

آزمون حضوری
شماره سه

رشته انسانی



تجربی | ریاضی | انسانی

ویژه کنکور
۱۴۰۳

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضی	زوج درس دهم: ریاضی و آمار ۱ صفحه‌های ۷۰ تا ۱۱۷ زوج درس یازدهم: ریاضی و آمار ۲ صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰	۲	۹	علی شهبابی	محسن فراهانی



فصل ۳: ریاضی و آمار ۱

۱- حفظیات -

اصطلاح	تعریف
۱ داده	واقعیت‌هایی دربارهٔ یک چیزند که در محاسبه، استنباط یا برنامه‌ریزی به کار می‌روند.
۲ واحد آماری	هر یک از افراد یا چیزهایی که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود.
۳ جامعه آماری	مجموعهٔ کل واحدهای آماری
۴ نمونه	هر زیرمجموعه از جامعه آماری که با روش مشخصی انتخاب شده باشد.
۵ نمونه تصادفی	نمونه‌ای که در آن، همهٔ اعضای جامعه، شانس انتخاب یکسانی دارند.
۶ سرشماری	مطالعهٔ همهٔ اعضای جامعه (نمونه = جامعه)
۷ مشکلات سرشماری	(۱) هزینهٔ زیاد (۲) زمان‌بر (۳) خطای بیشتر در گردآوری داده‌ها (۴) عدم امکان استفاده در داده‌های مخرب
۸ آمارگیری	گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن
۹ آمارگیر	کسی که آمارگیری می‌کند.
۱۰ متغیر	هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شود.
۱۱ پارامتر جامعه	یک مشخصهٔ عددی که جنبهٔ خاصی از جامعه را توصیف می‌کند. (ثابت است.)
۱۲ آماره نمونه	یک مشخصهٔ عددی که جنبهٔ خاصی از نمونه را توصیف می‌کند. (متغیر است.)
۱۳ آمار	مطالعهٔ نحوهٔ گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها برای استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری
۱۴ مشاهده (نقطه آماری)	مجموعه‌ای شامل یک یا چند مقدار اندازه‌گیری شده برای یک عضو جامعه آماری واحد آماری

۲- روش‌های جمع آوری داده‌ها -

روش	تعریف	مشکل
مشاهده	گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو	دقت کم
پرسش‌نامه	مجموعه سؤالات از پیش تعیین‌شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود.	اگر تعداد نمونه زیاد باشد، زمان‌بر است.
مصاحبه	بین دو نفر (مصاحبه‌گر و مصاحبه‌شونده) انجام می‌شود.	
دادگان‌ها	استفاده از اطلاعات ذخیره‌شده	همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست.

۳- متغیرها -

تعریف	هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود.		
انواع متغیر	کمی: مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی (جمع، تفریق و معدل‌گیری) قابل انجام است. کیفی: صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیاء در گروه‌ها به کار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد.		
مقیاس متغیرها	کمی	نسبتی	اغلب متغیرهای فیزیکی صفر به معنی نبودن ویژگی است.
		فاصله‌ای	به خاطر استفاده از لوازم دقیق، ویژگی افراد یا اشیاء به دقت اندازه‌گیری می‌شود. صفر، قراردادی است.
	کیفی	ترتیبی	با استفاده از الفاظ، ضمن ایجاد تفکیک، بین افراد و اشیاء، ارجحیت نیز قائل می‌شود.
		اسمی	شامل نام‌ها، برجسب‌ها و گروه‌هاست، ولی ترتیب در آن‌ها وجود ندارد.



۴- جدول برای تشخیص مقیاس متغیرها -

مثال	قابل مرتب کردن است.	اختلاف بین مقادیر داده‌ها معنی دارد؟	نسبت بین مقادیر داده‌ها معنی دارد؟	نسبتی	کمی
وزن، قد، مدت زمان کلاس	✓	✓	✓		
دما، ساعت شروع کلاس	✓	✓	×		فاصله‌ای
رتبه کنکور، مراحل تحصیلی	✓	×	×		ترتیبی
رنگ ماشین، اسم افراد	×	×	×	اسمی	کیفی

