

آزمون حضوری
شماره چهارده



رشته ریاضی
پایه دوازدهم

مرورنامه آزمون آزمایشی خلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه
حسابان	علیرضا نصراللهی	۲	۱۴
هندسه	علیرضا نصراللهی	۱۵	۲۰
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	احمد رضا رسولی مصطفی دیداری	۲۱	۳۲
فیزیک	نوید شاهی	۳۳	۵۵
شیمی	سروش عبادی	۵۶	۱۰۱



ریاضی دهم

مجموعه و دنباله

- مجموعه متناهی، نامتناهی
- متمم مجموعه: $n(A') = M - n(A)$
- حسابی: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- هندسی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

مثلثات

- نسبت‌های مثلثاتی: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- دایره مثلثاتی
- روابط بین نسبت‌های مثلثاتی: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

توان گویا و عبارت‌های جبری

- توان گویا: $a^m \times a^n = a^{m+n}, a^m \div a^n = a^{m-n}$
- عبارت‌های جبری: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

معادله درجه دو: $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a}, p = \frac{c}{a}$

معادله و نامعادله

- سهمی: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- رأس سهمی: $\begin{cases} -\frac{b}{2a} \\ \Delta \\ 4a \end{cases}$

تعیین علامت: $ax^2 + bx + c > 0$

x_1	x_2
موافق علامت	مخالف علامت

تابع

- مفهوم تابع
- دامنه و برد توابع
- تابع چندجمله‌ای
- تابع قدرمطلق
- انواع توابع
- انتقال نمودار تابع

شمارش

- شمارش بدون شمردن
- جایگشت: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
- ترکیب: $c(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

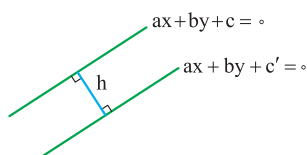
آمار و احتمال

- احتمال: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$
- آمار: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

مجموع جملات دنباله‌های هندسی و حسابی: $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$, $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

معادلات درجه دوم: $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$

جبر و معادله



قدرمطلق: $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$

هندسه تحلیلی: $\Rightarrow h = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

انواع توابع

تابع وارون توابع: $D_f^{-1} = R_f$, $R_f^{-1} = D_f$

$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

اعمال روی توابع: $D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$

تابع نمایی: $f(n) = a^x \Rightarrow a > 0, a \neq 1$

تابع لگاریتمی: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

معادلات لگاریتمی: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Rightarrow f(x) = g(x)$

رادیان: $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای ترکیبی: $\sin(K\pi + \alpha) = (-1)^K \sin \alpha$

توابع مثلثاتی: $|a| + b \leq a \sin x + b \leq |a| + b$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

روابط مثلثاتی مجموع زوایا: $c_n(\alpha + \beta) = c_n \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

مفهوم حد: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

قضایای حد: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = k \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm g(x) = L \pm k$

محاسبه حد: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$



تابع

محور x ها: نقاط $(x_1, 0)$ و $(x_2, 0)$ و ... که x_1, x_2 و ... جواب های معادله $f(x) = 0$ هستند.

نقاط برخورد تابع $f(x)$ با محور y ها: نقطه $(0, f(0))$

تابع $g(x)$: حل معادله $f(x) = g(x)$

کسری: $\mathbb{R} - \{\text{ریشه های مخرج}\}$

رادیكال های با فرجه زوج: ≥ 0 زیر رادیكال

دامنه توابع مهم: $\log_B A : (B \neq 1) \cap (B > 0) \cap (A > 0)$

$\tan A : A \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\cot A : A \neq k\pi$

$D_f = D_g$ (۱)

شروط تساوی توابع f و g (۲) ضابطه ها برابر باشد.

$f : A \rightarrow B$

نمایش تابع به فرم $f(x) = \dots$ دامنه A دامنه است. B هم دامنه است. باید برد زیرمجموعه B باشد.

ثابت: $f(x) = c$ ، نمودار یک خط افقی

همانی: $f(x) = x$ ، نمودار روی نیمساز ناحیه اول و سوم

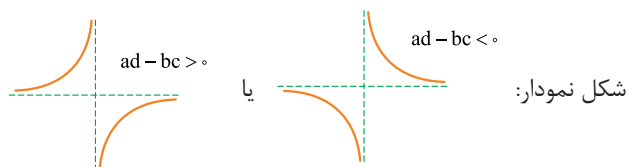
ضابطه: $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، شرط: $ad-bc \neq 0$ و $c \neq 0$

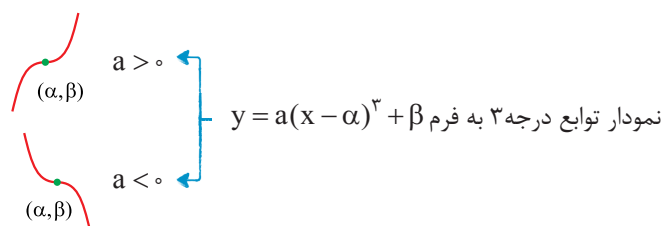
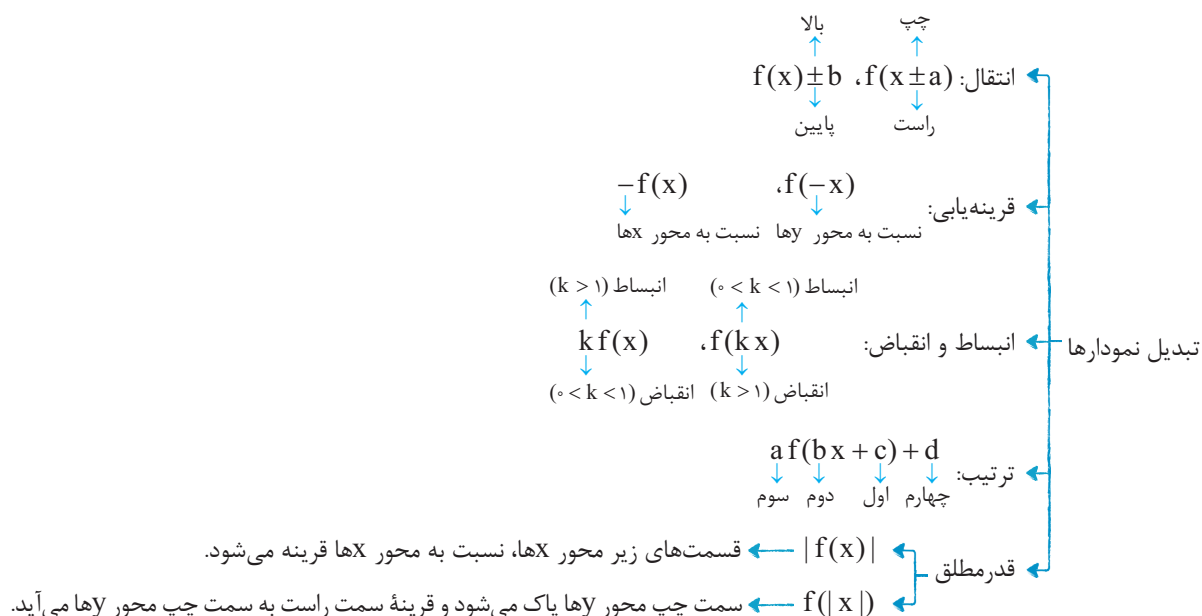
دامنه: $\mathbb{R} - \{\frac{-d}{c}\}$ ، برد: $\mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$

ضابطه وارون: $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ ، شرط برابری f و f^{-1} : $a+d=0$

تابع هموگرافیک: مرکز تقارن: $W(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c})$ ، محورهای تقارن: دو خط با شیب های ± 1 و گذرنده از نقطه W

خط چین عمودی: $x = \frac{-d}{c}$ ، خط چین افقی: $y = \frac{a}{c}$





دامنه‌ها: $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$ ، $D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$

اعمال جبری روی توابع

برد: (۱) دامنه را حساب می‌کنیم. (۲) ضابطه را به دست می‌آوریم. (۳) برد ضابطه را در دامنه‌اش حساب می‌کنیم.

محاسبه $(f \circ g)(a)$: دو مرحله دارد؛ اول $g(a)$ ، بعد $f(g(a))$

ترکیب توابع دامنه: $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid (g(x) \in D_f)\}$

برد: (۱) برد تابع g (داخلی) را حساب می‌کنیم (می‌شود بازه I). (۲) برد تابع f با دامنه I را حساب می‌کنیم.

$D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f$ و $(f \circ f^{-1})(x) = x$

ترکیب f و f^{-1} : $D_{f^{-1} \circ f} = D_f$ و $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

اگر $D_f = R_f$ ، $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ آن‌گاه

یکنواها: $\log_a x$ ، a^x ، $a\sqrt{bx+c}+d$ ، $a(x-\alpha)^3+\beta$ ، $mx+h$

صعودی ($a > 1$) ، صعودی اکید ($ab > 0$) ، صعودی اکید ($a > 0$) ، صعودی اکید ($m > 0$)

نزولی ($0 < a < 1$) ، نزولی اکید ($ab < 0$) ، نزولی اکید ($a < 0$) ، نزولی اکید ($m < 0$)

توابع معروف در یکنوایی

غیریکنواها و نقطه مرزی بازه‌های یکنوایی: سهمی، $|ax+b|$ ، $|x-a|+|x-b|$ و $\frac{ax+b}{cx+d}$

رأس ، $-\frac{b}{a}$ ، $x=a, x=b$ ، $x=\frac{-d}{c}$



اگر $(a, b) \in f$ ، آن گاه $(b, a) \in f^{-1}$ یا $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

$$D_f = R_{f^{-1}} \text{ و } D_{f^{-1}} = R_f$$

نکات تابع وارون: نمودار f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ قرینه‌اند.

شرط وارون پذیری، یک به یک بودن است.

برای محاسبه $f^{-1}(k)$ ، می‌توانیم معادله $f(x) = k$ را حل می‌کنیم.

محاسبه ضابطه: (۱) x را تنها می‌کنیم. (۲) جای x و y را عوض می‌کنیم.

ضابطه وارون: $ax + b$ مهم: سهمی با دامنه یک طرف رأس، $a(x - \alpha)^2 + \beta$ ، اتحادهای $(x \pm 1)^3$ و $(x \pm 2)^3$ را بلد باشید.

اول باید مربع کامل کنیم.

$\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

$\frac{ax + b}{cx + d}$ ، $\frac{-dx + b}{cx - a}$

روش ضابطه‌ای: ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم و بعدش معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل می‌کنیم.

روش نموداری: نمودار f را نسبت به $y = x$ قرینه می‌کنیم تا نمودار f^{-1} به دست آید. تعداد نقاط برخورد f و f^{-1} (یا نقاط برخورد f و f^{-1}) معلوم می‌شود.

برخورد با $y = x$: اگر f صعودی اکید باشد، جواب‌های معادله $f(x) = x$ ، طول نقاط برخورد f و f^{-1} است.

رسم نمودار

ساختن y به کمک نامساوی‌ها: $(ax + b)^2 \geq 0$ ، $|ax + b| \geq 0$ ، $\sqrt{ax + b} \geq 0$ ، $0 \leq u - [u] < 1$ ، $-1 \leq \frac{\sin u}{\cos u} \leq 1$

روش‌های محاسبه برد: استفاده از یکنوایی: اگر f صعودی اکید و پیوسته با دامنه $[a, b]$ باشد، آن گاه: $R_f = [f(a), f(b)]$

معروف‌ها: خط و درجه ۳، سهمی

$\mathbb{R}$

$a > 0: [-\frac{\Delta}{4a}, +\infty)$

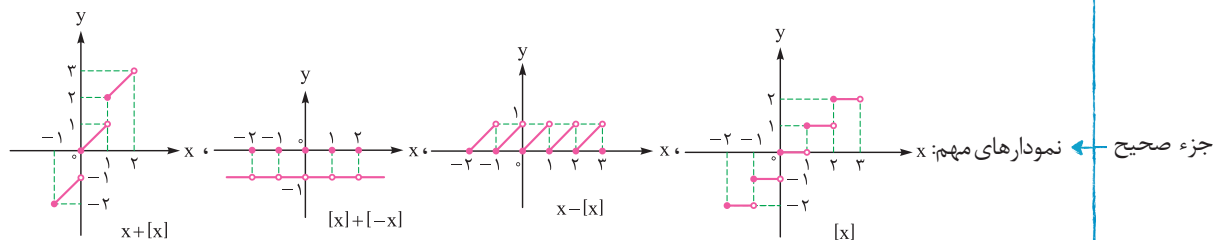
$a < 0: (-\infty, -\frac{\Delta}{4a}]$

$[0, R]$

$[-|a-b|, |a-b|]$

$[|a-b|, +\infty)$

ویژگی‌ها: $[u] + [-u] = \begin{cases} 0 & u \in \mathbb{Z} \\ -1 & u \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، $0 \leq u - [u] < 1$ ، $[u \pm k] = [u] \pm k$ ، $[u] = k \Rightarrow k \leq u < k + 1$



برای رسم تابع $y = a[bx]$ ، طول بازه‌ها را $\frac{1}{|b|}$ انتخاب می‌کنیم.



تقسیم

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) f(x) = A(x).Q(x) + R(x) \\ 2) R \text{ درجه} < A \end{array} \right. \xleftarrow{\text{روابط}} \frac{f(x)}{Q(x)} \begin{array}{l} A(x) \\ \vdots \\ R(x) \end{array}$$

باقی مانده $f(x)$ بر $ax + b$ $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

مجموع ضرایب $f(x)$ $f(1)$

تقسیم

حل معادله درجه ۳ به فرم $f(x) = 0$ $f(x) = 0$ یک مقدار $x = a$ پیدا کنید که $f(a) = 0$ و $f(x)$ را بر $x - a$ تقسیم می کنیم.

$f(x) = (x - a)(x - b)$ بخش پذیر باشد. $f(a) = f(b) = 0$

$f(x) = (x - a)^2$ بخش پذیر باشد. $f(x) = f'(a) = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}) \\ x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1}) \end{array} \right. \xleftarrow{\text{زوج } n}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}) \\ x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}) \end{array} \right. \xleftarrow{\text{فرد } n}$$

اتحاد

مثلثات

نسبت ها در مثلث قائم الزاویه: $\sin = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$, $\cos = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$, $\tan = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$ و $\cot = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

مساحت ها: $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$, $S_{\square} = ab \sin \alpha$, $S_{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

روابط سینوس ها و کسینوس ها: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ و $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

$m = \tan \alpha$ (α زاویه ای که خط با جهت مثبت محور x ها می سازد).

محور x ها $\leftarrow$ محور $\cos$ ها، محور y ها $\leftarrow$ محور $\sin$ ها

علامت $\sin$ در ربع ها $\leftarrow$ علامت $\cos$ $\leftarrow$ علامت $\sin$ $\leftarrow$ علامت $\cos$ $\leftarrow$ علامت $\sin$

مختصات هر نقطه: $(\cos \alpha, \sin \alpha)$

مقدمات



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \cot x = 1, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x, \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

هر وقت تساوی به شکل $\sin x \pm \cos x = k$ دیدید، طرفین را به توان ۲ برسانید.

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ}$$

$$1 \text{ rad} \approx 57.3^\circ$$

$$l = r\theta \text{ طول کمان}$$

$$S = \frac{1}{2} \theta r^2, P = r\theta + 2r \text{ قطاع}$$

گسترده مخروط ← قطاع ← روابط
مولد مخروط = شعاع قطاع
محیط قاعده مخروط = طول کمان قطاع

$$\left| \frac{1}{4} m - 2 \cdot h \right| \text{ زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار}$$

متکم ← «sin یکی با cos دیگری» و «tan یکی با cot دیگری» برابر است.

مکمل ← «sinها برابر» و «سه نسبت دیگرشان قرینه هم است».

قرینه ← «cosها برابر» و «سه نسبت دیگرشان قرینه هم است».

