنه

تابع خطی

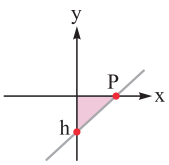
۱ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ برابر است با:

$$\text{شیب} = \frac{\text{اختلاف } y\text{ها}}{\text{اختلاف } x\text{ها}} \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

۲ اگر سه نقطهٔ A، B و C روی یک خط باشند، آن‌گاه باید:

$$\underbrace{m_{AB} = m_{AC} = m_{BC}}_{\text{۲تاشو برابر قرار بدین کافیه}}$$

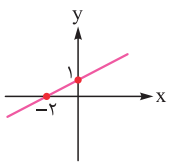
۳ نوشتن معادلهٔ خط:

	چه چیزهایی از خط را داریم	معادلهٔ خط	مثال
۱	شیب (m) و عرض از مبدأ (h)	$y = mx + h$	معادلهٔ خط با شیب ۲ و عرض از مبدأ ۵: $y = ۲x + ۵$
۲	شیب (m) و نقطهٔ $(x_۱, y_۱)$	$y - y_۱ = m(x - x_۱)$	معادلهٔ خط با شیب ۲ و گذرنده از نقطهٔ (۱,۶): $y - ۶ = ۲(x - ۱) \Rightarrow y = ۲x + ۴$
۳	دو نقطهٔ $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$	۱) ابتدا شیب را به دست می‌آوریم: $m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱}$	معادلهٔ خط گذرنده از نقاط (۲,۷) و (−۱,۱): ۱) $m = \frac{۷-۱}{۲-(-۱)} = \frac{۶}{۳} = ۲$
		۲) سپس از رابطهٔ $y - y_۱ = m(x - x_۱)$ استفاده می‌کنیم.	۲) $y - ۷ = ۲(x - ۲) \Rightarrow y = ۲x + ۳$
۴	طول از مبدأ (p) و عرض از مبدأ (h)	$\frac{x}{p} + \frac{y}{h} = ۱$ 	معادلهٔ خط با طول از مبدأ ۴ و عرض از مبدأ ۲: $\frac{x}{۴} + \frac{y}{۲} = ۱ \xrightarrow{\times ۲} \frac{x}{۲} + y = ۲ \Rightarrow y = \frac{-x}{۲} + ۲$

۴ برای رسم خط به دو نقطه از آن نیاز داریم. بهترین نقاط، محل برخورد خط با محورها هستند.

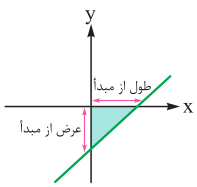
- برای به دست آوردن نقطهٔ برخورد خط با محور yها، کافی است x را صفر بدهیم (که جواب همان عرض از مبدأ است).
- برای به دست آوردن نقطهٔ برخورد خط با محور xها، کافی است y را صفر بدهیم (که جواب همان طول از مبدأ است).

مثال

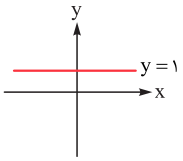
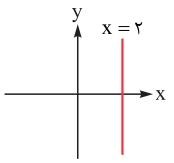
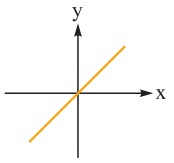
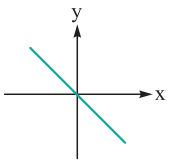
معادلهٔ خط	برخورد با محور xها	برخورد با محور yها	نمودار
$y = \frac{x}{۲} + ۱$	$y = ۰ \Rightarrow \frac{x}{۲} + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۲$ نقطه: (−۲,۰)	$x = ۰ \Rightarrow y = \frac{۰}{۲} + ۱ = ۱$ نقطه: (۰,۱)	

۵ مساحت مثلثی که هر تابع خطی با محورهای مختصات می‌سازد برابر است با:

$$S = \frac{|\text{عرض از مبدأ} \times \text{طول از مبدأ}|}{۲}$$



۶ چند خط خاص:

	معادله	نمودار
خطوط افقی	$y=b \rightarrow$ یه عدد	
خطوط عمودی	$x=a \rightarrow$ یه عدد	
نیمساز ناحیهٔ ۱ و ۳	$y=x$	
نیمساز ناحیهٔ ۲ و ۴	$y=-x$	

۷ ضابطهٔ هر تابع خطی شبیه یک معادلهٔ خط است و به صورت $y=mx+h$ یا $f(x)=mx+h$ می‌باشد.