۵- معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی -

فرمول به فارسی	فرمول به فارسی	نماد	اسم معیار	معیارهای گرایش به مرکز
$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$	مجموع تعداد = میانگین	\bar{x}	میانگین	
$\bar{x}_w = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$	= میانگین موزون مجموع حاصل ضرب هر داده در فراوانی‌اش مجموع فراوانی‌ها	\bar{x}_w	میانگین موزون	
داده $(\frac{n+1}{2})$ ام	تعداد داده‌ها فرد باشد ← داده وسطی	Q_2	میانه	
میانگین داده $(\frac{n}{2})$ ام و $(\frac{n}{2} + 1)$ ام	تعداد داده‌ها زوج باشد ← میانگین دو داده وسطی			
نیمه اول: ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۰ نیمه دوم: ۱۴, ۱۹, ۲۵, ۳۰ مثال: $Q_1 = ۴$, $Q_3 = ۲۲$	میانه نیمه اول داده‌ها میانه نیمه دوم داده‌ها	Q_1 Q_3	چارک اول چارک سوم	معیارهای پراکندگی
۴, ۴, ۷, ۵, ۱۰, ۱۰, ۱۶ → مد ۴, ۱۰	داده‌ای که بیشترین فراوانی (تکرار) را دارد.		مد	
$R = \max - \min$	اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده	R	دامنه تغییرات	
$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$	مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین = واریانس	σ^2	واریانس	
$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$	واریانس = انحراف معیار	σ	انحراف معیار	
$IQR = Q_3 - Q_1$	چارک اول - چارک سوم = دامنه میان چارکی	IQR	دامنه میان چارکی	

۶- نکات معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی -

۱	اگر تعدادی داده به داده‌هایمان اضافه یا کم کنیم که میانگینشان با میانگین داده‌های اولیه یکسان باشد، میانگین تغییری نمی‌کند.
۲	مجموع انحراف (اختلاف) داده‌ها از میانگین صفر است: $(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0$
۳	اگر داده‌ها با هم برابر باشند، تمام معیارهای پراکندگی (یعنی R , σ , σ^2 و IQR) صفر می‌شوند و برعکس.
۴	اگر داده دورافتاده داشتیم، سراغ میانه و دامنه میان چارکی می‌رویم. (سراغ میانگین، انحراف معیار و واریانس نمی‌رویم).



۷- منحنی نرمال (خم بهنجار) -

<p>اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، توزیع داده‌ها از منحنی نرمال تبعیت می‌کند.</p>		<p>توزیع داده‌ها</p>
<div> <div> 100 ± 20 </div> <div> \downarrow </div> <div> \bar{x} </div> </div> <div> $20 = 2\sigma \Rightarrow \sigma = 10$ </div>		<p>بسته‌بندی مواد غذایی</p>
<p>۹۶ درصد بسته‌ها در محدوده اعلام شده‌اند.</p>		
<p>عدد سمت چپ: \bar{x}</p>		
<p>عدد سمت راست: 2σ</p>		

$$80\% \pm 2\sigma$$

$$\bar{x} \quad 2\sigma = 20 \Rightarrow \sigma = 10$$

فصل ۴: ریاضی و آمار

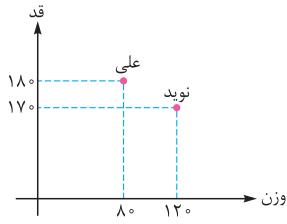
۱- نمودارهای یک متغیر، مهم -

نمودار	توضیحات!	مثال
میله‌ای	<ul style="list-style-type: none"> محور Xها: داده‌ها (یا مرکز دسته‌ها یا اسم دسته‌ها) محور Yها: فراوانی‌ها (یا درصدشان) 	
نقطه‌ای	<ul style="list-style-type: none"> بالای هر داده به اندازه فراوانی‌اش، نقطه قرار می‌دهیم. مزیت: تمام داده‌ها از روی نمودار، قابل استخراج است. 	
دایره‌ای	$\frac{\text{زاویه}}{360^\circ} = \frac{\text{فراوانی داده}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}$	
جعبه‌ای	<ul style="list-style-type: none"> روش سودمند برای نمایش دامنه‌ها و چارک‌ها مناسب برای مقایسه چند مجموعه داده‌ها سبیل چپ و راست به ترتیب min و max داده‌هاست. 	

مروارثه آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲- نمودارهای چند متغیره -