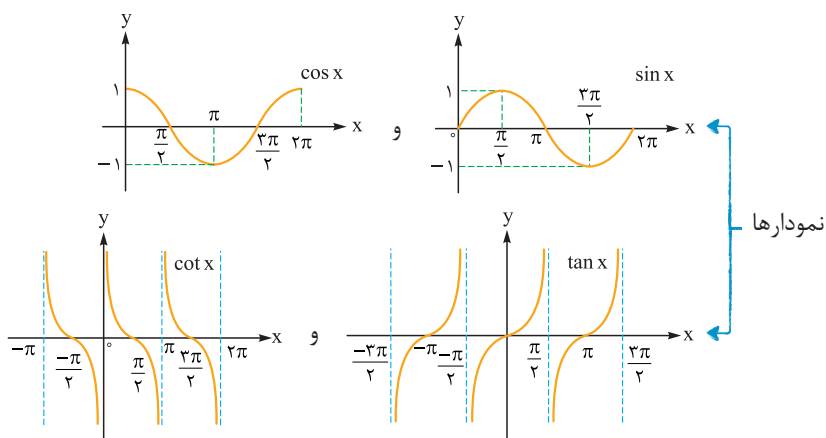
هم‌پایان ← مثل α و $2k\pi + \alpha$ که همه نسبت‌هایشان با هم برابر است.

(۱) اگر کمان از 2π بیشتر بود، مجاز هستیم مضارب 2π را از آن کم کنیم تا به زاویه‌ای در محدوده صفر تا 2π برسیم.

(۲) اگر π یا 2π داشتیم، نسبت مثلثاتی عوض نمی‌شود، ولی اگر $\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2}$ داشتیم، sin به cos (و بالعکس) و tan به cot (و بالعکس) تبدیل می‌شود.

(۳) α را زاویه‌ای در ربع اول (مثلاً 1°) در نظر می‌گیریم و با توجه به آن، محدوده زاویه

$$\frac{k\pi}{2} \pm \alpha \text{ را مشخص و علامت نسبت را تعیین می‌کنیم.}$$



$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

اتحادهای $\alpha \pm \beta$

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha \text{ و } \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \text{ و } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

اتحادهای 2α و 3α

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$1 - \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} \text{ و } 1 + \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{4}$$

طلایی:

$$\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \text{ و } \cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha \text{ و } \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \cot \frac{\alpha}{2} \text{ و } \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

اتحادهای تکمیلی

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \text{ و } \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ و } \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

بر حسب تانژانت نصف کمان:

دوره تناوب $\leftarrow$ توان فرد $\sin$ و $\cos$ و توان زوج $\sin$ و $\cos$ ، قدرمطلق $\sin$ و $\cos$ ، توان فرد و زوج و قدرمطلق $\tan$ و $\cot$

$$\frac{\pi}{|x|} \text{ ضرب}$$

$$\frac{2\pi}{|x|} \text{ ضرب}$$

$$ax - [ax] \text{ و } [ax] + [-ax] \text{ و}$$

$$\frac{1}{|a|}$$



$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \sin(bx) + c \\ a \cos(bx) + c \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sin u = \sin A &\Rightarrow \begin{cases} u = 2k\pi + A \\ u = 2k\pi + \pi - A \end{cases} \\ \cos u = \cos A &\Rightarrow u = 2k\pi \pm A \\ \tan u = \tan A &\Rightarrow u = k\pi + A \end{aligned}$$

معادله مثلثاتی

$$\begin{aligned} \text{خاص } \sin &\begin{cases} \sin u = 0 \Rightarrow u = k\pi \\ \sin u = 1 \Rightarrow u = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin u = -1 \Rightarrow u = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \\ \text{خاص } \cos &\begin{cases} \cos u = 0 \Rightarrow u = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos u = 1 \Rightarrow u = 2k\pi \\ \cos u = -1 \Rightarrow u = 2k\pi + \pi \end{cases} \end{aligned}$$



همسایگی برای $x = 3$ $\leftarrow$ (۱) راست، (۲) چپ، (۳) همسایگی، (۴) محذوف
 $(2, 5) - \{3\}$ $\underbrace{(2, 5)}_{3 \text{ عضو!}}$ $(1, 3)$ $(3, 4)$

شروط حد داشتن f در $x = a$ در یک همسایگی محذوف a تعریف شود. (۲) حد راست = حد چپ

مقدمات حد

- اگر $x \rightarrow 0$ ، آن گاه $x^+ \rightarrow 0^+$ و $x^- \rightarrow 0^-$
- اگر $x \rightarrow a^+$ ، آن گاه $-x \rightarrow (-a)^-$
- اگر $\sin x \rightarrow 1$ ، آن گاه $1 - \sin x \rightarrow 0^+$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} |f(x)| &= |L| \\ \lim_{x \rightarrow L} f^{-1}(x) &= a \\ \lim_{x \rightarrow a} f(x) &= L \text{ آن گاه} \\ \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] &= [L] \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ یا } L-1 \text{ یا } L+1 \text{ اگر } a \text{ اکسترمم نسبی باشد} \\ \lim_{x \rightarrow a} [f(x)] & \text{ موجود نیست: } a \text{ اکسترمم نسبی نباشد} \end{aligned}$$

مرحله ۲

$$\lim_{x \rightarrow a} g(f(x))$$

مرحله ۱



توابعی که حدشان با مقدارشان برابر است (در دامنه): $\log_a x, a^x, \cot x, \tan x, \cos x, \sin x$

چندجمله‌ای $\sqrt[n]{\quad}$ ، |چندجمله‌ای|

محاسبه حد از روی ضابطه: توابعی که باید حد چپ و راست را جداگانه حساب کنیم: چندضابطه‌ای، براکتی، قدرمطلق در حالت $\div$

حد تابع به فرم $\begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Z} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ در هر نقطه‌ای از روی ضابطه مربوط به $x \notin \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

حد تابع به فرم $[-\infty] + [\infty]$ در هر نقطه‌ای برابر $-\infty$ است.

$\lim_{x \rightarrow a} [f]$: مهم است که عامل حد، L^+ شده یا L^- . هر کدام بود، از آن براکت می‌گیریم.

$[\lim_{x \rightarrow a} f]$: خود L مهم است (کاری نداریم L^+ است یا L^-). حاصل حد $[L]$ می‌شود.

فرق $\lim_{x \rightarrow a} [f]$ و $[\lim_{x \rightarrow a} f]$ (می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$)

حد ندارد = حد ندارد $\pm$ حد دارد

حد ندارد = حد ندارد $\times$ حد دارد ($L \neq 0$)

اعمال جبری: حد دارد = حد ندارد $\times$ حد ندارد ($L = 0$)
چپ و راست عدد باشن

نامعلوم = حد ندارد $\div$ حد ندارد

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

می‌شه به جاشون از Hop استفاده کرد

با تجزیه

رفع ابهام $\frac{0}{0}$: با گویا کردن (مزدوج - چاق و لاغر) به کمک اتحادهای مثلثاتی

به کمک هم‌ارزی (اگر $y \rightarrow 0$): $\sin u \sim u, \cos^n u = 1 - \frac{nu^2}{2}, \tan u \sim u, (\pm u)^n \sim 1 \pm nu$

$$u^n \rightarrow nu^{n-1} \cdot u'$$

$$\frac{1}{u} \rightarrow \frac{-u'}{u^2}, \sqrt[n]{u} \rightarrow \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}, \sqrt{u} \rightarrow \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$\cos u \rightarrow -u' \sin u, \sin u \rightarrow u' \cos u$$

$$\cot u \rightarrow -u'(1 + \cot^2 u), \tan u \rightarrow u'(1 + \tan^2 u)$$

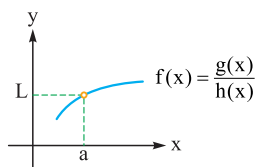
$$\frac{au+b}{cu+d} \rightarrow \frac{ad-bc}{(cu+d)^2} \times u'$$

فرمول‌های مشتق برای هوپیتال

$$g(a) = h(a) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

با Hop





$$(1) \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty, \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty, \frac{\text{عدد منفی}}{+} = -\infty, \frac{\text{عدد منفی}}{-} = +\infty$$

$$(2) \pm\infty \pm \text{عدد} = \pm\infty, \pm\infty \times \text{عدد غیر صفر} = \text{عدد غیر صفر}, \frac{\text{عدد}}{\pm\infty} = 0, \frac{\pm\infty}{\text{عدد}} = \pm\infty, \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = \text{مبهم}$$

حد بی‌نهایت

$$(3) \text{ اگر } \lim_{x \rightarrow k} \frac{\text{عدد}}{ax^2 + bx + c} = \pm\infty \text{ باشد، باید مخرج به شکل } a(x-k)^2 \text{ باشد.}$$

$$(4) \text{ اگر شکل تابع } f(x) = \frac{\text{عدد}}{ax^2 + bx + c} \text{ در اطراف } x = k \text{ به صورت } \frac{\text{عدد}}{(x-k)^2} \text{ یا } \frac{\text{عدد}}{(x-k)} \text{ باشد، آن گاه مخرج } a(x-k)^2 \text{ بوده است.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n \text{ فقط جمله پرتوان:}$$

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} = \begin{cases} \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{na}\right) & \text{فرد} \\ \sqrt[n]{a} \left|x + \frac{b}{na}\right| & \text{زوج} \end{cases} \text{ هم‌ارزی رادیکالی در } \pm\infty$$

حد در بی‌نهایت

$$\begin{aligned} & \text{درجه صورت} < \text{درجه مخرج} \rightarrow -\infty \text{ یا } +\infty \\ & \text{درجه صورت} = \text{درجه مخرج} \rightarrow \text{عدد غیر صفر} \\ & \text{درجه صورت} > \text{درجه مخرج} \rightarrow \text{صفر} \end{aligned}$$

چندجمله‌ای
چندجمله‌ای

$$\begin{aligned} & \text{در } +\infty, \text{ هم‌ارز بزرگ‌ترین پایه} \\ & \text{در } -\infty, \text{ هم‌ارز کوچک‌ترین پایه} \end{aligned}$$

نمایی

$$\log_a \circ^+ = +\infty \text{ و } \log_a \circ^+ = -\infty$$

$$\begin{aligned} & \downarrow < 1 \\ & \downarrow > 1 \end{aligned}$$

$$\text{راست: حد راست} = \text{مقدار}$$

$$\text{چپ: حد چپ} = \text{مقدار}$$

$$\text{دوطرفه: مقدار} = \text{حد چپ} = \text{حد راست}$$

پیوستگی

$$\sqrt[n]{x}, a^x, |x|, \cos x, \sin x: \mathbb{R} \text{ پیوسته روی}$$

$$\log_a x, \cot x, \tan x \text{ (گویا), کسری روی دامنه: پیوسته معروف}$$

$$\text{توابع براکتی: } \{u\} - \{x\} \text{ هایی که به ازای آن‌ها } u \in \mathbb{Z} = \text{نقاط ناپیوستگی } [u]$$



مرورنامه شب آزمون

حسابان

- ← ناپیوسته = ناپیوسته $\pm$ پیوسته
- ← ناپیوسته = ناپیوسته $\times$ پیوسته
- ← اعمال جبری
 - ← ناپیوسته = ناپیوسته $\times$ پیوسته (L=°)
 - ↓ حد چپ و راست عدد باشند
 - ← ناپیوسته = ناپیوسته $\pm$ نامعلوم
- ← حتماً اول ضابطه را ساده کنید.
- ← در توابع کسری، ریشه مخرج بجانب قائم است. (بعد از ساده کردن)
- ← در توابع به فرم $\log \frac{A}{B}$ ، جواب‌های $A = 0$ و $B = 0$ ، بجانب قائم‌اند.
- ← در $u = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ، $\tan u$ ، بجانب قائم را می‌دهد.

- ← همان حد تابع در بی‌نهایت است.
- ← بجانب افقی تابع $y = \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^n + b'x^{n-1} + \dots}$ ، خط $y = \frac{a}{a'}$ است.
- ← اگر لازم شد از هم‌ارزی رادیکالی در $\pm \infty$ استفاده کنید.
- ← بجانب افقی تابع $y = a^{bx+c} + d$ ، خط $y = d$ است.

دوازدهم ریاضی

مرورنامه شب آزمون



$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad \text{تعریف مشتق}$$

شرط مشتق پذیری: (۱) پیوستگی (۲) برابری مشتق چپ و راست

$$f'(u^n)' = nu'u^{n-1} \quad \text{مشتق توابع}$$

$$\sin(u)' = u' \cos u$$

$$\cos(u)' = -u' \sin u$$

$$\tan(u)' = u' (1 + \tan^2 u)$$

$$\cot(u)' = -u' (1 + \cot^2 u)$$

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) \quad \text{مشتق تابع مرکب}$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x) \quad \text{قوانین مشتق}$$

$$f \cdot g(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

$$\frac{f}{g}(x) = g(x) \neq 0, \quad \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x)^2}$$

$$\frac{f(u+h) - f(u)}{h} \quad \text{متوسط}$$

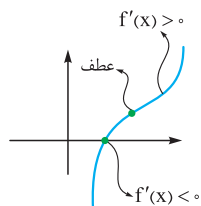
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(u+h) - f(u)}{h} = f'(u) \quad \text{لحظه‌ای}$$

آهنگ تغییر

$$\forall x \in (a, b), f'(x) > 0 \rightarrow \text{صعودی}$$

$$\forall x \in (a, b), f'(x) < 0 \rightarrow \text{نزولی}$$

اکسترمم‌ها و توابع صعودی و نزولی:



کاربرد مشتق

جهت تقعر و نقطه عطف:

رسم نمودار تابع

هندسه دهم

مکان هندسی

رسم مثلث

رسم چهارضلعی

استدلال استنتاجی

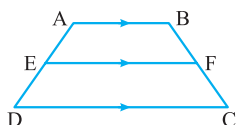
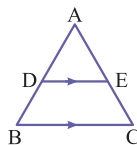
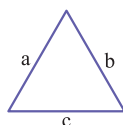
استدلال استقرایی

برهان خلف

مثال نقض

قضایای استدلال استنتاجی

نامساوی‌های مثلثی: $|a - b| < c < a + b$



نسبت، تناسب: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$

تالس در مثلث: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

تالس در ذوزنقه: $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$

قضیه تالس

تالس و تشابه

حالت ز ز

حالت ض ض ض

حالت ز ض ز

کاربردهای تالس و تشابه: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k \Rightarrow \frac{S}{S'} = k^2$

مجموع زوایا: $(n-2) \times 180$

مجموع تعداد قطر: $\frac{n(n-3)}{2}$

قضایای چندضلعی‌ها

متوازی الاضلاع

مستطیل

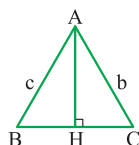
لوزی

مربع

ذوزنقه

چندضلعی‌ها

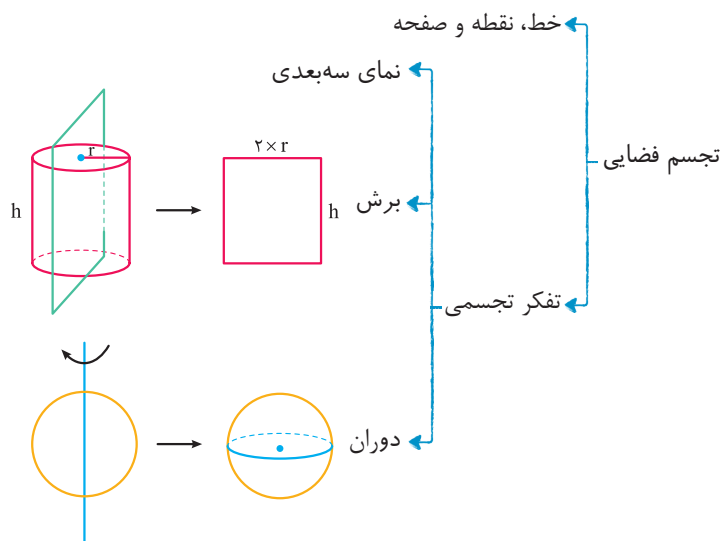
چندضلعی‌ها



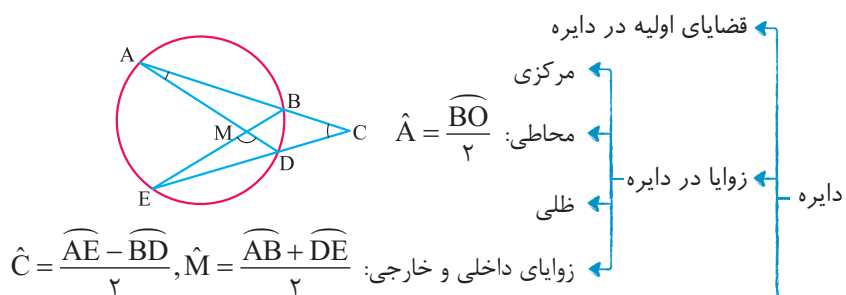
مساحت مثلث: $S = \frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$