۸ در تابع خطی (و هر تابعی) اگر $f(a)=b$ باشد، آن‌گاه نقطهٔ (a,b) روی f است.

۹ روش حل مسائل مربوط به دماسنج (یا هر وسیلهٔ دیگری) با رابطهٔ خطی:

مثال **اگر دماسنجی دمای ۱۰ درجهٔ سانتی‌گراد را با ۲۲ و دمای ۱۴ درجهٔ سانتی‌گراد را با ۴۲ نشان دهد، دمای ۱ درجهٔ سانتی‌گراد را با چه عددی نشان می‌دهد؟**

پاسخ مراحل حل: ۱) دو نقطه از خط داریم: $(۱۰,۲۲)$ و $(۱۴,۴۲)$

۲) محاسبهٔ شیب: $m=\frac{۴۲-۲۲}{۱۴-۱۰}=\frac{۲۰}{۴}=۵$

۳) نوشتن معادلهٔ خط: $y-۲۲=۵(x-۱۰) \Rightarrow y=۵x-۲۸$

۴) با جای‌گذاری $x=۱$ در رابطهٔ بالا: $y=۵(۱)-۲۸=-۲۳$

۱۰ اگر رابطهٔ بین x و y به صورت $y=mx+h$ باشد، آن‌گاه:

- به ازای هر واحد افزایش x، مقدار y، m واحد افزایش می‌یابد.
- به ازای هر واحد افزایش y، مقدار x، $\frac{۱}{m}$ واحد افزایش می‌یابد.

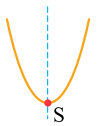
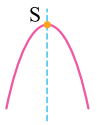
مثال رابطهٔ بین درجهٔ سانتی‌گراد و فارنهایت به شکل $F=\frac{۹}{۵}C+۳۲$ است.

- به ازای ۲۰ وا حد افزایش C، مقدار F، $\frac{۹}{۵}\times ۲۰=۳۶$ واحد افزایش می‌یابد.
- به ازای ۱۸ واحد افزایش F، مقدار C، $\frac{۵}{۹}\times ۱۸=۱۰$ واحد افزایش می‌یابد.

– تابع درجه‌دو (سهمی) –

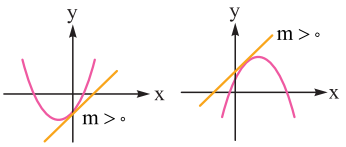
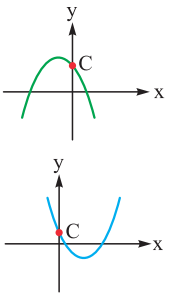
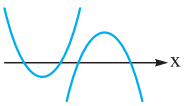
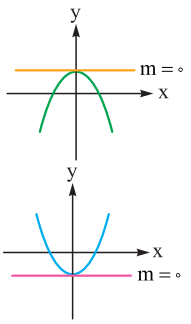
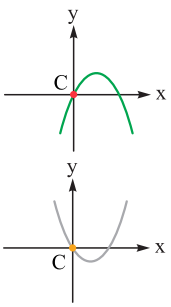
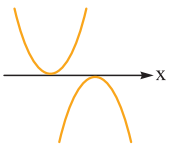
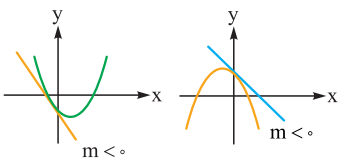
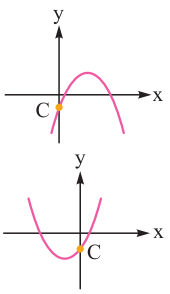
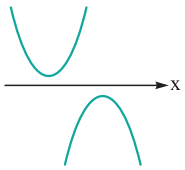
۱ فرم کلی معادلهٔ سهمی به شکل $f(x)=ax^2+bx+c$ با شرط $a\neq 0$ است.