۱	برای نمایش ۲ متغیر است.	پراکنش نگاشت
۲	<p>محور Xها: متغیر اول</p> <p>محور Yها: متغیر دوم</p> 	
۱	برای نمایش ۳ متغیر کمی است.	جایی
۲	علاوه بر ۳ متغیر کمی اصلی، اطلاعات اضافی دیگری را می‌توانیم با استفاده از رنگ‌ها و طرح‌ها وارد نمودار جایی کنیم.	
۳	<p>مختصات هر نقطه روی نمودار جایی به صورتی یک سه‌تایی مرتب است:</p> <p>موقعیت مرکز دایره روی محور Yها</p> <p>(V_1, V_2, V_3)</p> <p>↓ ↓</p> <p>مساحت دایره موقعیت مرکز دایره</p> <p>روی محور Xها روی محور Xها</p>	
۴	متغیر سوم نمودار جایی، مقادیر منفی و صفر را نمی‌گیرد.	
۵	<p>در نمودار جایی، برای متغیر سوم تناسب روبه‌رو را داریم:</p> $\frac{\text{متغیر سوم A}}{\text{متغیر سوم B}} = \frac{\text{مساحت دایره A}}{\text{مساحت دایره B}} = \left(\frac{\text{شعاع A}}{\text{شعاع B}}\right)^2$	
۱	اسم دیگر آن، نمودار عنکبوتی است.	رادی
۲	برای نمایش ۳ یا ۴ یا ۵ ... متغیر مناسب است.	
۳	زاویه بین دو شعاع متوالی آن از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:	
۴	اگر a زاویه بین دو شعاع متوالی نمودار رادی باشد، حاصل $\frac{36^\circ}{a}$ باید عددی طبیعی و بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد.	
۵	روی هر شعاع نمودار رادی، تناسب زیر را داریم:	
	$\frac{\text{مقدار متغیر}}{\text{بیشینه متغیر}} = \frac{\text{عدد روی شعاع}}{100}$	



شاخص‌های آماری

۱- خط فقر -

۱	تعریف	به حداقل درآمدی که برای زندگی یک فرد در یک ماه مورد نیاز است، خط فقر می‌گوییم.
۲	روش‌های محاسبه	<p>(۱) به کمک میانگین: $\frac{\text{میانگین}}{۲} = \text{خط فقر}$</p> <p>(۲) به کمک میانه: $\frac{\text{میانه}}{۲} = \text{خط فقر}$ ← وقتی داده دورافتاده داریم.</p>
۳	اثر تغییرات حقوق‌ها روی خط فقر	<p>(۱) همه حقوق‌ها، a واحد افزایش یابد ← خط فقر $\frac{a}{۲}$ افزایش می‌یابد.</p> <p>(۲) همه حقوق‌ها، b برابر شوند ← خط فقر b برابر می‌شود.</p> <p>(۳) به همه حقوق‌ها، C درصد اضافه شود ← خط فقر، C درصد افزایش می‌یابد.</p>

۲- شاخص بهای کالا و خدمات -

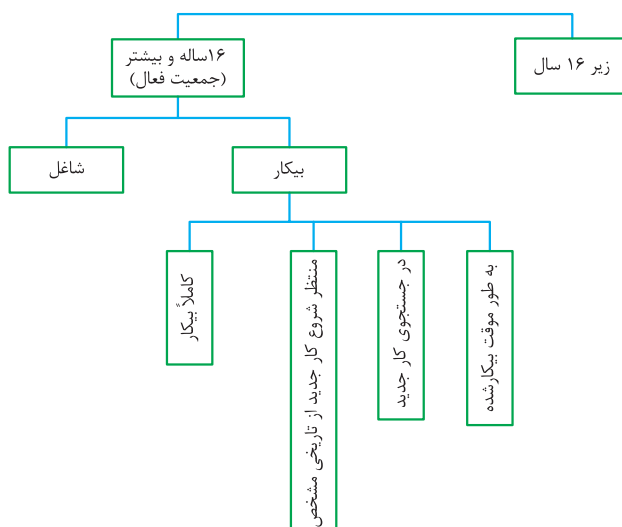
۱	تعریف و نکات	<p>متوسط مبلغ پرداخت‌شده از سوی مصرف‌کنندگان برای تعداد زیادی از کالا و خدمات در طول یک سال.</p> <p>این شاخص، تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.</p> <p>براساس متوسط هزینه حدود ۴۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات برای هر ماه، محاسبه می‌شود. (براساس تعداد زیادی متغیر محاسبه می‌شود).</p> <p>به واحد اندازه‌گیری بستگی ندارد.</p>
۲	شاخص بهای کالا	$\frac{\text{قیمت جدید}}{\text{قیمت اولیه}} = \frac{\text{شاخص جدید}}{\text{شاخص اولیه}}$
۳	شاخص بهای دوکالا	$۱۰۰ \times \frac{(\text{قیمت جدید کالای ۲} \times \text{مقدار اولیه کالای ۲}) + (\text{قیمت جدید کالای ۱} \times \text{مقدار اولیه کالای ۱})}{(\text{قیمت اولیه کالای ۲} \times \text{مقدار اولیه کالای ۲}) + (\text{قیمت اولیه کالای ۱} \times \text{مقدار اولیه کالای ۱})} = \text{شاخص بهای دو کالا}$
۴	شاخص بهای دو یا چند کالا	$\frac{\text{کل قیمت کالاها در سال جدید}}{\text{کل قیمت کالاها در سال اول}} = \frac{\text{شاخص بهای دو تا چند کالا}}{\text{پایه}}$