مساحت چهارضلعی‌های خاص

مساحت و کاربردها

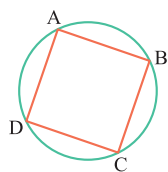


هندسه یازدهم

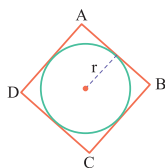


روابط طولی در دایره $MA \times MD = MB \times ME, CB \times CA = CD \times CE$

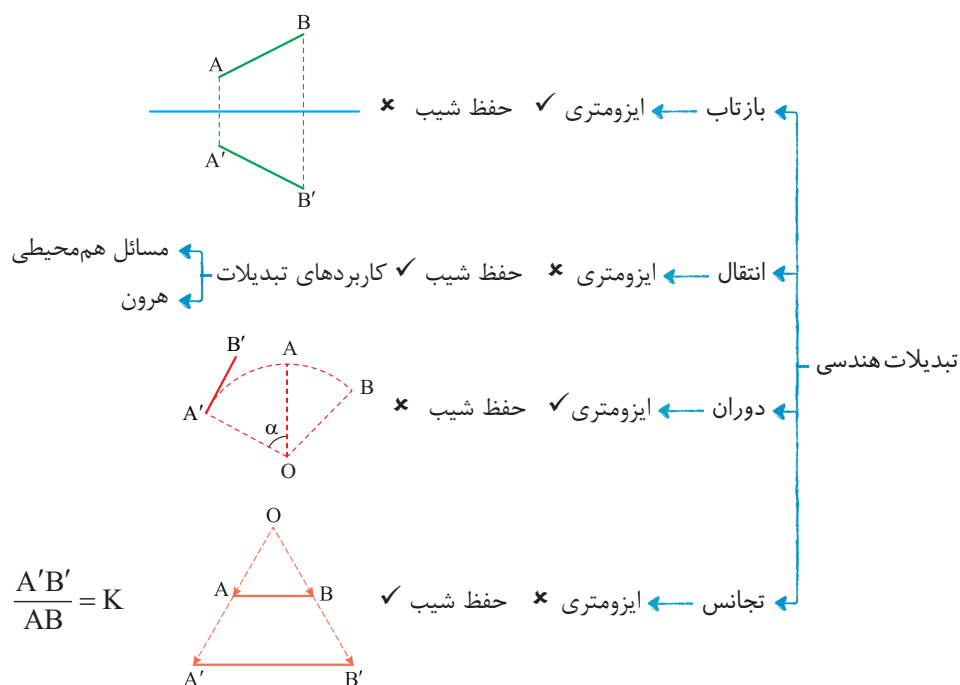
چندضلعی‌های محیطی و محاطی



$$\hat{A} + \hat{C}, \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$



$$AB + CD = BC + AD, r = \frac{S}{P}$$



روابط طولی

- قضیه سینوس‌ها: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$
- قضیه کسینوس‌ها:
 - قضیه استوارت: $AD^2 = \frac{mb^2 + nc^2}{m+n} - mn$
 - قضیه میانه‌ها: $3m_a^2 + a^2 = b^2 + c^2$
- قضیه نیمسازها: $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$, $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$
- قضیه هرون: $S_{\text{مثلث}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$



هندسه دوازدهم

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{bmatrix}$$

جمع و تفریق:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

ضرب:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

دترمینان:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = (a+d)A - (|A|) I$$

رابطه کیلی - همیلتون:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3) - (c_1 b_2 a_3 + a_1 c_2 b_3 + b_1 a_2 c_3)$$

(۱) ساروس:

$$= (a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3) - (c_1 b_2 a_3 + a_1 c_2 b_3 + b_1 a_2 c_3)$$

ماتریس

دترمینان ماتریس ۳×۳

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

(۲) بسط دادن:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

وارون ماتریس ۲×۲:

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \rightarrow \text{یک جواب}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow \text{صفر جواب}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \text{بی شمار جواب}$$

$$\begin{aligned} & A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \\ & \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by' = c' \end{cases} \Rightarrow X = A^{-1}B \\ & B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \end{aligned}$$

دستگاه
۲ معادله - ۲ مجهولی:



معادله استاندارد: $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ ← دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع R

معادله گسترده: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ← دایره‌ای به مرکز $O(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2})$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \text{ و شعاع}$$

$F(A) > 0 \Rightarrow$ بیرون دایره
 $F(A) = 0 \Rightarrow$ روی محیط
 $F(A) < 0 \Rightarrow$ داخل دایره

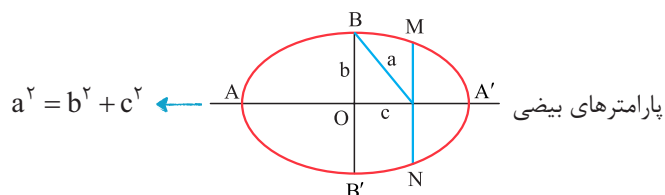
← وضعیت نقطه و دایره

$OH > R \Rightarrow$ خط بیرون دایره
 $OH = R \Rightarrow$ خط مماس دایره
 $OH < R \Rightarrow$ خط و دایره متقاطع

← وضعیت خط و دایره

وضعیت دو دایره: $|R - r| < d < R + r \Rightarrow$ متقاطع
 $d > R + r \Rightarrow$ متخارج
 $d = R + r \Rightarrow$ مماس خارج
 $d = |R - r| \Rightarrow$ مماس داخل

مقاطع مخروطی



پارامترهای بیضی

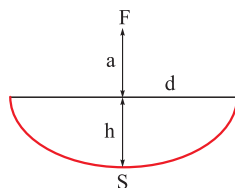
$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \text{ ← خروج از مرکز}$$

← (۲) بیضی

$$MN = \frac{b^2}{a} \text{ ← طول وتر کانونی بیضی}$$

معادله استاندارد سهمی: $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ ← افقی
 $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ ← قائم
 ← وتر کانونی سهمی: $|4a|$

معادله گسترده سهمی: $Ay^2 + By + Cx + D = 0$ ← افقی
 $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$ ← قائم
 $S = \left(-\frac{B}{2A}, -\frac{C}{2A}\right)$ ← مرکز
 $a = \frac{-C}{4A}$ ← فاصله از محور تقارن



$$a = \frac{d^2}{16h} \text{ ← دیش مخابراتی}$$

← خواص

ویژگی بازتابندگی: اشعه‌ای موازی محور تقارن تابانده شود، بازتابش از کانون برمی‌گردد و برعکس.



فاصله دو نقطه: $|AB| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2}$

مختصات وسط پاره خط: $M = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2} \right)$

فضای $\mathbb{R}^3$

مختصات بردار: $\vec{r} = B - A$

اندازه بردار: $|\vec{r}| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$

بردارها در سه بعد

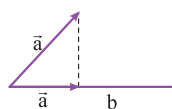
مجموع دو بردار: $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$

بردار

ضرب داخلی

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



ضرب داخلی دو بردار

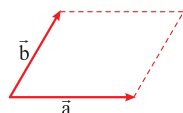
تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$: $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

کوشی - شواترز: $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$

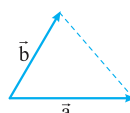
مختصاتی:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

اندازه: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$



$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$



مساحت: $S' = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$

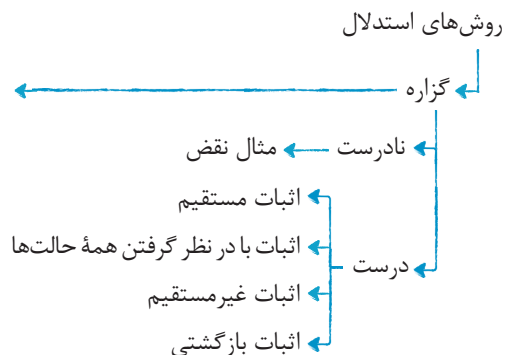
حجم متوازی السطوح:

$$V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$



نظریه اعداد

نوع اثبات	روش کار	کاربرد
مستقیم	از درستی فرض، به درستی حکم می‌رسیم.	از زوج یا فرد بودن اعداد به درستی حکم می‌رسیم.
در نظر گرفتن همه حالت‌ها	n را حالت بندی می‌کنیم (مثلاً زوج و فرد) و در هر کدام به درستی حکم می‌رسیم.	برای هر n می‌خواهیم حکمی را ثابت کنیم.
برهان خلف	خلاف حکم را به تناقض می‌رسانیم.	اثبات گنگ بودن اعداد - هر جا که اثبات مستقیم دشوار باشد.
بازگشتی	حکم را با اعمال دوطرفه به یک رابطه همواره درست می‌رسانیم.	نامساوی‌ها



ضرب	جمع و تفریق (نوع اثبات)
گویا (اثبات مستقیم)	گویا (اثبات مستقیم)
(اگر عدد گویا صفر باشد. صفر ولی ضرب گویای ناصفر در گنگ، گنگ است.)	گنگ (برهان خلف)
ممکن است گنگ یا گویا	ممکن است گنگ یا گویا

بخش پذیری در اعداد صحیح

ب.م.م و ک.م.م

a, b ک.م.م $[a, b]$ نماد ک.م.م a, b

a, b ب.م.م (a, b) نماد ب.م.م a, b

۱) حاصل ضرب عامل‌های اول مشترک با توان کم‌تر (a, b)

۲) $a | b \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases}$

۳) حاصل ضرب عوامل اول مشترک با توان بیشتر در غیرمشترک‌ها $[a, b] =$

$(ka, kb) = k \times (a, b)$

۴) ویژگی فاکتورگیری $[ka, kb] = k \times [a, b]$

$(a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = ab$

۵) $[a, b] = \frac{|ab|}{(a, b)} = \frac{\text{ضرب}}{\text{ب.م.م}}$ ارتباط ب.م.م و ک.م.م:

۶) $d = (an + b, a'n + b') \Rightarrow d \left| \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \right| = ab' - ba'$ (دترمینان ضرایب)

عادکردن

$$a | b \Leftrightarrow aq = b$$

$$a | b \Rightarrow ma | mb$$

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

$$a | b \Rightarrow a^n | b^n$$

$$a | b \Rightarrow a | b^n$$

$$\pm a | \pm a$$

$$\pm 1 | \pm a$$

$$a | 0$$

$$0 | a \Rightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} a | b \\ a | c \end{cases} \Rightarrow a | b \pm c$$

مرورنامه شب آزمون



اعداد اول

(۱) اگر $a \mid b$ ، آن گاه a مقسوم علیه b (بر a بخش پذیر) و b مضرب a است.
 (۲) اگر $a \neq \pm 1$ ، باشد، رابطه $a^m \mid a^n$ فقط وقتی برقرار است که $m \leq n$.
 (۳) اگر $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$ تجزیه شود، داریم: $n \mid b \Rightarrow p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots \mid b$ (الف)
 همه عامل های $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots$ باید در b وجود داشته باشند.
 (ب) $a \mid n \Rightarrow a \mid p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$
 a فقط عامل های $p_1, p_2, \dots$ و ... با توان کمتر یا مساوی از توان آن در سمت راست می تواند داشته باشد.
 $\text{تعداد مقسوم علیه های مثبت } n = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots$

قضیه تقسیم

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ - q \\ \hline r \end{array} \quad \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array}$$

(۱) مربع هر عدد فرد $8k + 1$
 (۲) p (اول بزرگ تر از ۳) $6k + 1$ یا $6k + 5$

$$a \equiv b \Leftrightarrow m \mid a - b \Leftrightarrow a \in [b]_m$$

هم نهشتی

به دست آوردن باقی مانده اعداد توان دار

(۱) اگر a عددی بزرگ باشد، هم نهشت آن به پیمانه m که کوچک تر از آن است (منفی یا مثبت مهم نیست) را قرار می دهیم.
 (۲) توانی از a پیدا می کنیم که هم نهشت ۱ یا -1 به پیمانه m باشد، (اگر نشد سعی می کنیم توانی از a که هم نهشت عدد کوچکی به پیمانه m باشد، پیدا کنیم).
 (۳) با توان رساندن دو طرف و ضرب در اعداد مناسب a^n را می سازیم.
قضیه فرما: اگر p اول باشد. $a \not\mid p$ ، آن گاه $a^{p-1} \equiv 1$.
 اگر پیمانه اول باشد، با قضیه فرما هم می توانیم رابطه هم نهشتی اولیه بنویسیم.

تغییر پیمانه در هم نهشتی

(۱) اگر دو عدد به پیمانه m هم نهشت باشند، به پیمانه مقسوم علیه های m نیز هم نهشت هستند.
 (۲) اگر دو عدد به پیمانه m و n هم نهشت باشند، به پیمانه $k.m$ و n نیز هم نهشت هستند.

ویژگی ها

$$a + c \equiv b + c \pmod{m}$$

$$ca \equiv cb \pmod{m}$$

$$a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pm mk \pmod{m}$$

$$\text{اگر } n \mid m, \text{ آن گاه } a \equiv b \pmod{n}$$

اتحادها

$$(a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{n}$$

$$(a - b)^n \equiv (a + (-b))^n \equiv a^n + (-b)^n \equiv a^n - b^n \pmod{n} \quad \text{زوج } n$$

$$(a - b)^n \equiv (a + (-b))^n \equiv a^n + (-b)^n \equiv a^n - b^n \pmod{n} \quad \text{فرد } n$$

$$a^k - b^k \mid a^n - b^n \quad \text{اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی باشد (یا } k \mid n \text{)، آن گاه}$$

$$a^k + b^k \mid a^n + b^n \quad \text{اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی و فرد باشد، آن گاه}$$

$$a^k + b^k \mid a^n - b^n \quad \text{اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی و زوج باشد، آن گاه}$$

ویژگی ساده سازی عدد از دو طرف هم نهشتی:

$$a \equiv b \pmod{m} \quad \text{اگر } (c, m) = 1$$

(۲) اگر $(c, m) = d$ باشد، c را ساده کرده، ولی پیمانه را باید به d تقسیم کنیم.

پیمانه	قاعده	توضیح فارسی
۹ یا ۳	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0 + a_1 + \dots + a_n$	هر عدد به پیمانه ۳ یا ۹، هم‌نهشت مجموع ارقام خودش است.
۱۰ یا ۵ ۲ یا	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0$	هر عدد، هم‌نهشت رقم یکان خود به پیمانه ۵ یا ۱۰ یا ۲ است.
۲۰ یا ۴ یا ۲۵ ۵۰	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_1 a_0$	هر عدد هم‌نهشت دو رقم آخر (یکان و دهگان) خود به پیمانه ۴ یا ۲۰ یا ۲۵ یا ۵۰ است.
۱۱	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots$	ارقام را از سمت راست یکی در میان - و + می‌گذاریم. هر عدد به پیمانه ۱۱ هم‌نهشت آن است.
۸	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_7 a_1 a_0$	هر عدد هم‌نهشت سه رقم سمت راست به پیمانه ۸ است.

بخش‌پذیری بر
اعداد خاص

کاربردها

رقم یکان

رقم یکان هر عدد برابر است با باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰؛ پس برای پیدا کردن رقم یکان اعداد از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ استفاده می‌کنیم.

تقویم‌نگاری

(۱) فاصله روزهای دو تاریخ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید اگر امروز n ماه باشد، تا انتهای ماه $(31 - n)$ روز (برای ۶ ماه اول) یا $(30 - n)$ روز (برای ۶ ماه دوم) مانده است.
(۲) باقی‌مانده عدد به دست آمده به ۷ را پیدا می‌کنیم.
(۳) اگر تاریخ جلوتر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده از مبدأ داده شده جلو می‌رویم و اگر تاریخ عقب‌تر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده عقب می‌رویم.

حل معادله

معادله سیاله خطی $ax + by = c$

شرط جواب: $c \mid (a, b)$ (یعنی ب.م.م ضرایب عدد ثابت c را عاد کند).
روش‌های حل: الف) هم‌نهشتی ب) استفاده از فرمول

روش هم‌نهشتی

(۱) دو طرف را به پیمانه ضریب کوچک‌تر (علامت مهم نیست)، مثلاً اگر دو طرف را به پیمانه a ببریم؛ می‌شود:

$$ax + by \equiv c \Rightarrow by \equiv c$$

(۲) معادله هم‌نهشتی را حل کرده و y را پیدا می‌کنیم

(۳) با قراردادن y در معادله، x را پیدا می‌کنیم.

روش استفاده از فرمول: اگر بتوانیم با جست‌وجو، یک جواب معادله به صورت (x_0, y_0) را پیدا کنیم، کل جواب‌ها به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad d = (a, b)$$

حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m$

(۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، هم‌نهشت آن‌ها به پیمانه m را قرار می‌دهیم.