۲ نکات اولیهٔ سهمی:

	شکل سهمی	مختصات رأس	محور تقارن	max یا min	برد
$a>0$		$(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a})$ یا $f(\frac{-b}{2a})$	$x=\frac{-b}{2a}$	$\min=\frac{-\Delta}{4a}$	$[\frac{-\Delta}{4a},+\infty)$
$a<0$				$\max=\frac{-\Delta}{4a}$	$(-\infty,\frac{-\Delta}{4a}]$

۳ علامت ضرایب a، b، c و Δ در سهمی $y=ax^2+bx+c$

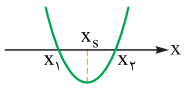
$\Delta \to b^2-4ac$

	a	b	c	Δ
علامت / چه‌جوری به دست می‌آید؟	دهانهٔ سهمی	شیب خط مماس بر سهمی در نقطهٔ برخوردش با محور yها	عرض نقطهٔ برخورد سهمی با محور yها	تعداد نقاط برخورد سهمی با محور xها
+				۲ برخورد 
۰	نمی‌شه!			در ۱ نقطه مماس 
−				بدون برخورد 

۴ در سهمی به معادلهٔ $y=a(x-\alpha)^{۲}+\beta$، نقطهٔ (α,β) رأس سهمی است.

مثلاً در سهمی $y=۲(x+۷)^{۲}+۵$، نقطهٔ $(-۷,۵)$ رأس سهمی است.

۵ میانگین طول نقاط برخورد سهمی با محور xها، همان طول رأس است:



$$x_S=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$$

۶ نوشتن معادلهٔ سهمی در چند حالت خاص:

	چیزهایی که داریم	ضابطهٔ سهمی	نکتهٔ تکمیلی
۱	سهمی در $x_۱$ و $x_۲$، محور xها را قطع کند	$y=a(x-x_۱)(x-x_۲)$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در معادلهٔ سهمی صدق می‌دهیم.
۲	نقطهٔ (x_S,y_S) رأس سهمی است.	$y=a(x-x_S)^{۲}+y_S$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در معادلهٔ سهمی صدق می‌دهیم.
۳	سهمی در نقطهٔ $(x_۱,۰)$ بر محور x مماس است.	$y=a(x-x_۱)^{۲}$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در معادلهٔ سهمی صدق می‌دهیم.
۴	سه نقطه از سهمی	$y=ax^{۲}+bx+c$	با حل سه معادله سه مجهول، ضرایب را پیدا می‌کنیم.

۷ محاسبهٔ بیشترین یا کم‌ترین مقدار یک عبارت درجه‌دو (روش کلی) با یک مثال:

فرض کنید مجموع دو برابر عددی با سه برابر عدد دیگری ۱۲ است. بیشترین مقدار حاصل‌ضرب این دو عدد چه‌قدر است؟

گام اول: دو عدد را x و y می‌گیریم و رابطهٔ بینشان را می‌نویسیم:

$$۲x+۳y=۱۲$$

گام دوم: یکی را برحسب دیگری می‌نویسیم (مثلاً y برحسب x):

$$۳y=-۲x+۱۲ \xrightarrow{\div ۳} y=\frac{-۲}{۳}x+۴$$

گام سوم: حاصل‌ضرب x و y را تشکیل می‌دهیم:

$$x.y=x(\frac{-۲}{۳}x+۴)=\underbrace{\frac{-۲}{۳}}_{a}x^{۲}\underbrace{+۴}_{b}x\underbrace{+۰}_{c}$$

گام چهارم: برای به دست آوردن max عبارت بالا، کافی است $\frac{-\Delta}{۴a}$ را تشکیل دهیم:

$$max=-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{۴^{۲}-۴(\frac{-۲}{۳})(۰)}{۴(\frac{-۲}{۳})}=\frac{۱۶}{\frac{۸}{۳}}=۶$$

