آزمون حضوری

شماره یک

خیلی سبز! آزمون

تجربی | ریاضی | انسانی

رشتهٔ انسانی

پایهٔ دهم

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی و آمار (۱)	فصل اول، درس ۱ و بخشی از درس ۲ صفحهٔ ۹ تا ۲۷	۲	۴	علی شهرابی	محسن فراهانی

معادلهٔ درجه‌اول و مسائل توصیفی

۱ معادله به فرم $ax+b=0$ با شرط $a\neq 0$ را یک معادلهٔ درجه‌اول می‌نامیم و جوابش $x=\frac{-b}{a}$ است.

۲ برای حل معادله‌های درجه‌اول کسری، بهتر است ابتدا دو طرف را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب کنیم تا از شرّ مخرج‌ها خلاص شویم.

مثال: $\frac{2x-1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{x+2}{6} \xrightarrow{\times 12} 3(2x-1)+4(1)=2(x+2) \rightarrow 6x-3+\cancel{4}=2x+\cancel{4} \rightarrow 4x=3 \rightarrow x=\frac{3}{4}$

۳ بعضی وقت‌ها سؤال، معادله را مستقیم به ما نمی‌دهد و با یک جمله در مورد یک مجهول با ما صحبت می‌کند. ما باید آن مجهول را x بگیریم و با اطلاعاتی که سؤال به ما می‌دهد، یک معادله برحسب x بنویسیم و آن را حل می‌کنیم.

۴ در تبدیل جملات فارسی به زبان ریاضی، چند اصطلاح پرکاربرد داریم که در جدول زیر آورده‌ایم:

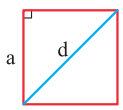
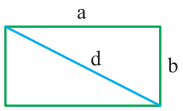
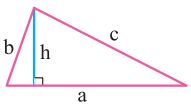
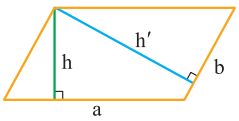
اسم اصطلاح	معنی	مثال با x
قرینه	پشت عدد، منفی می‌گذاریم.	$-x$
معکوس (وارون)	جای صورت و مخرج را عوض می‌کنیم.	$\frac{1}{x}$
مربع (مجذور)	عدد را به توان ۲ می‌رسانیم.	x^2
مکعب	عدد را به توان ۳ می‌رسانیم.	x^3
جذر	رادیکال عدد را می‌نویسیم.	$\sqrt{x}$
نصف، ثلث، ربع و خمس	به ترتیب $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ عددی	$\frac{x}{2}$، $\frac{x}{3}$، $\frac{x}{4}$ و $\frac{x}{5}$

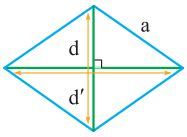
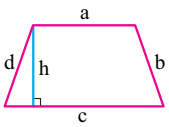
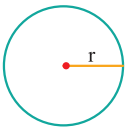
۵ وقتی می‌خواهیم عبارات فارسی را به ریاضی تبدیل کنیم، از سمت چپ به راست عمل می‌کنیم.

مثال «نصف (مرحلهٔ ۳) مجذور (مرحلهٔ ۲) یک واحد کم‌تر (مرحلهٔ ۱) از عددی»

x: عدد اولیه $\xrightarrow{\text{مرحلهٔ ۱}} x-1 \xrightarrow{\text{مرحلهٔ ۲}} (x-1)^2 \xrightarrow{\text{مرحلهٔ ۳}} \frac{(x-1)^2}{2}$

۶ روابط هندسی لازم برای حل مسائل توصیفی هندسی:

	شکل	محیط	مساحت	سایر روابط
مربع		ضلع × ۴	$\frac{(\text{قطر})^2}{2}$ یا $(\text{ضلع})^2$	قطر = $\sqrt{2}$ × ضلع
		$4a$	a^2 یا $\frac{d^2}{2}$	قطر $d=\sqrt{2}a$
مستطیل		(عرض + طول) × ۲	عرض × طول	قطر = $\sqrt{(\text{طول})^2+(\text{عرض})^2}$
		$2(a+b)$	ab	$d=\sqrt{a^2+b^2}$
مثلث		مجموع سه ضلع	$\frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2}$	☺
		$a+b+c$	$\frac{a\times h}{2}$	
متوازی‌الاضلاع		(مجموع دو ضلع مجاور) × ۲	قاعده × ارتفاع	☺
		$2(a+b)$	$a\times h$ یا $b\times h'$	

	شکل	محیط	مساحت	سایر روابط
لوزی		ضلع × ۴	$\frac{\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک}}{۲}$	$a^۲ = (\frac{d}{۲})^۲ + (\frac{d'}{۲})^۲$
		$۴a$	$\frac{d \cdot d'}{۲}$	
ذوزنقه		مجموع چهارضلع	$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع قاعده‌ها}}{۲}$	☺
		$a+b+c+d$	$\frac{(a+c)\times h}{۲}$	
دایره		عدد پی × قطر	عدد پی × $(\text{شعاع})^۲$	☺
		$۲\pi r$	$\pi r^۲$	