(۲) با اضافه کردن مضارب پیمانه به b کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

(۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید.



نظریه گراف

- (۱) تعداد درجه‌ها برابر تعداد رأس‌ها یا مرتبه گراف است.
 (۲) مجموع درجات برابر با $2q$ است.
 (۳) تعداد رأس‌های فرد (رأس‌های با درجه فرد)، عددی زوج است.
 (۴) تعداد رأس‌های زوج (رأس‌های با درجه زوج) از نظر زوج و فردی مثل مرتبه گراف است.
 (۵) $\Delta \leq p-1$
 (۶) اگر k رأس از درجه $p-1$ (رأس فول یا رأسی که به همه وصل است) داشته باشیم، $\delta \geq k$ باید باشد.
 (۷) در بین درجه‌ها حتماً عدد تکراری وجود دارد.

تعداد گراف‌ها

تعداد	نوع گراف
$\frac{p(p-1)}{2}$	گراف ساده با p رأس مختلف
$\frac{p(p-1)}{2} k$	گراف ساده با p رأس مختلف شامل (یا فاقد) k یال مشخص
$\binom{p(p-1)}{2 \atop q}$	گراف‌های ساده q یالی با p رأس مختلف
p^{p-1}	گراف‌های جهت‌دار با p رأس مختلف

اسم	نماد
مجموعه رأس‌های گراف	$V(G)$
مجموعه یال‌های گراف	$E(G)$
مرتبه گراف	p
اندازه گراف	q
درجه رأس v	$\deg_G(v)$
ماکزیمم درجه	Δ
مینیمم درجه	δ
همسایگی باز رأس a	$N_G(a)$
همسایگی بسته رأس a	$N_G[a]$

مقدمات گراف

$$0 \leq \delta \leq \deg v \leq \Delta \leq p-1 \quad (۱)$$

$$0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2} \quad (۲)$$

$$|N_G[a]| = 1 + \deg(a), |N_G(a)| = \deg(a) \quad (۳)$$



مرونامه شبی آزمون

گسسته

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف کامل مرتبه P	K_p	گرافی که هر دو رأس در آن مجاورند. (به هم وصل‌اند).	(۱) درجه همه رأس‌ها $p-1$ است. (۲) گراف $(p-1)$ - منتظم است. (۳) $q = \frac{p(p-1)}{2}$ (۴) بیشترین یال را در بین گراف‌های هم‌مرتبه خود دارد.
گراف مکمل G	$\bar{G}$	رأس‌های $\bar{G}$ همان رأس‌های G است. یال‌های $\bar{G}$ یال‌هایی هستند که در G وجود ندارد.	(۱) $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۲) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$
گراف k-منتظم	—	گرافی که درجه هر رأس برابر k است.	(۱) $k \leq p-1$ که $k \equiv 0 \pmod{2}$ (۲) گراف فرد منتظم مرتبه فرد نداریم. (از بین p و k حداقل یکی زوج باید باشد).

گراف‌های خاص

نوع	ویژگی
گراف ۰-منتظم (گراف تهی)	(۱) $q = 0$ (۲) از تعدادی رأس ایزوله تشکیل شده.
گراف ۱-منتظم	از تعدادی یال تشکیل شده است.
گراف ۲-منتظم	از اجتماع تعدادی چندضلعی تشکیل شده است.
گراف کامل K_p	$(p-1)$ - منتظم هستند.

انواع گراف‌های منتظم

مرونامه شبی آزمون

دوازدهم ریاضی

- مسیر رأس تکراری ندارد.
- هر رأس یک مسیر به طول صفر به خودش است؛ پس تعداد مسیرهای به طول صفر برابر مرتبه گراف یا p است.
- تعداد مسیرهای به طول یک، برابر تعداد یال‌های گراف یا q است.
- تعداد مسیرهای به طول حداکثر یک، برابر $p+q$ است.
- برای به دست آوردن تعداد مسیرها از روی درجه‌ها ابتدا گراف را رسم و سپس به صورت مستقیم مسیرها را شمارش می‌کنیم.

مسیر	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول مسیر	تعداد یال‌های طی شده (یا یکی کمتر از تعداد رأس‌های مسیر)
P_n	مسیر n رأسی به طول $n-1$

مسیر - دور

- $q < p-1$ قطعاً ناهمبند
- $p-1 \leq q \leq \binom{p-1}{2}$ ممکن است همبند یا ناهمبند
- $q > \binom{p-1}{2}$ قطعاً همبند

گراف همبند گرافی که بین هر دو رأس آن، مسیر وجود دارد.

- در گراف غیرکامل به صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.
- تعداد دورهای به طول m در K_p برابر $\frac{\binom{p}{m} (m-1)!}{2}$ است.

دور	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری (به غیر از اول و آخر) که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول دور	تعداد یال‌های طی شده
C_n	دور n رأسی به طول n ($n \geq 3$)



- مباحثی در ترکیبات -

یادآوری تعاریف:

$$(n)_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

قضیه جایگشت با تکرار:

اگر n شیء مفروض به طوری که n_1 تای آن‌ها از نوع اول و یکسان، n_2 تای آن‌ها از نوع دوم و یکسان و... و n_k تای آن‌ها از نوع k ام و یکسان باشند، در این صورت تعداد کل جایگشت‌های اشیاء برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

تعریف:

یک جدول مربعی از اعداد 1 و 2 ... به شکل یک مربع $n \times n$ که سطرها و ستون‌های آن با اعداد 1 و 2 ... پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین می‌نامیم.

دو مربع لاتین متعامد:

فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند، به طوری که از کنار هم قرار گرفتن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B است (و یا بر عکس)؛ در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B متعامدند. هرگاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

مثالی از دو مربع لاتین و متعامد A و B :

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 22 & 33 & 44 & 11 \\ \hline 34 & 31 & 12 & 43 \\ \hline 41 & 14 & 23 & 32 \\ \hline 13 & 42 & 31 & 24 \\ \hline \end{array}$$

روش‌هایی برای شمارش:

اصل شمول و عدم شمول: اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند، آن‌گاه داریم:
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
 نتیجه اصل شمول و عدم شمول: اگر A و B زیرمجموعه‌های S باشند، داریم:
 $|S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$
 اصل شمول برای سه مجموعه:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

اصل لانه کبوتری:

اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم، $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار دارد.

تعمیم اصل لانه کبوتری:

اگر $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k+1)$ کبوتر در آن قرار گرفته است.



فصل اول

تعاریف مقدماتی -

گزاره: جمله خبری که فقط یک ارزش داشته باشد یا درست (T یا د) باشد یا نادرست (F یا ن).
 گزاره نما: جمله خبری شامل یک یا چند متغیر که با جای گذاری مقادیر به جای متغیر، تبدیل به گزاره می شود، گزاره نما می گوییم.
 دامنه گزاره نما (D): مجموعه اعدادی که می توانیم به جای متغیرهای گزاره نما قرار دهیم.
 مجموعه جواب گزاره نما (S): اعدادی از دامنه که با قراردادن آنها به جای متغیرها، گزاره ای با ارزش درست به دست می آید.

ارزش گزاره های ترکیبی -

ریاضی	فارسی	ارزش
$p \vee q$	p یا q	وقتی درست است که حداقل یکی از p یا q درست باشد.
$p \wedge q$	p و q	وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.
$p \Rightarrow q$	اگر p آن گاه q	فقط در حالت «ن $\Rightarrow$ د» نادرست است و در بقیه حالت ها درست است.
$p \Leftrightarrow q$	p اگر و فقط اگر q	وقتی درست است که p و q هم ارزش باشند.
$\sim p$	نقیض p	ارزش آن برعکس p است.

نوع سور	نماد	فارسی	نقیض
عمومی	$\forall$	به ازای هر	$\exists x \in U; \sim p(x)$
وجودی	$\exists$	به ازای برخی وجود دارد.	$\forall x \in U; \sim p(x)$

تعداد زیر مجموعه ها -

تعداد کل زیر مجموعه ها	زیر مجموعه های ناتهی	زیر مجموعه های غیر خودش (سره)	زیر مجموعه های شامل k عضو خاص (فاقد k عضو خاص)	زیر مجموعه های k عضوی
2^a	$2^a - 1$	$2^a - 1$	2^{a-k}	$\binom{n}{k}$

زیر مجموعه های k عضوی شامل x عضو خاص	زیر مجموعه های k عضوی فاقد x عضو خاص
$\binom{n-x}{k-x}$	$\binom{n-x}{k}$



- ضرب دکارتی -

زوج مرتبه‌هایی (نقاطی) که مؤلفه اول آن‌ها از A و مؤلفه دوم از B می‌آید.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\} =$$

- $\rightarrow n(A) = k, n(B) = m \Rightarrow n(A \times B) = km$ (زوج مرتب km)
 $\rightarrow$ نمودار مسطح می‌شود. A و B هر دو بازه
 $\rightarrow n(A) = k$, بازه $B \Rightarrow$ نمودار k خط یا پاره خط یا نیم خط عمودی می‌شود.
 $\rightarrow$ نمودار m خط یا پاره خط یا نیم خط افقی می‌شود. A , بازه $n(B) = m \Rightarrow$

$$A \times B = B \times A, A, B \neq \emptyset \Rightarrow A = B$$

قضیه:

- جبر مجموعه‌ها و گزاره‌ها -

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$$

شرکت پذیری

پخش:	$\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C})$ $\overline{A \cap (B \cup C)} = (\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C})$ فاکتور	$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$A \subseteq B$: زیر مجموعه $A \cup B = B$ $A \cap B = A$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.) $A - B = \emptyset$		$p \vee T = T$ $p \vee \sim p = T$ $p \wedge F = F$ $p \wedge \sim q = F$
دمورگان:	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
تفاضل به اشتراک: $A - B = A \cap B'$		$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q, \sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
جذب:	$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A & (A \cap B \subseteq A \text{ چون}) \\ A \cap (A \cup B) = A & (A \subseteq A \cup B \text{ چون}) \end{cases}$	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

فصل دوم

فضای نمونه = مجموعه کل حالت‌های کمان S

• اگر آزمایش متشکل از دو آزمایش A و B باشد $S = A \times B$

پیشامد = هر زیرمجموعه فضای نمونه

• تعداد $2^{n(S)}$ پیشامد وجود دارد.

برآمد: هر عضو فضای نمونه

رخداد پیشامد: رخدادن یکی از عضوهای پیشامد

دو پیشامد ناسازگار: $A \cap B = \emptyset$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد مطلوب}}{\text{تعداد کل}}$$

احتمال دو فضای هم‌شانس: احتمال غیر هم‌شانس:

S	s_1	s_2	$\dots$	s_n
احتمال	$P(s_1)$	$P(s_2)$	$\dots$	$P(s_n)$

۱) $P(s_1) + \dots + P(s_n) = 1$ جمع احتمال‌ها

۲) $P(\{s_1, s_2\}) = P(s_1) + P(s_2) = 1$
احتمال s_1 یا s_2

۳) $P(s_1) = 1 - P(\text{بقیه})$ یا $P(\{s_1, s_2\}) = 1 - P(\text{بقیه})$

مستقل و وابسته

A و B مستقل $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

۱) اگر A و B مستقل نباشند (تساوی بالا برقرار نباشد)، دو پیشامد را وابسته گوئیم.

۲) اگر A و B مستقل باشند، رخداد یا عدم رخداد A تأثیری در محاسبه احتمال B ندارد؛ یعنی:

$$P(B|A) = P(B|A') = P(B) \quad (P(A) \neq 0)$$

۳) اگر A و B مستقل باشند:

الف) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ، ب) $P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$ و پ) $P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$ ، یعنی احتمال اشتراک هر دوتایی از آن‌ها برابر

ضرب احتمال آن‌ها می‌شود.

قوانین احتمال

احتمال رخدادن A یا B $= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

احتمال رخدادن A و عدم رخدادن B $= P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

احتمال آن‌که A رخ ندهد. $P(A') = 1 - P(A)$

احتمال آن‌که فقط یکی از A و B رخ بدهد. $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

احتمال آن‌که نه A رخ بدهد و نه B . $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

احتمال اشتراک $\rightarrow \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$ $\rightarrow$ احتمال شرطی (دومی)
فرمول احتمال شرطی: $P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$
۱) قانون ضرب احتمال
۲) (احتمال شاخه‌ای) قانون احتمال کل
۳) قانون بیز

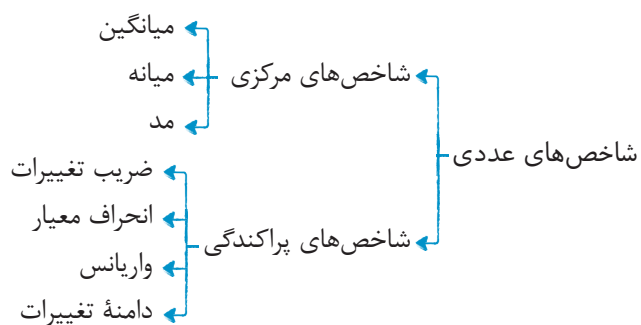


- احتمال دوجمله‌ای -

$$P(k \text{ پیروزی در } n \text{ آزمایش}) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$\binom{n}{k}$ ← تعداد شکست
 p^k ← احتمال پیروزی
 $(1-p)^{n-k}$ ← احتمال شکست
 p ← احتمال پیروزی
 $1-p$ ← احتمال شکست

فصل سوم



f_i = تکرار فراوانی داده i ام

$\frac{f_i}{n}$ = فراوانی نسبی

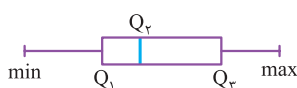
$\frac{f_i}{n} \times 100$ = درصد فراوانی نسبی

$\theta_i = \frac{f_i}{n} \times 360$ زاویه در نمودار دایره‌ای

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad \text{میانگین موزون}$$

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$



میانۀ Q_2 ← تعداد داده‌ها فرد ← داده وسط
 ← تعداد داده‌ها زوج ← میانگین دو عدد وسط

چارک اول = Q_1 = میانۀ داده‌های قبل میانه

چارک سوم = Q_3 = میانۀ داده‌های بعد میانه

شاخص	فرمول
واریانس	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$
انحراف معیار	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
ضریب تغییرات	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$
واریانس ۵ عدد متوالی	۲
واریانس n عدد حسابی یا قدر نسبت d	$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right)d^2$

داده‌ها	شاخص‌ها	$\bar{x}$	σ	σ^2
در n ضرب می‌کنیم.	در a ضرب	در a ضرب	در a ضرب	در a^2 ضرب
با b جمع می‌کنیم.	با b جمع	با b جمع	تغییری نمی‌کند.	تغییری نمی‌کند.

فصل چهارم

انواع روش‌های نمونه‌گیری (اندازه نمونه برابر n و اندازه جامعه برابر N است).

روش	تعریف	شانس انتخاب هر عضو
تصادفی ساده	نمونه‌گیری تصادفی ساده: نوعی روش نمونه‌گیری که در آن همه واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه، احتمال یکسان دارند.	$\frac{n}{N}$
خوشه‌ای	نمونه‌گیری خوشه‌ای: نمونه‌گیری که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند؛ سپس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیرد.	$\frac{n}{N}$
طبقه‌ای	نمونه‌گیری طبقه‌ای: روش نمونه‌گیری که در آن با طبقه‌بندی جامعه به زیر جامعه‌های مجزا یک نمونه تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می‌شود.	اگر از هر طبقه متناسب با تعداد اعضا برداریم، همان $\frac{n}{N}$ است.
سامان‌مند (سیستماتیک)	نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامان‌مند: نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است. فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.	$\frac{n}{N}$



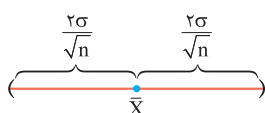
- برآورد -

● نقطه‌ای: میانگین نمونه $\bar{X}$ که برآوردی از میانگین جامعه است.