۸ محاسبهٔ بیشترین یا کم‌ترین مقدار یک عبارت درجه‌دو (روش سریع) با یک مثال:

- اگر $ax+by=c$ باشد (به شرط $ab>۰$)، زمانی xy ماکزیمم می‌شود که ax و by هر دو برابر با نصفِ c یعنی $\frac{c}{۲}$ باشند:

$$\left.\begin{array}{l} ax=\frac{c}{۲} \Rightarrow x=\frac{c}{۲a} \\ by=\frac{c}{۲} \Rightarrow y=\frac{c}{۲b} \end{array}\right\} \Rightarrow xy=\frac{c}{۲a}\times\frac{c}{۲b}=\underbrace{\frac{c^{۲}}{۴ab}}_{\text{بیشترین مقدار xy}}$$

- مثلاً اگر $۲x+۳y=۱۲$ باشد و ما ماکزیمم xy را بخواهیم، باید ۲x و ۳y برابر با $\frac{۱۲}{۲}$ یعنی ۶ باشند:

$$\underbrace{۲x}_{۶}+\underbrace{۳y}_{۶}=۱۲ \Rightarrow \begin{cases} ۲x=۶ \Rightarrow x=۳ \\ ۳y=۶ \Rightarrow y=۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{ماکزیمم xy}} xy=۳\times۲=۶$$

بازاریابی

۱ در بازاریابی با ۳ تابع کار داریم: $\underbrace{\text{تابع درآمد}}_{R(x)}$، $\underbrace{\text{تابع هزینه}}_{C(x)}$ و $\underbrace{\text{تابع سود}}_{P(x)}$

۲ اگر سؤال یکی از توابع درآمد و هزینه را نداده بود، آن‌ها را به کمک روابط زیر پیدا می‌کنیم:

تابع درآمد	قیمت هر کالا × تعداد کالا = درآمد	$R(x) = \underset{\text{تعداد}}{x} \cdot \overset{\text{قیمت}}{p}$
تابع هزینه	(هزینهٔ هر کالا × تعداد کالا) + هزینهٔ ثابت = هزینهٔ کل	$C(x) = \overset{\text{هزینهٔ هر کالا}}{a}\underset{\text{تعداد}}{x} + \underset{\text{هزینهٔ ثابت}}{b}$

۳ رابطهٔ بین ۳ تابع: $\underbrace{P(x)}_{\text{سود}} = \underbrace{R(x)}_{\text{درآمد}} - \underbrace{C(x)}_{\text{هزینه}}$

۴ در سؤالات ما، تابع سود یک تابع درجه‌دو با $a < 0$ است که ماکزیمم دارد. ماکزیمم سود به ازای فروش $\frac{-b}{2a}$ کالا به دست می‌آید و مقدار ماکزیمم سود برابر با $P(\frac{-b}{2a})$ یا $\frac{-\Delta}{4a}$ است.

۵ نقطهٔ سربه‌سر: تعداد کالایی که به ازای آن مقدار از فروش، هزینه و درآمد برابر می‌شود یا به عبارتی تا آن‌جا یربه‌یر کرده‌ایم.

از حل یکی از دو معادلهٔ روبه‌رو، نقطهٔ سربه‌سر به دست می‌آید:

$$\underbrace{P(x)}_{\text{سود}} = 0$$

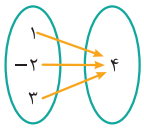
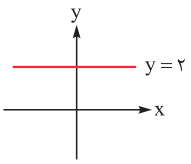
$$\begin{cases} \underbrace{R(x)}_{\text{درآمد}} = \underbrace{C(x)}_{\text{هزینه}} \end{cases}$$

تابع یازدهم

– تابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی –

۱ تابع ثابت: تابعی که برد آن فقط یک عضو دارد را تابع ثابت می‌نامیم.