معادلهٔ درجه‌دوم

۱ یادآوری اتحادهای مهم:

اسم اتحاد	فرم کلی	مثال
مربع دوجمله‌ای	$(a \pm b)^۲ = a^۲ \pm ۲ab + b^۲$	$(۲x+۵)^۲ = ۴x^۲ + ۲۰x + ۲۵$
مزدوج	$(a+b)(a-b) = a^۲ - b^۲$	$(۳x-۷)(۳x+۷) = ۹x^۲ - ۴۹$
جمله‌مشترک	$(x+a)(x+b) = x^۲ + (a+b)x + ab$	$(۲x+۵)(۲x-۱) = \underbrace{(۲x)^۲}_{۴x^۲} + \underbrace{(۵-۱)۲x}_{۸x} + \underbrace{۵(-۱)}_{-۵}$

۲ معادله به فرم $ax^۲ + bx + c = ۰$ با شرط $a \neq ۰$ را یک معادلهٔ درجه‌دوم می‌نامیم که حداکثر ۲ جواب حقیقی دارد.

۳ روش‌های حل معادلهٔ درجه‌دوم:

اسم روش	مراحل حل	مثال (با حل مرحله به مرحله)
تجزیه	۱) به کمک اتحادها یا با فاکتورگیری، عبارت درجه‌دوم را تجزیه می‌کنیم.	$x^۲ - ۲x - ۱۵ = ۰ \longrightarrow (x-۵)(x+۳) = ۰$
	۲) وقتی حاصل‌ضرب دو پرانتز صفر باشد، هر کدام می‌توانند صفر باشند.	$\begin{cases} x-۵=۰ \rightarrow x=۵ \\ x+۳=۰ \rightarrow x=-۳ \end{cases}$
مربع کامل	۱) در معادلهٔ $ax^۲ + bx + c = ۰$، c را به سمت راست می‌بریم و طرفین را بر a تقسیم می‌کنیم.	$۲x^۲ - ۱۲x + ۴ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲ - ۶x = -۲$
	۲) نصف ضریب x را به توان ۲ می‌رسانیم و به دو طرف اضافه می‌کنیم.	$-۶ \xrightarrow{\div ۲} -۳ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۹$ $x^۲ - ۶x = -۲ \xrightarrow{+۹} x^۲ - ۶x + ۹ = -۲ + ۹$
	۳) عبارت سمت چپ مربع کامل است.	$(x-۳)^۲ = ۷$
	۴) وقتی $u^۲ = a$، آن‌گاه $u = \pm\sqrt{a}$ است.	$x - ۳ = \pm\sqrt{۷} \rightarrow x = ۳ \pm \sqrt{۷}$

اسم روش	مراحل حل	مثال (با حل مرحله به مرحله)
معادلات ناقص!	اگر $c=0$ باشد، از x فاکتور می‌گیریم: $ax^2+bx=0 \rightarrow x(ax+b)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=\frac{-b}{a} \end{cases}$	$x^2+6x=0 \rightarrow x(x+6)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-6 \end{cases}$
	اگر $b=0$ باشد، x^2 را تنها می‌کنیم: $ax^2+c=0 \rightarrow x^2=\frac{-c}{a} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$	$4x^2-9=0 \rightarrow x^2=\frac{9}{4} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}$
تغییر متغیر	۱) عبارتی که تکرار می شود را t می‌گیریم.	$x^4+3x^2-10=0 \longrightarrow x^2=t$
	۲) معادلهٔ جدید را حل می‌کنیم.	$t^2+3t-10=0 \rightarrow (t+5)(t-2)=0 \rightarrow \begin{cases} t=-5 \\ t=2 \end{cases}$
	۳) عبارت اولیه را برابر با مقادیر t قرار می‌دهیم.	$x^2=-5 \rightarrow$ غیر ممکن $x^2=2 \rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

۴ معادلهٔ درجه‌دومی که ریشه‌هایش x_1 و x_2 باشند به شکل $a(x-x_1)(x-x_2)=0$ است.

a ← یک عدد حقیقی

۵ معادلهٔ درجه‌دومی که ریشهٔ مضاعف x_1 داشته باشد به صورت $a(x-x_1)^2=0$ است.

۶ بررسی معادلهٔ $(x-a)^2=k$:

علامت k	$k>0$	$k=0$	$k<0$
تعداد جواب‌ها	۲ جواب حقیقی متمایز	یک ریشهٔ مضاعف $(x=a)$	جواب حقیقی ندارد.
مثال	$(x-2)^2=9 \rightarrow \begin{cases} x-2=3 \rightarrow x=5 \\ x-2=-3 \rightarrow x=-1 \end{cases}$	$(x-2)^2=0 \rightarrow x=2$	$(x-2)^2=-4 \rightarrow$ جواب حقیقی ندارد.