● بازه‌ای میانگین جامعه (μ)

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{انحراف معیار جامعه}}{\sqrt{\text{اندازه نمونه}}}$$

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

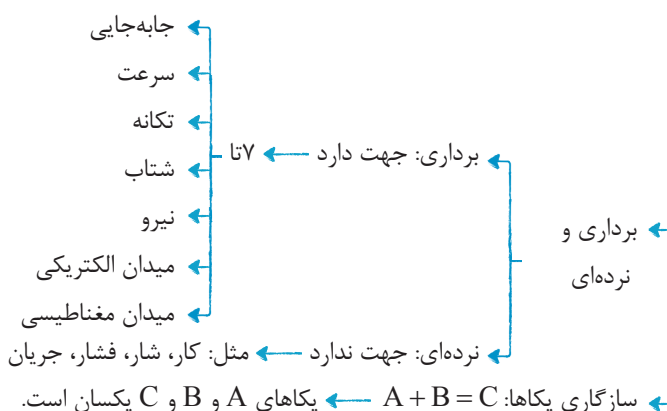
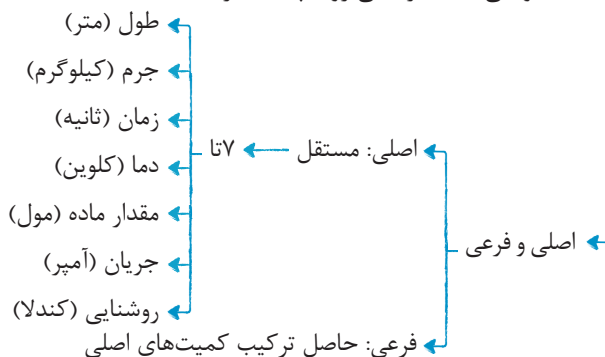


(۱) وسط بازه اطمینان همان میانگین نمونه ($\bar{X}$) است.

(۲) طول بازه اطمینان برابر با $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

فیزیک دهم: فصل ۱

تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال: نقطه قوت علم فیزیک
مدل‌سازی: حذف عواملی که تأثیر کمی روی پدیده دارند.



سال نوری (ℓy): مسافت نور در یک سال

چند یکا ← یکای نجومی (AU): متوسط فاصله زمین تا خورشید

آنگستروم (A): 10^{-10} متر

آهنگ تغییر: تغییر کمیت در واحد زمان $\left(\frac{\Delta(\text{کمیت})}{\Delta t}\right)$

دقت وسیله اندازه‌گیری ← کم‌ترین ارزش مکانی:

$m = 10.02 \text{ g} \Rightarrow \text{دقت} = 0.01 \text{ g}$

$\ell = 52.0 \text{ cm} \Rightarrow \text{دقت} = 0.1 \text{ cm}$

دقت اندازه‌گیری

مهارت ← باید عمود نگاه کنیم.

تعداد اندازه‌گیری ← داده پرت را حذف کرده و سپس میانگین می‌گیریم.

$$\left(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right) \rho = \frac{m}{V}$$

چگالی کم‌تر، مایع بالاتر

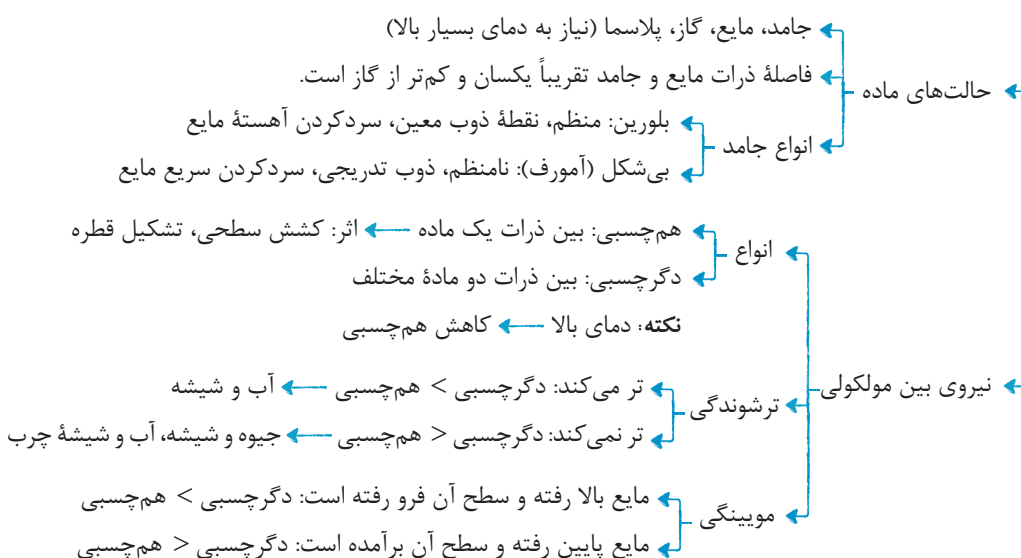
$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ حجم استوانه} = \pi r^2 h$$

$$\text{حجم حفره} = V_{\text{کل}} - \frac{m}{\rho}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$



فیزیک دهم: فصل ۲



تعریف: $P = \frac{F}{A}$ ، جامدهای استوانه‌ای: $P = \rho gh$
فشار شاره‌ها: $P = \rho gh$ (پیمانه‌ای)، $\Delta P = \rho g \Delta h$ ، فشار در نقاط هم‌تراز برابر است.



نمودار فشار بر حسب عمق: عمق، $P = P_0 + \rho gh$ ، فشار کل

فشار یکاها: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ، $\text{cmHg} \xrightarrow{\times \rho_{\text{Hg}} \times \frac{h}{100}} \text{Pa}$

فشار مایع در ظروف استوانه‌ای: $P = \frac{mg}{A}$

اگر فشار یک نقطه از شاره ساکن به اندازه ΔP زیاد شود، فشار تمام نقاط به اندازه ΔP زیاد می‌شود.



فشار هوا: با افزایش فاصله از زمین فشار و چگالی کم می‌شود: فاصله از زمین

نیرو: $F = PA$

فشار پیمانه‌ای: $P = P_0 - P_{\text{پیمانه‌ای}}$

رو به بالا، به دلیل اختلاف فشار بالا و پایین جسم

نیروی شناوری ← مایع $\rho > \rho_{\text{جسم}}$ ته نشین

مقایسه چگالی جسم و مایع ← مایع $\rho < \rho_{\text{جسم}}$ شناوری در سطح، بالا رفتن

مایع $\rho = \rho_{\text{جسم}}$ غوطه‌وری

معادله پیوستگی: آهنگ شاره، ثابت است $\leftarrow v_1 A_1 = v_2 A_2$

شاره در حال حرکت ← اصل برنولی - تندی افزایش $\leftarrow$ فشار کاهش

ویژگی‌های فیزیکی مواد



فیزیک دهم: فصل ۳

$$W = 0 \leftarrow \theta = 90^\circ$$

کار نیروی وزن: $W_{mg} = -mg\Delta h$ (فقط تغییر ارتفاع مهم است.)

کار نیروی اصطکاک: $W_{fk} = -f_k \ell$

کار نیروی مقاومت هوا: $W_{fd} = -f_d d$

کار کل: $W_t = W_1 + W_2 + \dots$

بردار یکه: $W = F_x d_x + F_y d_y$

کار: کار نیروی ثابت: $W = Fd \cos \theta$

انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2$

انرژی پتانسیل گرانشی: $U = mgh$

انرژی پتانسیل کشسانی: انرژی ذخیره شده در فنر کشیده یا فشرده

قضیه کار - انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K$

رابطه کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی: $W_{mg} = -\Delta U$

پایستگی انرژی مکانیکی - در صورت نبود اتلاف انرژی: $E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

کار نیروی اتلاfi: $E_2 - E_1 = \text{تغییر انرژی مکانیکی} = \text{تغییر انرژی درونی} = |\text{کار نیروی تلف کننده}|$

$$P = \frac{W}{t}$$

اسب بخار (hp): یکای توان

توان: آهنگ انجام کار

$$Ra = \frac{W}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}$$

توان و بازده

بازده: کار مفید به انرژی ورودی:

کار، انرژی، توان



فیزیک دهم: فصل ۴

$$T = \theta + 273$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta, \Delta T = \Delta\theta$$

دماسنج‌های معیار: گازی، پلاتینی، تفسنج (پیرومتر)

کمیت دماسنجی: کمیتی که تغییر آن نشانه تغییر دما است

ترموکوپل - ولتاژ

ترموکوپل: از دو فلز غیرهم‌جنس ساخته شده، خیلی سریع، گستره دمایی بالا (وابسته به جنس دو سیم)

دماسنج بیشینه - کمینه ← کاربرد: باغداری، هواشناسی

$$\Delta\ell = \ell_A \Delta\theta$$

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta, \Delta V = V_1 \gamma \alpha \Delta\theta$$

انبساط گرمایی: با افزایش دمای فلز، تمام ابعاد، حتی سوراخ‌ها بزرگ می‌شوند.

کاربردها: دمپا و دماسنج نواری دو فلز: دو نوار فلزی چسبیده به هم که با تغییر دما خم می‌شود.

$$\Delta\rho = -\rho_1 \beta \Delta\theta, \Delta\rho = -\rho_1 \gamma \alpha \Delta\theta$$

تغییر چگالی با دما: حجم آب: تا 4°C کاهش، سپس افزایش

چگالی آب: تا 4°C افزایش، سپس کاهش

$$C = mc, Q = C\Delta\theta, Q = mc\Delta\theta$$

تغییر حالت در اثر گرما: $Q = \pm mL_f$ (ذوب) و $Q = \pm mL_v$ (تبخیر) هنگام تغییر حالت، دما ثابت است.

میعان

انجماد

تبخیر سطحی و جوشیدن: اولی در هر دما، دومی فقط در دمای معین، اولی در سطح مایع و دومی از همه‌جای مایع

نقطه ذوب و جوش: وابسته به جنس و فشار

$$PtRa = Q$$

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

رسانش: انتقال ارتعاش ذرات، در رساناهای الکتریکی تأثیر الکترون آزاد بیشتر است.

روش‌های انتقال گرما: همرفت: انتقال ماده گرم، واداشته و طبیعی، در اثر تغییر چگالی مایع گرم بالا می‌رود.

تابش: هر جسم در هر دمایی، سرعت بالا، سطح تیره‌تر و کدرتر ← تابش بیشتر

* حفظی‌های کتاب درسی را بخون!

$$n = \frac{N}{N_0} \text{ و } n = \frac{m}{M}, PV = nRT$$

N_0 : عدد آووگادرو، M : جرم مولی، دما: دمای کلوین

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{n_2 T_2}{n_1 T_1}$$

قوانین گازها

رابطه نسبی:



فیزیک دهم: فصل ۵

$$\Delta U = Q + W$$

انبساط: $W < 0$ ، تراکم: $W > 0$

دریافت گرما: $Q > 0$ ، از دست دادن گرما: $Q < 0$

اندازه W برابر است با مساحت زیر نمودار $P - V$

$W' = -W$ (کار محیط روی سیستم) = کار سیستم روی محیط

W و Q وابسته به مسیر فرایند، ΔU : فقط وابسته به دمای اول و آخر

انرژی درونی گاز کامل فقط متناسب با دماست: $U \propto T \propto PV$

فرایند هم حجم: حجم ثابت، $P \propto T$ ، $W = 0$ ، $\Delta U = Q$

فشار ثابت، $V \propto T$ ، $W = -P\Delta V$ و $-nR\Delta T$

انبساط هم فشار: $W < 0$ ، $Q > 0$ ، $\Delta U > 0$

تراکم هم فشار: $W > 0$ ، $Q < 0$ ، $\Delta U < 0$

دما ثابت: ثابت: PV ، $\Delta U = 0$ ، $Q = -W$

انبساط هم دما: $W < 0$ ، $Q > 0$ ، $P \downarrow$ ، $V \uparrow$

تراکم هم دما: $W > 0$ ، $Q < 0$ ، $P \uparrow$ ، $V \downarrow$

$Q = 0$ ، عایق بندی یا خیلی سریع، $\Delta U = W$

انبساط بی دررو: $W < 0$ ، $T \downarrow$ ، $P \downarrow$ ، $V \uparrow$ ، $\Delta U < 0$

تراکم بی دررو: $W > 0$ ، $T \uparrow$ ، $P \uparrow$ ، $V \downarrow$ ، $\Delta U > 0$

در نمودار $P - V$ شیب بی دررو بیشتر از هم دما است.

ΔU چرخه = $-W$ چرخه، مساحت داخل $P - V$ ، Q چرخه = W چرخه، $|Q \text{ چرخه}| = |W \text{ چرخه}|$

$\Delta U \text{ چرخه} = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \dots$ ، $Q \text{ چرخه} = Q_1 + Q_2 + \dots$ ، $W \text{ چرخه} = W_1 + W_2 + \dots$

چرخه ساعتگرد: $W > 0$ ، $Q \text{ چرخه} > 0$ ، چرخه پادساعتگرد: $W < 0$ ، $Q \text{ چرخه} < 0$

$Q_H = |Q_L| + |W|$ ، $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ بازده، $|W| = pt$

قانون دوم ترمودینامیک: هیچ وقت بازده ۱۰۰ درصد نیست.

* حفظی های کتاب درسی را بخون!

با انجام کار، گرما از جسم سرد به گرم منتقل می شود.

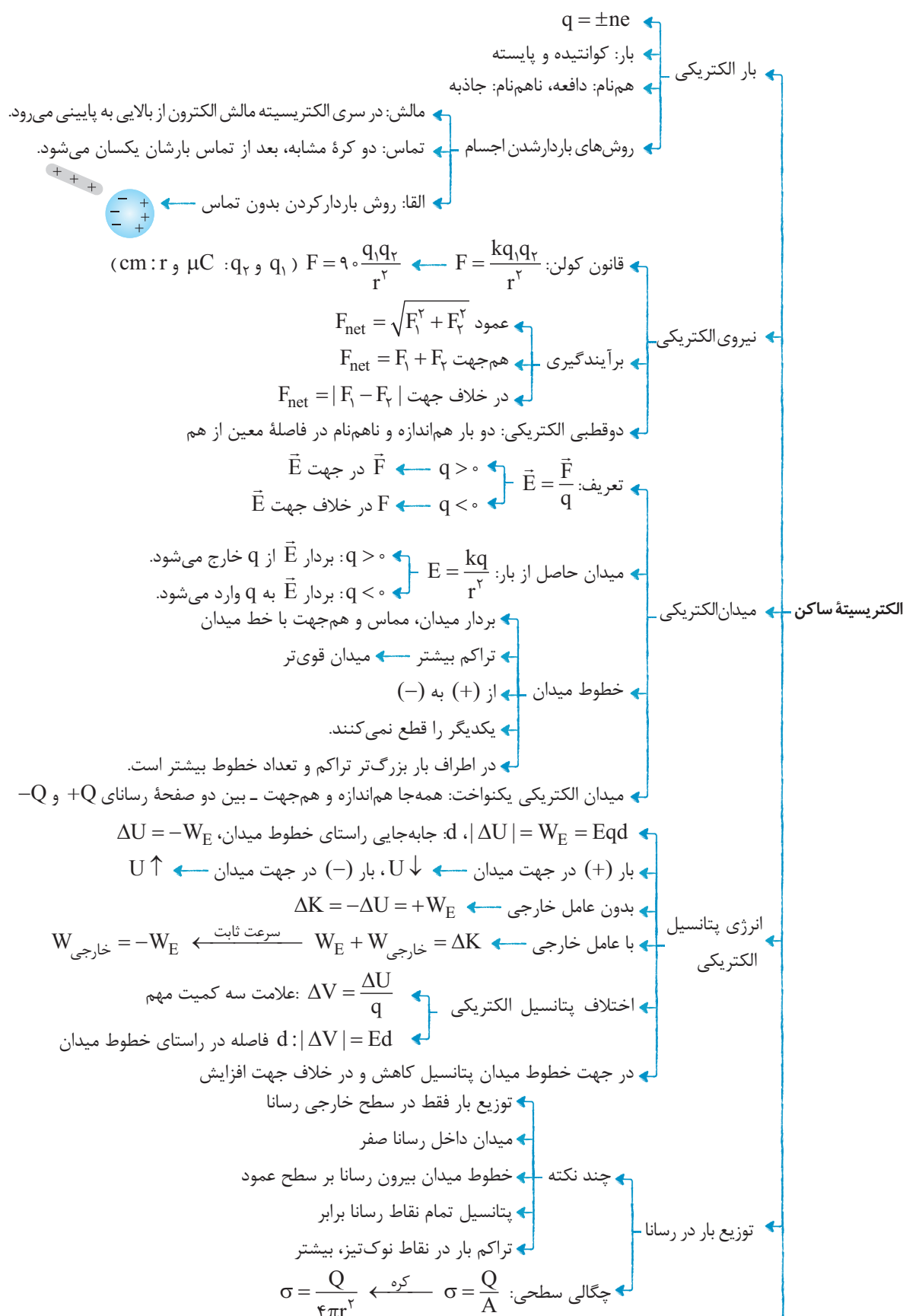
$W + Q_L = |Q_H|$

قانون دوم ترمودینامیک: گرما به طور خودبه خود از جای گرم به سرد می رود و انتقال گرما از جسم سرد به گرم،

حتماً نیاز به انجام کار دارد.