۲ نمایش‌های مختلف تابع ثابت:

نمایش تابع	ویژگی تابع ثابت	مثال
زوج مرتبی	مؤلفهٔ دوم تمام زوج مرتب‌ها یکسان است.	$\{(۱,۳),(۲,۳),(-۴,۳)\}$
پیکانی	تمام پیکان‌ها به یک عدد وارد می‌شود.	
نموداری	روی یک خط افقی قرار دارد.	
ضابطه‌ای	$f(x)=c$	$f(x)=۲$ یا $f(x)=\frac{-۷}{۳}$

۳ در نمایش ضابطه‌ای تابع ثابت، ضریب x، $x^۲$، $x^۳$ و ... باید صفر باشد. مثلاً اگر $f(x)=(a-۲)x^۲+(b+۱)x+ab$ تابعی ثابت باشد، باید $a-۲$ و $b+۱$ صفر باشند، یعنی $a=۲$ و $b=-۱$.

۴ در توابع چندضابطه‌ای برای محاسبهٔ مقدار $f(x)$ باید دقت کنید a در کدام محدوده از دامنه‌ها قرار می‌گیرد. در هر محدوده‌ای که بود از همان ضابطه هم باید استفاده کنید.

مثلاً در تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+۲x & x\geq ۱ \\ ۲x-۴ & x<۱ \end{cases}$ برای محاسبهٔ $f(-۱)$، سراغ ضابطهٔ پایینی می‌رویم (چون $x=-۱$ در محدودهٔ $x<۱$ قرار دارد):

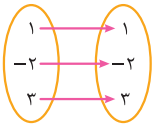
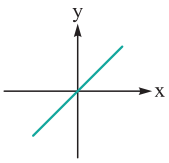
$$x<۱: f(x)=۲x-۴ \xrightarrow{x=-۱} f(-۱)=۲(-۱)-۴=-۶$$

۵ اگر قرار باشد رابطهٔ $f(x)=\begin{cases} A & x\geq k \\ B & x\leq k \end{cases}$ یک تابع باشد، باید مقدار عبارات A و B به ازای $x=k$ یکسان شود. مثلاً برای آن‌که $f(x)=\begin{cases} x^۲+m & x\geq ۱ \\ ۳x+۱ & x\leq ۱ \end{cases}$ تابع باشد، باید مقدار $x^۲+m$ و $۳x+۱$ به ازای $x=۱$ برابر باشند:

$$۱^۲+m=۳(۱)+۱ \Rightarrow ۱+m=۴ \Rightarrow m=۳$$

۶ تابع همانی: تابعی که به ازای هر عددی که وارد شود، همان عدد از آن خارج می‌شود. مثلاً اگر $f(a)=b$ شد، باید $a=b$ باشد.

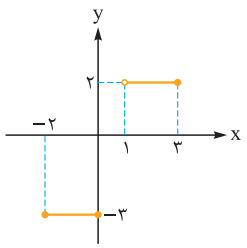
۷ نمایش‌های مختلف تابع همانی:

نمایش تابع	ویژگی تابع ثابت	مثال
زوج مرتبی	مؤلفهٔ اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابر است.	$\{(۲,۲),(-۳,-۳),(\sqrt{۵},\sqrt{۵})\}$
پیکانی	اعداد سر و ته هر پیکان، یکسان‌اند.	
نموداری	روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارد.	
ضابطه‌ای	$f(x)=x$	☺

۸ در نمایش ضابطه‌ای تابع همانی، ضریب x یک می‌باشد و ضریب $x^۲$، $x^۳$، ... صفر و عدد ثابت هم صفر می‌شود. مثلاً اگر تابع $f(x)=(a-۲)x^۲+(b-۳)x+c-۱$ تابعی همانی باشد، باید $a-۲$ و $c-۱$ صفر و هم‌چنین $b-۳$ برابر با یک باشد، یعنی $a=۲$، $b=۴$ و $c=۱$ هستند.