۳- تورم -

۱	تعریف	تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌گوییم.
۲	روابط	<p>با قیمت کالا: $۱۰۰ \times \frac{\text{قیمت سال پایه} - \text{قیمت سال جدید}}{\text{قیمت سال پایه}} = \text{تورم}$</p> <p>با شاخص بهای کالا: $۱۰۰ \times \frac{\text{شاخص سال پایه} - \text{شاخص سال جدید}}{\text{شاخص سال پایه}} = \text{تورم}$</p>
۳	نکته	اگر سؤال شاخص سال پایه را نداده بود، آن را ۱۰۰ می‌گیریم.



۴- در بحث شاخص نرخ بیکاری، دسته‌بندی انسان‌ها به صورت زیر است: -



۵- نرخ بیکاری -

۱	جمعیت بیکار + جمعیت شاغل = جمعیت فعال (فقط برای افراد ۱۶ ساله و بیشتر)
۲	$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت بیکار} + \text{جمعیت شاغل}} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}}$
۳	$\text{درصد بیکار} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰$

۶- شاخص پایه آموزش -

۱	$[\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}] \times \frac{۴}{۱۰} = \text{شاخص پایه آموزش}$
۲	از رابطه بالا، عدد شاخص پایه آموزش، عددی بین ۱ تا ۱۲ درمی‌آید. این عدد نشان می‌دهد که کتاب برای پایه چند مناسب است.
۳	اگر عدد به دست آمده عددی اعشاری مثل ۹/۷ شد، می‌گوییم این کتاب برای پایه ۹ (جزء صحیح ۹/۷) مناسب است.
۴	از این فرمول برای کتاب‌های با متون انگلیسی استفاده می‌شود.
۵	کلمات دشوار یعنی کلمات دوهجایی بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات آسان

۷- شاخص توده بدنی (شاخص سلامت یا نما توپ) -

$$\text{BMI} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{(\text{قد (متر)})^2}$$

۸- تعریف دو اصطلاح -

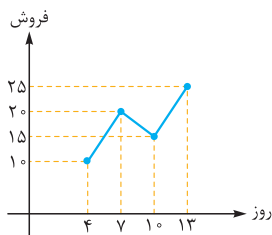
اصطلاح	تعریف
شاخص	<ul style="list-style-type: none"> یک معیاری آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد. معمولاً شاخص‌ها براساس چند آماره محاسبه می‌شوند.
درجه خوانایی متن	میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت قواعد نگارش



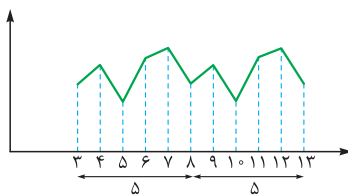
- سری زمانی -

۱ به مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل یکسان گردآوری می‌شوند، سری زمانی می‌گوییم. مثلاً جدول زیر مربوط به یک سری زمانی است (چون فاصله X ها ثابت می‌ماند):

X (روز)	۴	۷	۱۰	۱۳
Y (فروش)	۱۰	۲۰	۱۵	۲۵



۲ برای هر سری زمانی می‌توانیم یک نمودار به اسم نمودار سری زمانی رسم کنیم. مثلاً نمودار سری زمانی جدول بالا به صورت مقابل است:



۳ تکرار یک ویژگی در سری زمانی را الگو می‌نامند. سری‌های زمانی که نمودارشان در فواصل یکسان، تکرار می‌شود را سری‌های زمانی متناوب می‌نامیم. مثلاً سری زمانی نمودار روبه‌رو که در فاصله‌های به طول ۵ تکرار می‌شود، یک سری زمانی متناوب است.