فیزیک یازدهم: فصل ۱





خازن

ظرفیت: $Q = CV \Leftrightarrow C = \frac{Q}{V}$

عوامل مؤثر بر ظرفیت: $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$

انرژی: $U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV$

میدان بین صفحه‌ها: $E = \frac{V}{d} = \frac{Q}{kA}$

دی‌الکتریک (چه قطبی، چه غیرقطبی) ← سبب افزایش C و $V_{\max}$

خازن وصل به باتری ← ثابت: V
 $Q \propto C$
 $U \propto C$

خازن جدا از باتری ← ثابت: Q
 $V \propto \frac{1}{C}$
 $U \propto \frac{1}{C}$



فیزیک یازدهم: فصل ۲

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

جریان الکتریکی ← آمپر ساعت: یکای بار، Δt بر حسب ساعت و I بر حسب آمپر
جریان در خلاف جهت حرکت الکترون‌ها، در یک مقاومت جریان از پتانسیل بیشتر به کمتر

$$R = \frac{V}{I}$$

مقاومت الکتریکی ← انواع رسانا ← اهمی: R ثابت
غیر اهمی: R وابسته به I و V

در رسانای اهمی: شیب نمودار $V-I$: R ، شیب نمودار $I-V$: $\frac{1}{R}$

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

مقاومت الکتریکی ← عوامل مؤثر بر مقاومت رسانا
اثر دما روی مقاومت ← رسانا: دما $\uparrow \rightarrow R \uparrow$
نیم رسانا: دما $\uparrow \rightarrow R \downarrow$

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$$

مقاومت‌های کربنی: $ab \times 10^n$ ، حلقه طلایی ۵٪
چهارم: حلقه تیرانس
بی رنگ ۲۰٪

مقاومت‌های خاص را بخون!

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$$

تک باتری: $I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$ ، جریان از قطب + باتری خارج می‌شود.
چند باتری: $I = \frac{\text{جمع } \varepsilon}{\text{جمع } R \text{ و } r}$ ، جهت جریان را باتری یا باتری‌های قوی‌تر مشخص می‌کند.

عبور از مقاومت ← در جهت جریان $-RI$
در خلاف جهت جریان $+RI$

حرکت در مدار ← عبور از باتری
قطب (-) به (+): $+\varepsilon$
قطب (+) به (-): $-\varepsilon$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ← نمودار: شیب r و عرض از مبدأ ε

مولد در حال شارژ: $V_{\text{باتری شارژ}} = \varepsilon + rI$

جریان و مقاومت الکتریکی

جریان و مدار الکتریکی

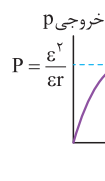
مدار ساده



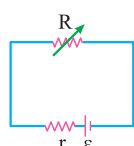
فرمول کلی $P = VI$ ← جریانی از پتانسیل بیشتر به کم تر: مصرف کننده
جریانی از پتانسیل کم تر به بیشتر: تولید کننده

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$$

ولتاژ اسمی (V_s)، توان اسمی (P_s) ← $P_s = \frac{V_s^2}{R}$ و $\frac{P}{P_s} = \left(\frac{V}{V_s}\right)^2$



توان تولیدی: ϵI
توان مصرفی: rI^2
توان خروجی: $P_{\text{خروجی}} = \epsilon I - rI^2$ نمودار سهمی: I



هر چه R به r نزدیک، توان خروجی بیشتر

$R = r$ ← توان خروجی MAX می شود.

اگر به ازای R_1 و R_2 توان خروجی برابر باشد ← $r^2 = R_1 R_2$

توان ورودی مولد در حال شارژ: $P = \epsilon I + rI^2$

یک سر مشترک دارند، بدون انشعاب

متوالی (سری) ← جریانی ها برابر

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$

به هم بستن مقاومت ها

دو سر مشترک (انشعاب مهم نیست)

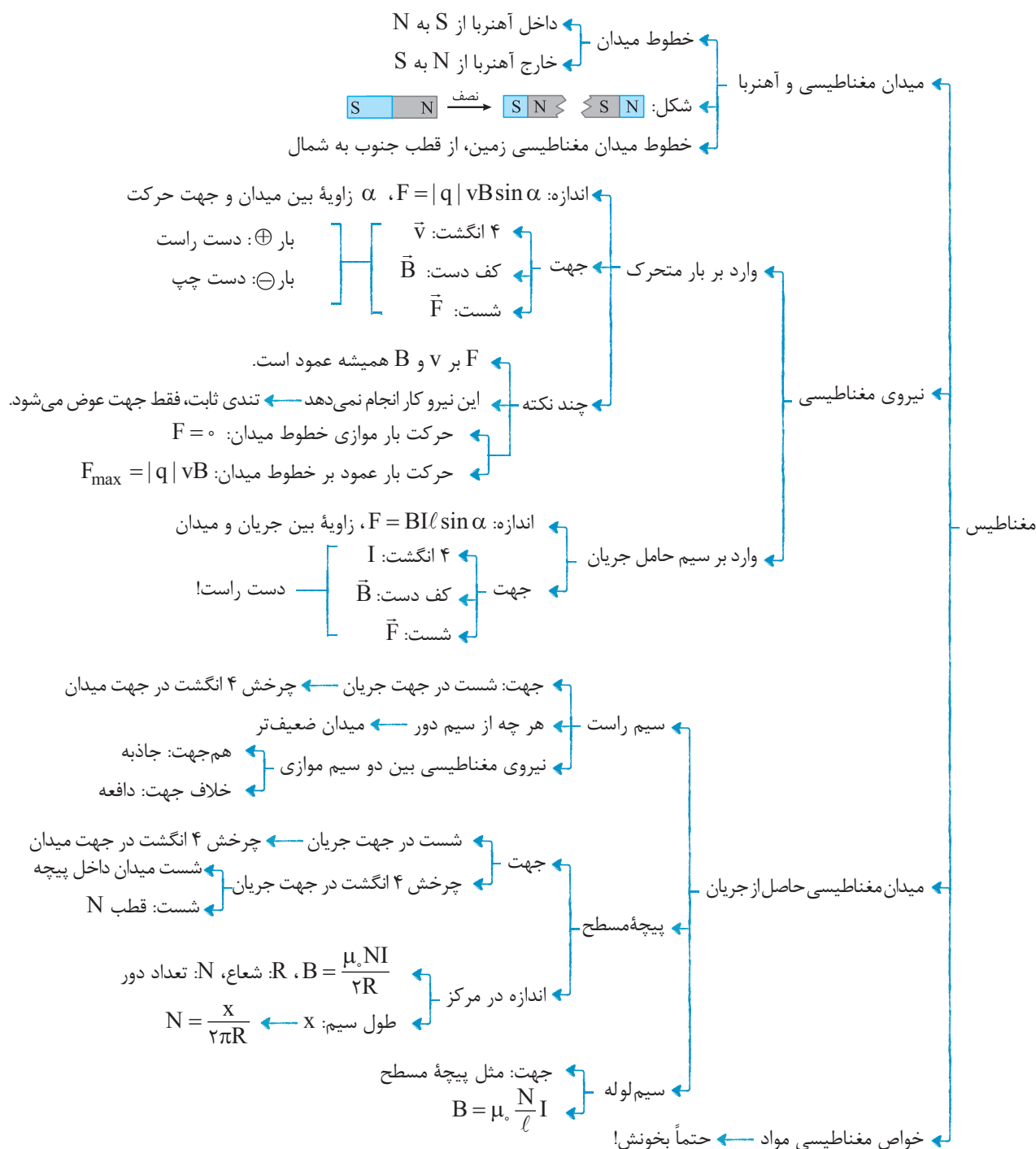
ولتاژها برابر

موازی ← $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$ ، $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ، $R_{eq} < R_1, R_2$

جریان ها به نسبت عکس مقاومت ها پخش می شوند.



فیزیک یازدهم: فصل ۳



فیزیک یازدهم: فصل ۱۴

$\Phi = AB \cos \theta$ ، θ زاویه بین نیم خط عمود بر سطح با میدان

$\Phi = 0$ ← قاب موازی خطوط

$\Phi_{\max} = AB$ ← قاب عمود بر خطوط

نشان دهنده تعداد خطوط عبوری از قاب

$\Delta \Phi = \Delta A \times B \times \cos \theta$ ← عامل تغییر: A

$\Delta \Phi = A \times \Delta B \times \cos \theta$ ← عامل تغییر: B

$\Delta \Phi = AB \Delta(\cos \theta)$ ← عامل تغییر: θ

شار مغناطیسی

تغییر شار

قانون لنز: جهت جریان القایی طوری است که از تغییر شار جلوگیری کند.

$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ← نیروی محرکه القایی متوسط: $\bar{\mathcal{E}}$

$\bar{I} = -\frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ← جریان القایی متوسط: $\bar{I}$

القای الکترومغناطیسی
و جریان متناوب

القای الکترومغناطیسی

اندازه شیب نشان دهنده نیروی محرکه و جریان القایی

+ ← نیروی محرکه و جریان القایی: -

- ← علامت شیب

+ ← نیروی محرکه و جریان القایی: +

نمودار شار - زمان

انرژی القاگر: $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، L ضریب القاوری، انرژی ذخیره می شود!

$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$ ← ضریب القاوری

خود القاوری و القاگر ← خود القاوری: جریان القاگر در حال تغییر باشد، در خودش نیروی محرکه جهت جلوگیری از تغییر جریان القا می کند.

دو القاگر کنار هم باشند و جریان یکی عوض شود، جریان

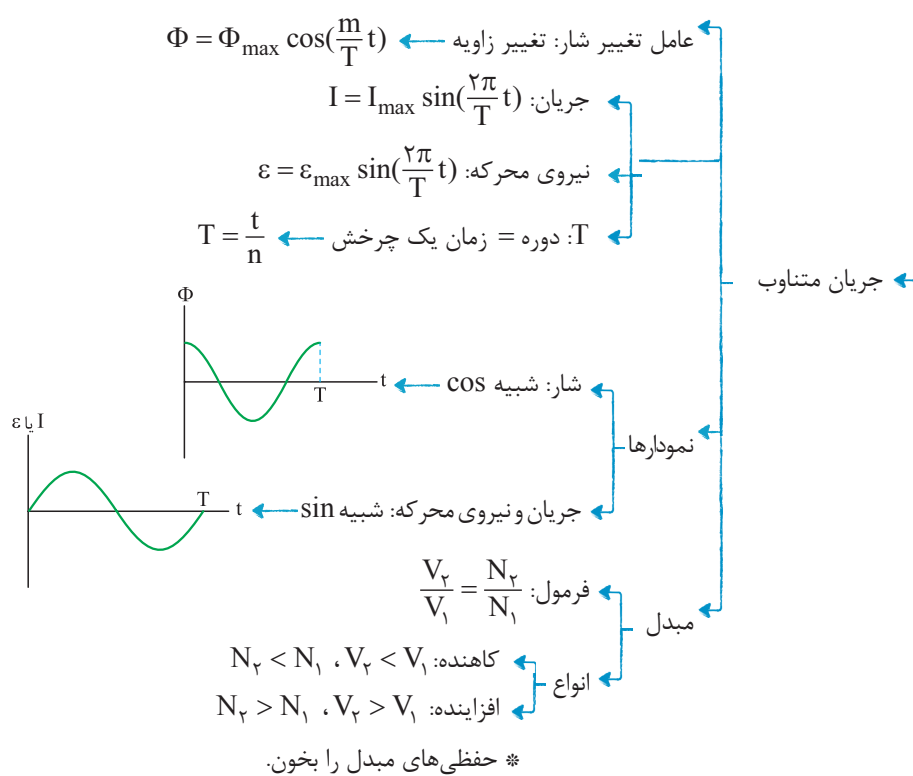
دیگری هم عوض می شود.

جریان القاگر فاعل: ↑ ← جریان القاگر دیگر در خلاف

جهت فاعل

جریان القاگر فاعل: ↓ ← جریان القاگر دیگر در جهت فاعل

القای متقابل





فیزیک دوازدهم: فصل ۱

مسافت (l): طول مسیر طی شده، جابه‌جایی ($\vec{d}$ یا $\vec{\Delta x}$): برداری که نقطهٔ اولیه را به نهایی وصل می‌کند.

شرط برابری مسافت و اندازهٔ جابه‌جایی: حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت باشد. $l \geq |\Delta x|$

سرعت متوسط و تندى متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$

اصطلاحات زمانی: ثانیهٔ n: ۱ تا n ثانیهٔ m: m تا mn از mn - m تا mn

بردار مکان: برداری که مبدأ را به مکان وصل می‌کند، معادلهٔ مکان - زمان: $x = f(t)$ ، عبور از مبدأ: x صفر شده و تغییر علامت دهد. فاصله از مبدأ: $|x|$

سرعت در حرکت روی محور x: $x > 0$: حرکت به سمت راست، $x < 0$: حرکت به سمت چپ
شرط تغییر جهت: v صفر شده و تغییر علامت دهد.

شتاب: آهنگ تغییر سرعت: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، سرعت متغیر $a \neq 0 \Rightarrow$ ، سرعت ثابت $a = 0 \Rightarrow$

نوع حرکت
تندشونده $av > 0, \uparrow: |v|$
کندشونده $av < 0, \downarrow: |v|$

شیب مماس بر $x - t$ ← سرعت لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $x - t$ ← سرعت متوسط
شیب مماس بر $v - t$ ← شتاب لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $v - t$ ← شتاب متوسط
مساحت زیر نمودار $v - t$ در یک بازه: Δx ، مساحت زیر نمودار $a - t$ در یک بازه: Δv
در نمودار $x - t$: قله و دره یعنی تغییر جهت، قطع محور t یعنی عبور از مبدأ
در نمودار $v - t$: قطع محور t یعنی تغییر جهت، نزدیک شدن به محور t، کندشونده، دور شدن از محور t: تندشونده

حرکت با سرعت ثابت
معادلهٔ مکان - زمان: $x = vt + x_0$ ، جابه‌جایی با سرعت ثابت: $\Delta x = v\Delta t$
نمودار $x - t$ خطی به شیب v (سرعت) و عرض از مبدأ x_0 (مکان اولیه)

معادلهٔ $v - t$: $v = at + v_0$ ، معادلهٔ $x - t$: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

فرمول‌ها: مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ ، مستقل از زمان: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

مستقل از سرعت ثانویه: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$ ، سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ ، سرعت متوسط = سرعت در

لحظهٔ وسط، جابه‌جایی در ثانیهٔ n: $\Delta x_n = (n - 0.5)a + v_0$

در معادلهٔ $x = At^2 + Bt + c$
هم‌علامت B ← تغییر جهت نداریم، همواره تندشونده
مخالف علامت B ← تغییر جهت داریم، ابتدا کندشونده، سپس تندشونده

نمودارها
سرعت - زمان: خطی به شیب a و عرض از مبدأ v_0

مکان - زمان: یک سهمی $a > 0$ سهمی رو به بالا، $a < 0$ سهمی رو به پایین.

معادلات و فرمول‌ها: $v = -gt$ ، $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ، $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$ ، لحظهٔ وسط $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$

سقوط آزاد
تناسب‌ها: t ثانیه بعد از سقوط $v \propto t$ و $|\Delta y| \propto t^2$ = جابه‌جایی
تندی در هر ثانیه g تا زیاد می‌شود.

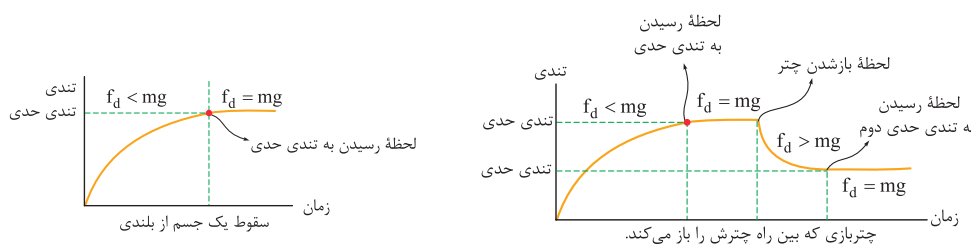
عددهای طلایی: در ثانیه‌های متوالی بعد از سقوط جابه‌جایی به ترتیب ۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵، ... است.