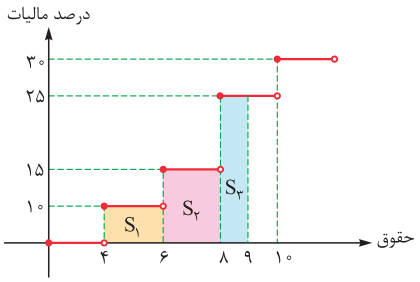
توابع پلکانی، علامت و جزء صحیح

۱ تابع پلکانی:

تعریف	نمودارش!	مثال ضابطه‌ای	نمودار مربوط به مثال
تابعی چندضابطه‌ای که همهٔ ضابطه‌هایش تابع ثابت هستند.	از چند خط افقی تشکیل شده است.	$f(x)=\begin{cases} ۲ & ۱<x\le ۳ \\ -۳ & -۲\le x\le ۰ \end{cases}$	

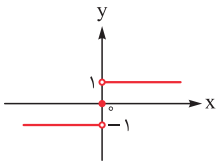
۲ محاسبهٔ مالیات یا قبض آب و برق از روی نمودار پلکانی: در نمودار پلکانی مالیات بر حقوق یا هزینهٔ برق مصرفی، اگر مقدار مالیات یا هزینهٔ برق مصرفی را به ازای $x=a$ خواستند، باید مساحت زیر نمودار تا محور xها را از $x=۰$ تا $x=a$ به دست آوریم.

مثلاً در نمودار زیر، مالیات کسی که حقوقش ۹ میلیون است، از جمع سه مساحت رنگی به دست می‌آید:



$$\text{مالیات}=S_۱+S_۲+S_۳$$

۳ تابع علامت (sign):

ضابطه	نمودار	دامنه و برد
$\text{sign}(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$		$D=\mathbb{R}$ $R=\{-1,0,1\}$

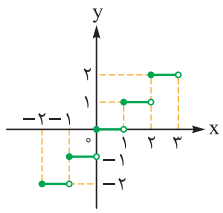
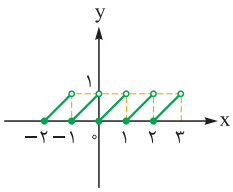
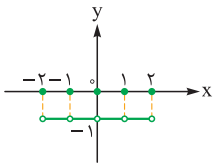
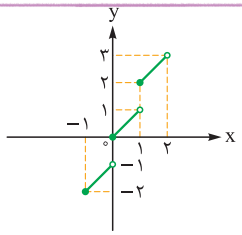
● ستون سمت راست را می‌توانیم به شکل زیر هم بیان کنیم:

$\text{sign}(\text{عدد منفی})=-1$ $\quad$ $\text{sign}(\text{صفر})=0$ $\quad$ $\text{sign}(\text{عدد مثبت})=1$

۴ تعریف جزء صحیح یا براکت:

تعریف	جزء صحیح هر عدد صحیح، خودش می‌شود: $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow[x]=x$	$[4]=4$
	جزء صحیح هر عدد غیرصحیح، عدد صحیح ماقبل آن می‌شود: $k<x<k+1\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}[x]=k$	$[-3/2]=-4$ یا $[3/2]=3$

۵ نمودارهای مهم توابع براکتی:

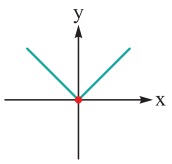
ضابطه	$y=[x]$	$y=x-[x]$	$y=[x]+[-x]$	$y=x+[x]$
نمودار				
برد	$\mathbb{Z}$	$[0,1)$	$\{-1,0\}$	$\cdots\cup[0,1)\cup[2,3)\cup\cdots$

۶ ویژگی‌های مهم براکت:

	ویژگی	توضیح یا مثال
۱	$[u]\in\mathbb{Z}$	حاصل براکت، همواره عددی صحیح است. مثلاً $[x]=\frac{۵}{۲}$، هیچ جوابی ندارد.
۲	$[u]=k \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k\le u<k+۱$	$[x]=۴ \Rightarrow ۴\le x<۵$
۳	$۰\le u-[u]<۱$	$۰\le ۲x-[۲x]<۱$
۴	$[u]+[-u]=\begin{cases}۰ & u\in\mathbb{Z}\\ -۱ & u\notin\mathbb{Z}\end{cases}$	☺
۵	$k\in\mathbb{Z} \Rightarrow [u\pm k]=[u]\pm k$	$[x+۳]=[x]+۳$