- درون‌یابی -

۱ سری زمانی روبه‌رو را در نظر بگیرید:

X (روز)	۵	۹	۱۳	۱۷
Y (فروش)	۲۶	۵۰	۸۲	۹۰

اگر بخواهیم تعداد مشتری‌ها (Y) را بین دو روز که در جدول ثبت شده تخمین بزنیم، باید از درون‌یابی خطی استفاده کنیم. مثلاً درون‌یابی تعداد مشتری‌ها در جدول بالا را در روز دوازدهم ($X = ۱۲$) مرحله‌به‌مرحله حساب می‌کنیم:

توضیح مرحله	انجام مرحله روی مثال
مرحله ۱ نقطه درون‌یابی بین کدام دو نقطه ثبت شده است. $x=a$	$X = ۱۲$ بین $X = ۹$ و $X = ۱۳$ است.
مرحله ۲ شیب خط گذرنده از نقاط قبل و بعد از نقطه مورد نظر را حساب می‌کنیم.	$A(۹, ۵۰)$ $B(۱۳, ۸۲)$ $\Rightarrow m_{AB} = \frac{۸۲-۵۰}{۱۳-۹} = \frac{۳۲}{۴} = ۸$
مرحله ۳ در معادله خط به فرم $y = mx + h$ ، m را داریم (مرحله ۲) با جای‌گذاری یکی از دو نقطه (قبل یا بعد)، h را پیدا می‌کنیم.	$y = ۸x + h \xrightarrow{(۹, ۵۰)} ۵۰ = ۷۲ + h \Rightarrow h = -۲۲$
مرحله ۴ در معادله خط به دست آمده، $X = a$ را جای‌گذاری می‌کنیم.	$y = ۸x - ۲۲ \xrightarrow{X=۱۲} y = ۹۶ - ۲۲ = ۷۴$

۲ اگر نقطه درون‌یابی دقیقاً وسط (میانگین) دو نقطه ثبت شده باشد، مقدار درون‌یابی هم از میانگین Y نقطه قبل و بعد به دست می‌آید. مثلاً در جدول

X (روز)	۵	۹	۱۳	۱۷
Y (فروش)	۲۶	۵۰	۸۲	۹۰

، $X = ۱۱$ دقیقاً وسط $X = ۹$ و $X = ۱۳$ است، پس مقدار درون‌یابی در $X = ۱۱$ برابر با میانگین ۵۰ و ۸۲ است:

$$X=۱۱ \text{ درون‌یابی در } = \frac{(\text{مقدار در } X=۹) + (\text{مقدار در } X=۱۳)}{۲} = \frac{۵۰ + ۸۲}{۲} = ۶۶$$

۳ خطای درون‌یابی در هر نقطه برابر است با قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی و مقدار درون‌یابی: $|\text{مقدار درون‌یابی} - \text{مقدار واقعی}| = \text{خطای درون‌یابی}$



مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضی

- برون یابی -

x (آزمون)	۲	۳	۴	۵	۶
y (نمره)	۱۲	۸	۹	۱۶	۱۵

۱) سری زمانی روبه‌رو را در نظر بگیرید:

اگر بخواهیم نمره آزمون (y) را در آزمون‌های بعدی یا قبلی که در جدول ثبت شده تخمین بزنیم، باید از برون‌یابی خطی استفاده کنیم. مثلاً برون‌یابی نمره آزمون هفتم ($x = 7$) در جدول بالا را مرحله‌به‌مرحله حساب می‌کنیم:

توضیح مرحله	انجام مرحله روی مثال
مرحله ۱ محاسبه نقطه میانگین (میانگین x و میانگین y نقاط جدول را حساب می‌کنیم).	$\bar{x} = \frac{2+3+4+5+6}{5} = \frac{20}{5} = 4$ $\bar{y} = \frac{12+8+9+16+15}{5} = \frac{60}{5} = 12$ $\Rightarrow C(4, 12)$
مرحله ۲ شیب خط گذرنده از نقطه پایانی جدول و نقطه میانگین را حساب می‌کنیم.	$\left. \begin{array}{l} \text{پایانی: } B(6, 15) \\ \text{میانگین: } C(4, 12) \end{array} \right\} \Rightarrow m_{BC} = \frac{15-12}{6-4} = \frac{3}{2}$
مرحله ۳ در معادله خط به فرم $y = mx + h$ ، m را داریم (مرحله ۲) با جای‌گذاری یکی از دو نقطه (پایانی یا میانگین)، h را پیدا می‌کنیم.	$y = \frac{3}{2}x + h \xrightarrow{(4, 12)} 12 = 6 + h \Rightarrow h = 6$
مرحله ۴ در معادله خط به دست آمده، $x = a$ را جای‌گذاری می‌کنیم.	$y = \frac{3}{2}x + 6 \xrightarrow{x=7} y = \frac{3}{2}(7) + 6 = 16.5$

۲) هرچه نقاط روی نمودار سری زمانی، بیشتر در یک امتداد باشند (یعنی به خط راست شبیه‌تر باشد)، درون‌یابی و برون‌یابی بهتری امکان‌پذیر است.

مرورنامه آزمون حضوری شماره سه

رشته انسانی