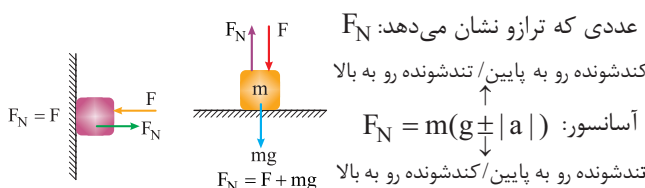
فیزیک دوازدهم: فصل ۲

- قانون اول: (اندازه و جهت سرعت ثابت می ماند). $F_{net} = 0 \Rightarrow v = \text{ثابت}$ ، لختی: تمایل به حفظ حالت قبلی
- قوانین نیوتون
- قانون دوم: $F_{net} = ma$ ، نیروی خالص در جهت شتاب جسم هم جهت و متناسب هستند.
- قانون سوم: نیروهای کنش و واکنش هم اندازه اند و در خلاف جهت هم

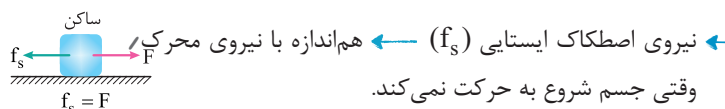
- وزن (W) $\leftarrow W = mg$ ، جرم: ثابت، وزن: متغیر، جرم: نرده ای، وزن: برداری
- نیروی مقاومت هوا (f_d)
- وابسته به تندی و اندازه جسم، همیشه در خلاف جهت حرکت جسم
- تندی حدی: پس از رها شدن جسم از یک ارتفاع بلند، با افزایش تندی، f_d هم افزایش می یابد تا در جایی با mg برابر شود و تندی ثابت بماند.



فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می شود. مثلاً

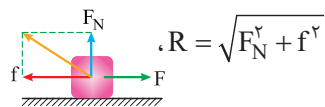


دینامیک $\leftarrow$ نیروهای خاص $\leftarrow$ نیروی عمودی سطح (F_N)

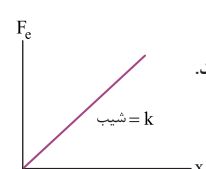


- نیروی اصطکاک (f)
- نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) $\leftarrow f_{s,max} = F_N \cdot \mu_s$ (وقتی جسم در آستانه حرکت است).
- جسم شروع به حرکت نمی کند: $F_{محرک} \leq f_{s,max}$
- جسم شروع به حرکت می کند: $F_{محرک} > f_{s,max}$

نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) $\leftarrow f_k = F_N \cdot \mu_k$ (وقتی جسم در حال حرکت است).



نیروی سطح، نیروی تکیه گاه (R)



نیروی کشسانی: $F_e = kx$ (اندازه: x : متغیر طول فنر نسبت به حالت عادی)

جهت: فنر کشیده جسم را می کشد، فنر فشرده جسم را هل می دهد.

نیروی کششی طناب (T) $\leftarrow$ فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می شود. فنر همیشه جسم را می کشد.



$p = mv$ ، $\vec{p} = m\vec{v}$ ← تغییرات: $\Delta p = m\Delta v$ ، هر بلایی سر سرعت بیاید سر تکانه هم میاد.

رابطه با انرژی جنبشی: $K = \frac{p^2}{2m}$

تکانه

نیروی خالص برابر است با آهنگ تغییر تکانه

شیب نمودار تکانه - زمان ← نیروی خالص

مساحت زیر نمودار نیروی خالص - زمان در یک بازه ← تغییرات تکانه

$F_{net}\Delta t = m\Delta v$

رابطه با نیروی خالص $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، هر دو جسم نیروی جاذبه گرانشی به هم وارد می کنند.

شتاب گرانشی سطح سیاره: $g = \frac{GM}{R^2}$

نیروی گرانش

شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین: $g' = \frac{QM}{(R+h)^2}$ ← $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

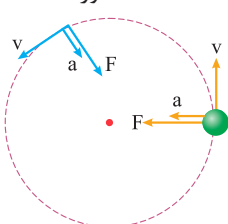
مفاهیم اولیه: تندی: ثابت جهت حرکت: متغیر ← سرعت متغیر (شتاب دار)

$T = \frac{t}{n}$ (تعداد دور در هر دقیقه: rpm) و

دوره تناوب:

$V = \frac{\text{محیط}}{\text{دوره}} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$

تندی:



شتاب مرکزگرا و نیروی مرکزگرا: همان شتاب و نیروی خالص که همیشه به سمت مرکز دایره هستند.

$a_c = \frac{v^2}{r}$ و $F_c = \frac{mv^2}{r}$

نیروی مرکزگرا یک نیروی جداگانه نیست و همیشه یک نیرو، نقش مرکزگرایی را برعهده می گیرد.

حرکت دایره ای یکنواخت

تندی بیشینه خودرو در پیچ افقی: $v_{max} = \sqrt{rg\mu_s}$

شتاب مرکزگرا، همان شتاب گرانش است.

نیروی مرکزگرا، همان نیروی گرانش است.

حرکت ماهواره به دور زمین

$v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ شعاع دوران

تندی ماهواره:

$T \propto \sqrt{r^3}$

دوره ماهواره:



فیزیک دوازدهم: فصل ۳

دوره تناوب: $T = \frac{t}{n}$ ، بسامد: $f = \frac{n}{t}$ ، $f = \frac{1}{T}$

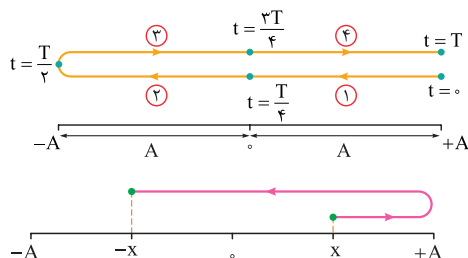
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ، $x = A \cos(\omega t)$

معادله مکان - زمان:

نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ $\leftarrow \uparrow u, |F|, |a|, |x|, \downarrow k, |p|, |v|$ / کندشونده
نزدیک شدن به مبدأ $\leftarrow \downarrow U, |F|, |a|, |x|, \uparrow K, |p|, |v|$ / تندشونده

یک نوسان کامل از ۴ مرحله زیر تشکیل شده:

$\ell = 4A$ مسافت در هر نوسان



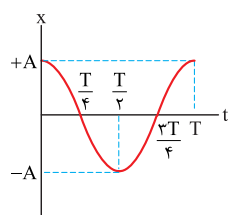
در مدت نصف دوره $(\frac{T}{2})$ مکان از x به $-x$ می‌رسد. مسافت برابر $2A$ است.

حرکت سامانه جرم - فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب فقط به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد.

همانگ

ساده آونگ ساده: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ، $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ، دوره تناوب فقط به طول آونگ و شتاب گرانش بستگی دارد.

ساده



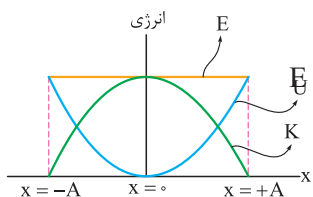
نمودار مکان - زمان: شبیه تابع کسینوس

$F = -m\omega^2 x$ و $a = -\omega^2 x$ $\leftarrow F_{\max} = m\omega^2 A$ و $a_{\max} = A\omega^2$

رابطه شتاب و نیرو با مکان:

شتاب و نیرو همیشه هم‌علامت هستند و علامتشان مخالف علامت x است.

انرژی مکانیکی نوسانگر:



$E = U + K = U_{\max} = K_{\max} = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$

نمودار انرژی - مکان:

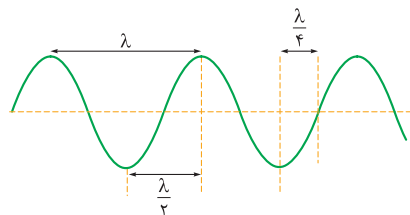
تندی بیشینه: تندی در نقطه تعادل: $v_{\max} = A\omega$

در نقطه‌ای که $U = K$ است، $v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max}$ است.

تشدید: به یک نوسانگر نیروی هم‌بسامد با بسامد طبیعی آن وارد شود $\leftarrow$ بیشینه انرژی منتقل می‌شود $\leftarrow$ با دامنه بیشینه نوسان می‌کند.



- انتقال انرژی بدون انتقال ماده، انواع موج
- از نظر ماهیت
 - مکانیکی: نیاز به محیط مادی دارد.
 - الکترومغناطیسی: نیاز به محیط مادی ندارد.
- از نظر شکل
 - عرضی: راستای نوسان عمود بر راستای انتشار
 - طولی: راستای نوسان موازی راستای انتشار
- طول موج (λ): مسافت طی شده توسط موج در مدت یک دوره، فاصله دو قله متوالی، فاصله دو دوره متوالی
- بسامد موج: وابسته به چشمه
- تندی انتشار: وابسته به محیط



$$\lambda = vT \text{ یا } \lambda = \frac{v}{f}$$

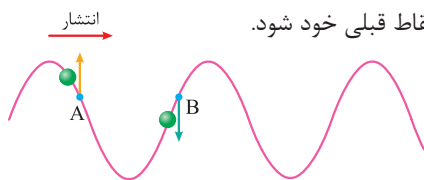
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

تندی انتشار امواج عرضی در طناب:

● در یک محیط تندی انتشار امواج طولی از عرضی بیشتر است.

در موج مکانیکی هر یک از ذرات محیط، شبیه چشمه حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهند.

در نقش موج هر ذره با توجه به جهت انتشار قرار است شبیه نقاط قبلی خود شود.



در موج طولی: مرکز بیشینه جمع‌شدگی و مرکز بیشینه بازشدگی در نقطه تعادل است. فاصله جمع‌شدگی تا

جمع‌شدگی λ ، فاصله بازشدگی تا بازشدگی λ

$$P_{av} \propto A^2 f^2$$

توان موج:

میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم و هم‌گام

قاعده دست راست: $\vec{E}$: انگشت ۱، $\vec{B}$: کف دست، جهت انتشار: انگشت شست

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

تندی انتشار در خلأ:

پرتو گاما، پرتو X، فرابنفش، نور مرئی، فروسرخ، میکروموج، رادیویی

طیف امواج الکترومغناطیسی:

افزایش f ، کاهش λ ، افزایش انرژی

عموماً سرعت صوت در جامدها، بیشتر از مایع‌ها و در مایع‌ها، بیشتر از گازها است.

دمای هوای بیشتر → تندی صوت بیشتر

$$I = \frac{E}{A_t} = \frac{\rho}{A} = \frac{\rho}{4\pi r^2}$$

شدت صوت:

$$\beta_r - \beta_l = 10 \log\left(\frac{I_r}{I_l}\right)$$

تغییر تراز شدت صوت: $\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

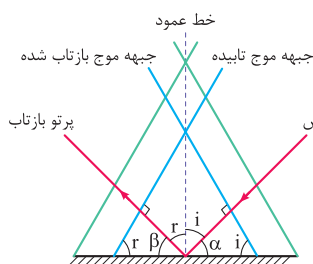
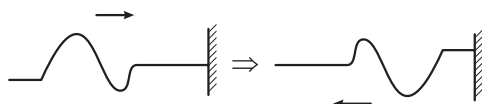
ارتفاع صوت: درک انسان از بسامد صوت، بلندی صوت: درک انسان از شدت صوت. بلندی و ارتفاع قابل

اندازه‌گیری نیست.



فیزیک دوازدهم: فصل ۴

بازتاب در یک بعد: موج را نسبت به محور افقی و قائم قرینه می‌کنیم:



$$\alpha = \beta, i = r$$

قانون بازتاب عمومی
زاویهٔ جبههٔ موج تابش با سطح: i
زاویهٔ جبههٔ موج بازتاب با سطح: r

بازتاب موج ← برای هر موج و هر سطحی برقرار است.

انواع بازتاب ←
منظم (آینه‌ای): پرتوهای بازتاب موازی‌اند ← سطح هموار ← $\lambda >$ ابعاد ناهمواری
نامنظم (پخشنده): پرتوهای بازتاب موازی نیستند ← سطح ناهموار ← $\lambda <$ ابعاد ناهمواری
در هر دو $i = r$

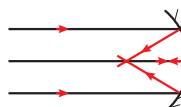
زاویهٔ انحراف در یک بازتاب: $D = 180^\circ - 2i$ ، زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابش و بازتاب $2i$ یا $180^\circ - 2i$

$$D = 2\alpha \quad \alpha \leq 90^\circ \quad (\text{زاویهٔ بین دو آینه})$$

زاویهٔ انحراف در دو بازتاب از دو آینهٔ متقاطع $\alpha > 90^\circ$ (زاویهٔ بین دو آینه)

$$D = 360^\circ - 2\alpha$$

زاویهٔ انحراف به زاویهٔ تابش به آینهٔ اول بستگی ندارد.



بازتاب از سطوح کروی

پژواک: بازتاب صوت از یک سطح ← نکته: حداقل زمان برای متمایز شنیدن پژواک $= 1/10$ ثانیه



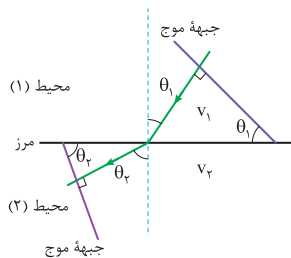
با تغییر محیط: v و λ عوض می شود، f خیر $\leftarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$

قانون شکست عمومی $\leftarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$ و $D = |\theta_1 - \theta_2|$ زاویه انحراف

θ_1 : زاویه پرتو با خط عمود یا جبهه با مرز در محیط (۱)

θ_2 : زاویه پرتو با خط عمود یا جبهه با مرز در محیط (۲)

صوت در آب نسبت به هوا سرعت بیشتری دارند. امواج الکترومغناطیسی بالعکس!



$v_2 > v_1 \leftarrow \theta_2 > \theta_1, \lambda_2 > \lambda_1$

$v_2 < v_1 \leftarrow \theta_2 < \theta_1, \lambda_2 < \lambda_1$

شکست موج $\leftarrow n = \frac{c}{v}$ محیط غلیظ تر، ضریب شکست بیشتر، سرعت کم تر

ضریب شکست $\leftarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1}$

قانون شکست اسنل: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$

دما: $\uparrow$

چگالی هوا: $\downarrow$

ضریب شکست هوا: $\downarrow$

تندی نور: $\uparrow$

طول موج نور: $\uparrow$

در روزهای گرم که سطح زمین داغ است، با کاهش ارتفاع

سراب

پرتو نور خورشید با نزدیک شدن به زمین منحرف شده و بالا می رود.

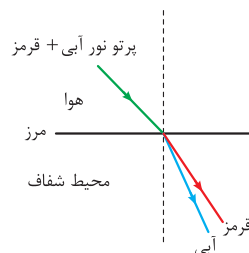
ضریب شکست خلأ برای تمام رنگ ها برابر یک است.

قرمز کم ترین ضریب شکست و کم ترین انحراف

سایر محیط ها: طول موج بیشتر، ضریب شکست کم تر $\leftarrow$ بنفش $n_{\text{آبی}} < n_{\text{سبز}} < n_{\text{زرد}} < n_{\text{نارنجی}} < n_{\text{قرمز}}$

به دلیل متفاوت بودن ضریب شکست، نور می پاشد.

پاشندگی



شکل مهم:



پراکندگی موج به اطراف هنگام عبور از شکاف یا مانع
پراش موج ← هر چه ابعاد مانع یا شکاف به λ نزدیکتر ← پراش بیشتر

انواع تداخل
تداخل سازنده: دو موج هم فاز (هر دو برآمده یا هر دو فرورفته)
تداخل ویرانگر: دو موج در فاز مخالف (یکی برآمده، یکی فرورفته)

تداخل موج سه موج مهم
امواج سطحی آب: سازنده: دانه زیاد، ویرانگر: دامنه تقریباً صفر
امواج صوتی: سازنده: صدای بلند (L)، ویرانگر: صدای ضعیف (S)
فاصله L و S با λ متناسب است.
امواج نوری (آزمایش ینگ: سازنده: نوار روشن، ویرانگر: نوار تاریک)
پهنای هر نوار یا فاصله نوارها متناسب با λ است.