– تابع قدرمطلق –

۱ تابع $y=|x|$:

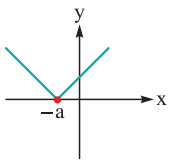
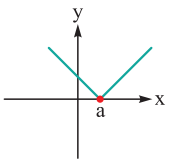
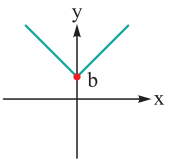
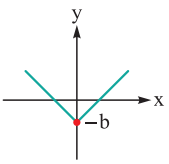
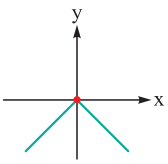
نمودار	نمایش دوضابطه‌ای	دامنه	برد
	$\lvert x\rvert=\begin{cases}x & x\ge ۰\\ -x & x<۰\end{cases}$	$\mathbb{R}$	$y\ge ۰$

۲ دوضابطه‌ای نوشتن تابع $y=|ax+b|$ (با شرط $a>۰$):

نقطهٔ شکستگی نمودار	دوضابطه‌ای نوشتن	مثال
ریشهٔ داخل قدرمطلق $=x$	$\lvert ax+b\rvert=\begin{cases}ax+b & x\ge \frac{-b}{a}\\ -(ax+b) & x\le \frac{-b}{a}\end{cases}$ ریشهٔ داخل قدرمطلق	$\lvert ۲x-۶\rvert=\begin{cases}۲x-۶ & x\ge ۳\\ -(۲x-۶) & x\le ۳\end{cases}$

تذکر علامت مساوی مربوط به دامنهٔ ضابطه‌ها، می‌تواند فقط در یکی از ضابطه‌ها باشد. (به دلخواه)

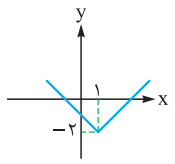
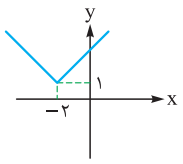
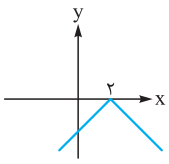
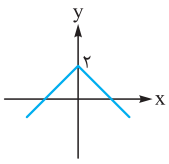
۳ انتقال‌ها روی نمودار $y=|x|$ (با فرض $a,b>۰$):

$y=\lvert x+a\rvert$	$y=\lvert x-a\rvert$	$y=\lvert x\rvert+b$	$y=\lvert x\rvert-b$	$y=-\lvert x\rvert$
a واحد به چپ	a واحد به راست	b واحد به بالا	b واحد به پایین	قرینه نسبت به محور xها
				

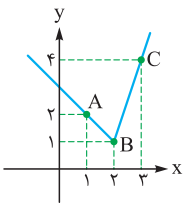
۴ ترتیب مراحل در رسم تابع $y=\pm|x\pm a|\pm b$:

$$y=\underset{\text{دوم}}{\pm}|x\underset{\text{اول}}{\pm}a|\underset{\text{سوم}}{\pm}b$$

۵ چند نمونه ببینید:

$y=\|x-۱\|-۲$	$y=\|x+۲\|+۱$	$y=-\|x-۲\|$	$y=-\|x\|+۲$
			

۶ رسم توابع به فرم « $y=\pm|\text{درجه‌یک}|\pm(\text{درجه‌یک})$ »

	توضیح مرحله	مثال
۱	ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق را تعیین می‌کنیم.	$f(x)=\|۲x-۴\|+x-۱$ $۲x-۴=۰ \Rightarrow x=۲$
۲	مقدار تابع را در ریشهٔ داخل قدرمطلق‌ها و یک عدد قبل و بعد از آن به دست می‌آوریم.	قبل از ریشه / ریشه / بعد از ریشه x: ۱ ، ۲ ، ۳ y: ۲ ، ۱ ، ۴ نقطه: A(۱,۲) ، B(۲,۱) ، C(۳,۴)
۳	نقاط بالا را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم.	

۷ برای حل معادله به فرم $|\square|=k$ (یه عدد مثبت)، باید دو معادلهٔ « $\square=k$ » و « $\square=-k$ » را حل کنیم.

اعمال جبری روی توابع

۱ ۴ عمل اصلی روی توابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

اسم عمل	نماد	تعریف ریاضی	دامنه
جمع دو تابع	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_f\cap D_g$
تفریق دو تابع	$f-g$	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$D_f\cap D_g$
ضرب دو تابع	fg	$(fg)(x)=f(x).g(x)$	$D_f\cap D_g$
تقسیم دو تابع	$\frac{f}{g}$	$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f\cap D_g-\{x\|g(x)=۰\}$

۲ اعمال جبری در نمایش زوج مرتبی با یک مثال:

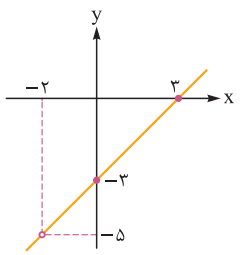
مثال فرض کنید $f=\{(۱,۴),(۲,۷),(۳,۱۰)\}$ و $g=\{(۲,-۱),(۳,۶),(۴,۱)\}$ باشد و ما $f+۲g$ را بخواهیم:

مرحلهٔ ۱	اشتراک دامنه‌های f و g را حساب می‌کنیم: $D_{f+۲g}=\{۲,۳\}$
مرحلهٔ ۲	مقدار $f+۲g$ را به ازای xهای دامنه به دست می‌آوریم: $x=۲: f(۲)+۲g(۲)=۷+۲(-۱)=۵ \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (۲,۵)$ $x=۳: f(۳)+۲g(۳)=۱۰+۲(۶)=۲۲ \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (۳,۲۲)$
مرحلهٔ ۳	$f+۲g=\{(۲,۵),(۳,۲۲)\}$

۳ محاسبهٔ برد توابع $f\,{}^{+}_{-}_{\times}_{\div}\,g$:

مرحلهٔ ۱	ابتدا دامنهٔ تابع $f\,{}^{+}_{-}_{\times}_{\div}\,g$ را حساب می‌کنیم.
مرحلهٔ ۲	ضابطهٔ $f\,{}^{+}_{-}_{\times}_{\div}\,g$ را تشکیل می‌دهیم.
مرحلهٔ ۳	برد تابع $f\,{}^{+}_{-}_{\times}_{\div}\,g$ را با استفاده از دامنه‌اش به دست می‌آوریم.

۴ نمودار توابعی به فرم $y=\frac{\text{عبارت درجه‌دو}}{\text{عبارت درجه‌یک}}$ که به ما می‌دهند حتماً یک ویژگی را دارد: «صورت کسر بعد از تجزیه با مخرج ساده می‌شود.»

برای مثال نمودار تابع $y=\frac{x^۲-x-۶}{x+۲}$ را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم:

	توضیح مرحله	مراحل روی مثال
۱	صورت و مخرج را تجزیه و کسر را ساده می‌کنیم.	$y=\frac{x^۲-x-۶}{x+۲}=\frac{(x-۳)\cancel{(x+۲)}}{\cancel{x+۲}}=x-۳$
۲	مقدار تابع جدید را به ازای ریشهٔ مخرج (یعنی $x=-۲$) حساب می‌کنیم.	$y=x-۳ \xrightarrow{x=-۲} y=-۵$
۳	نقطهٔ به دست آمده از مرحلهٔ قبل، نقطه‌ای است که نمودار تابع در آن توخالی است.	$A(-۲,-۵)$
۴	دو نقطه روی خط $y=x-۳$ مشخص می‌کنیم.	x: ۰ ، ۳ y: ۳- ، ۰ نقطه: (۰,۳-) ، (۳,۰)
۵	به کمک دو نقطهٔ مرحلهٔ قبل، نمودار را رسم می‌کنیم و نقطهٔ $A(-۲,-۵)$ را توخالی می‌گذاریم.