بسامد هماهنگ: $f_n = \frac{nv}{2\ell}$ ، طول موج هماهنگ: $\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$
 n : شماره هماهنگ، n = تعداد شکم، $n+1$ = تعداد گره

امواج ایستاده

گره: انرژی صفر، تداخل ویرانگر، بدون نوسان
شکم: انرژی MAX، تداخل سازنده، نوسان با دامنه MAX

بین دو گره متوالی نوسان نقاط مثل هم است.

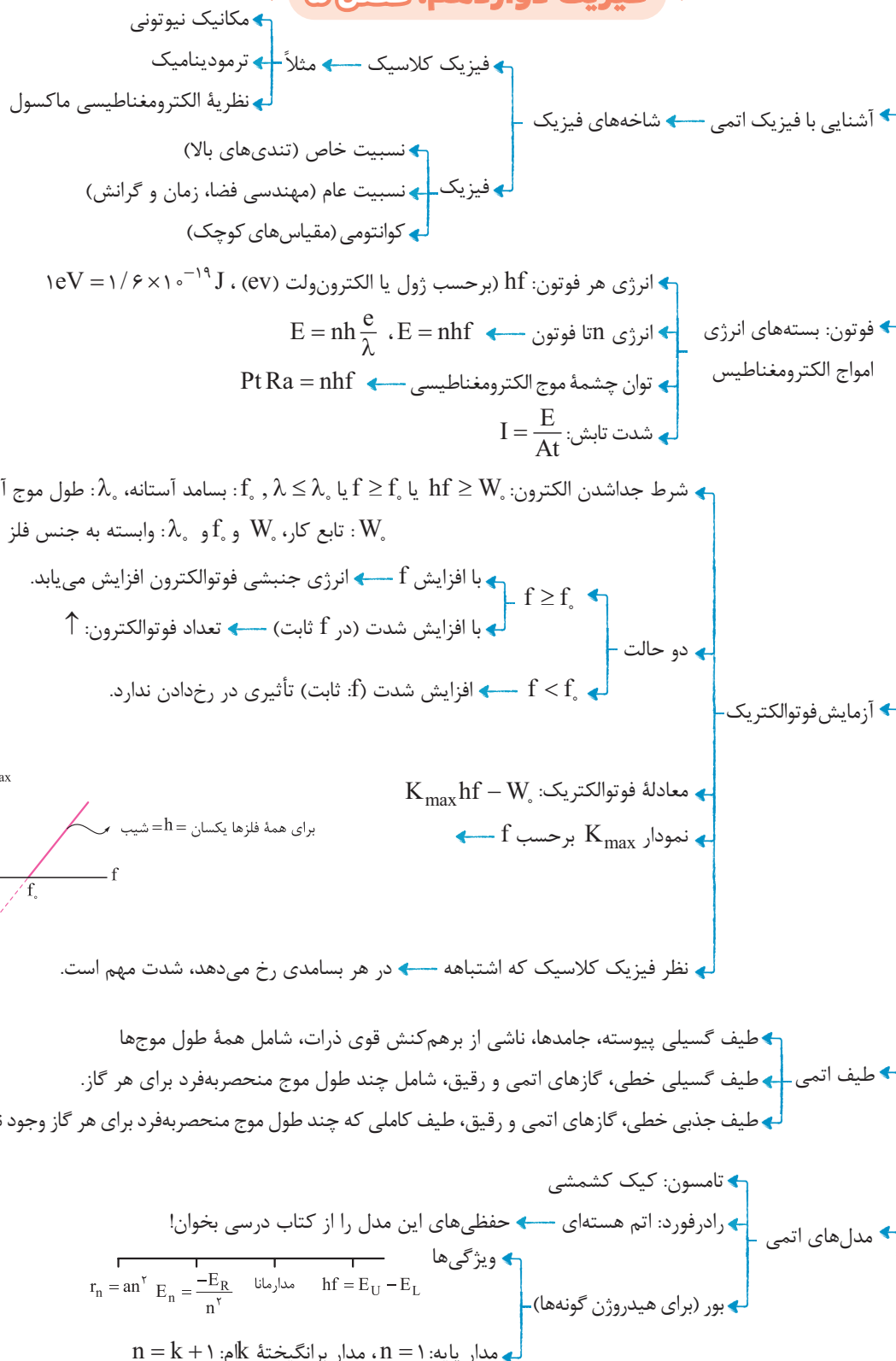
$f_n = nf_1$ ، f_1 : بسامد اصلی، $f_{n+1} - f_n = f_1$

برای صوت در لوله های صوتی هم رخ می دهد ← طول لوله بیشتر، بسامد اصلی کم تر و صدای بم تر

گره: نقاط سرد
شکم: نقاط گرم
برای امواج الکترومغناطیس هم رخ می دهد



فیزیک دوازدهم: فصل ۵



مرورنامه شب آزمون



رابطه: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$

رشته‌ها براساس مدار مقصد

لیمان	بالر	پاشن	براکت	پفوند
$n' = 1$	$n' = 2$	$n' = 3$	$n' = 4$	$n' = 5$
فرابنفش	فرابنفش و نور مرئی	فروسرخ	فروسرخ	فروسرخ

معادله ریدبرگ

خط k ام رشته n' $n = n' + k$

$\left\{ \begin{array}{l} n = n' + 1 \text{ ← بلندترین طول موج رشته} \\ n = \infty \text{ ← کوتاهترین طول موج رشته} \end{array} \right.$
 کوتاهترین طول موج - بلندترین طول موج = گستره رشته

براساس گسیل القایی: فوتون $2 +$ اتم → اتم برانگیخته + فوتون

لیزر ← فوتون‌های هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت

تراز شبه پایدار، وارونگی جمعیت (مطالعه از کتاب درسی)



فیزیک دوازدهم: فصل ۶

نوکلئون: پروتون یا نوترون

تعداد پروتون: عدد اتمی (Z)، تعداد نوترون = عدد نوترونی (N)، تعداد نوکلئون = عدد جرمی (A)

$$A = Z + N$$

نمایش هسته: A_ZX_N

ایزوتوپ: N و A متفاوت، Z یکسان

ویژگی‌های شیمیایی یکسان، ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم متفاوت

ساختار هسته

نیروی هسته‌ای (جاذبه) بر نیروی الکتریکی پروتون‌ها (دافعه) موازنه می‌کند.

پایداری هسته: نیروی هسته به جرم و بار بستگی ندارد



هسته پایدار سبک: $N \approx Z$

هسته پایدار سنگین: $N > Z$

تعریف: انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از هم

انرژی بستگی: کاستی جرم هسته: اختلاف جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های آن

کاستی جرم: $\uparrow$ انرژی بستگی: $\uparrow$ پایداری: $\uparrow$

$$E = mc^2 \text{ رابطه اینشتین}$$

هسته

α : هسته هلیوم: ${}^4_2\alpha$

β^- : الکترون: ${}^0_{-1}\beta^-$ ، β^+ : پوزیترون: ${}^0_{+1}\beta^+$

γ : موج الکترومغناطیسی: γ : (بدون جرم و بدون بار)

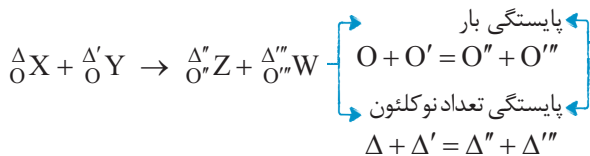
نکات حفظی پرتوها را بخوان

انواع پرتوها

فیزیک هسته‌ای

پرتوزایی طبیعی

دو قانون در فرایندهای پرتوزایی



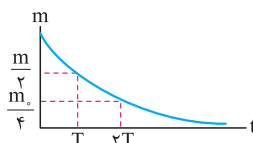
$$m \xrightarrow{T} \frac{m}{2} \xrightarrow{T} \frac{m}{4} \xrightarrow{T} \frac{m}{8} \xrightarrow{T} \frac{m}{16}$$

مفهوم به $\frac{m}{16}$

جرم اولیه: m_0 ، جرم مانده: m ، جرم واپاشی شده: m'

$$m' = m - m_0, \quad m = \frac{m_0}{2^n}, \quad n = \frac{t}{T} \text{ تعداد نیمه عمر}$$

نیمه عمر



نمودار:

$$100 \xrightarrow{T} 50 \xrightarrow{T} 25 \xrightarrow{T} 12.5 \xrightarrow{T} 6.25 \xrightarrow{T} 3.125$$

درصد: $3.125 / 100$

انواع واکنش هسته‌ای: شکافت هسته‌ای، گداخت هسته‌ای

از کتاب درسی بخوان!



فصل (۱) دهم: کیهان زادگاه الفبای هستی

- عدد اتمی در یک اتم (Z) برابر است با
 - شمار پروتون‌ها
 - شمار الکترون‌ها
 - عدد جرمی در یک اتم (A) برابر است با
 - مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها
 - مجموع شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها
 - نماد شیمیایی عناصر
 - سمت چپ نماد، بالا عدد جرمی (A)
 - سمت چپ نماد، پایین عدد اتمی (Z)
 - نماد همگانی: ${}^A_Z E$
 - هر عنصر با نماد یک یا دو حرفی، حرف اول نام لاتین به صورت بزرگ
- به جز 1H در هسته یک اتم، تعداد نوترون‌ها برابر یا بیشتر از تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) است.

ایزوتوپ (هم‌مکان)

- شبهات‌های ایزوتوپ‌ها
 - عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)
 - تعداد الکترون‌ها و موقعیت آن‌ها در جدول
 - خواص شیمیایی
- تفاوت‌های ایزوتوپ‌ها
 - تعداد نوترون‌ها
 - عدد جرمی
 - خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی، نقطه ذوب و جوش
 - میزان فراوانی در طبیعت و پایداری

● اغلب (نه همه!) هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیشتر از $1/5$ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند.

$$\text{هسته به احتمال زیاد پرتوزا و ناپایدار است.} \Rightarrow \frac{N}{P} \geq 1/5 \text{ (یا } \frac{A}{P} \geq 2/5 \text{ یا } \frac{P}{N} \leq 0/67)$$

ایزوتوپ‌های هیدروژن

- ۷ ایزوتوپ هیدروژن
 - ۳ ایزوتوپ طبیعی
 - پایدار
 - 1H ← بیش از $99/9$ درصد فراوانی در طبیعت
 - 2H ← فراوانی حدود $0/01$ درصد در طبیعت
 - ناپایدار و پرتوزا
 - 3H ← درصد فراوانی در طبیعت ناچیز
 - ۴ ایزوتوپ ساختگی
 - 4H ، 5H ، 6H ، 7H ← درصد فراوانی در طبیعت صفر
- ${}^1H > {}^2H > {}^3H > {}^4H > {}^5H > {}^6H > {}^7H$: مقایسه پایداری و نیم‌عمر ایزوتوپ‌های هیدروژن



ایزوتوپ‌های مهم کتاب درسی

عنصر	شمار ایزوتوپ‌های طبیعی	نماد ایزوتوپ‌های طبیعی	ایزوتوپی با فراوانی بیشتر
منیزیم (${}_{12}\text{Mg}$)	۳	${}^{24}_{12}\text{Mg}$, ${}^{25}_{12}\text{Mg}$, ${}^{26}_{12}\text{Mg}$	${}^{24}_{12}\text{Mg}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
لیتیم (${}_3\text{Li}$)	۲	${}^6_3\text{Li}$, ${}^7_3\text{Li}$	${}^7_3\text{Li}$ (ایزوتوپ سنگین‌تر)
هیدروژن ($_1\text{H}$)	۳	${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$	${}^1_1\text{H}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
کلر ($_{17}\text{Cl}$)	۲	${}^{35}_{17}\text{Cl}$, ${}^{37}_{17}\text{Cl}$	${}^{35}_{17}\text{Cl}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)

یکای جرم اتمی (amu-atomic mass unit)

- جرم اتم‌ها را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن ۱۲- است. به این وزنه، یکای جرم اتمی (amu) می‌گویند.
- در مقیاس amu جرم پروتون و نوترون حدود ۱ amu و جرم الکترون $\frac{1}{1836}$ amu است.
- نماد شیمیایی الکترون، پروتون و نوترون به ترتیب ${}^0_0\text{e}$ ، ${}^1_1\text{p}$ و ${}^1_0\text{n}$ است.

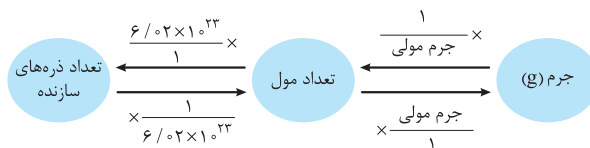
جرم اتمی میانگین

$$M_{av} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + \dots + M_nF_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} \quad \text{فرمول اول:}$$

$$M_{av} = M_1 + [(M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{F_1}] + [(M_3 - M_1) \times \frac{F_3}{F_1}] + \dots \quad \text{فرمول دوم:}$$

شمارش ذره‌ها از روی جرم آن‌ها

- شیمی‌دان‌ها به 6.02×10^{23} (عدد آووگادرو یا N_A) از هر ذره (اعم از مولکول، اتم، یون، الکترون و ...) یک مول از آن ذره می‌گویند و آن را با mol نمایش می‌دهند.
 - گرم، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه شناخته می‌شود، این در حالی است که یکای جرم اتمی (amu)، یکای بسیار کوچکی برای جرم به شمار می‌آید و کار با آن در عمل غیرممکن است.
 - به جرم یک مول از ذرات سازنده یک ماده (اعم از اتم، مولکول یا یون و ...) برحسب گرم، جرم مولی آن ذره گفته می‌شود. یکای جرم مولی g.mol^{-1} است.
- روش اول: استفاده از کسر تبدیل‌ها:

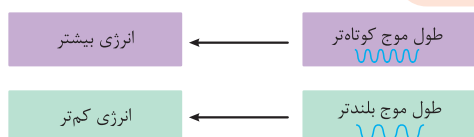


$$\text{مول} = \frac{\text{جرم (g)}}{\text{جرم مولی (g.mol}^{-1})} = \frac{\text{تعداد ذرات}}{N_A}$$

$\downarrow$
(6.02×10^{23})

روش دوم: استفاده از کسر تناسب‌ها:

نور و برخی ویژگی‌های آن



● انرژی یک موج با طول موج آن رابطه عکس دارد:



● نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگی از امواج مرئی و نامرئی است و چشم ما تنها می‌تواند گستره محدود مرئی ($400 - 700 \text{ nm}$) از نور خورشید را ببیند. (گستره مرئی)

● هر چه طول موج یک پرتو الکترومغناطیس کوتاه‌تر باشد، میزان انحراف آن هنگام عبور از منشور بیشتر خواهد بود.

بنفش > نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > سرخ: طول موج

بنفش < نیلی < آبی < سبز < زرد < نارنجی < سرخ: انرژی و زاویه شکست در منشور

نشر نور و طیف نشری

۱) شعله فلز سدیم و ترکیبات مختلف آن، زرد، شعله فلز مس و ترکیبات مختلف آن، سبز و شعله فلز لیتیم و ترکیبات مختلف آن، قرمز است.

۲) نور زرد لامپ‌هایی که شب‌هنگام، آزادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد به دلیل وجود بخار سدیم (نه سدیم در حالت جامد!) در آن‌هاست.

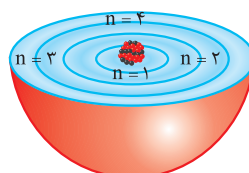
۳) از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی به منظور ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود. از حرارت دادن گاز نئون، نور سرخ نشر می‌شود.

نشر نور و طیف نشری خطی

۱) طیف نشری خطی هر عنصر همانند اثر انگشت انسان‌ها منحصر به فرد است و به کمک آن می‌توان عنصر را شناسایی نمود.

۲) مقایسه شمار خطوط طیفی موجود در ناحیه مرئی طیف نشری خطی چهار عنصر لیتیم، هلیوم، هیدروژن و سدیم به صورت زیر است:

مقایسه تعداد خطوط رنگی در طیف نشری خطی: $\text{Na} (7) < \text{He} (6) < \text{Li} = \text{H} (4)$



ساختار لایه‌ای اتم

مدل کوانتومی

۱) در ساختار لایه‌ای اتم، هر بخش پرنسب، مهم‌ترین بخش از یک لایه الکترونی را نشان می‌دهد. بخشی که الکترون‌های مربوط به هر لایه بیشتر (نه همه!) وقت خود را در فضای مربوط به آن لایه سپری می‌کنند؛ به این معنا که الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد، اما در محدوده یادشده احتمال حضور بیشتری دارد.

۲) الکترون‌ها در اتم هنگام انتقال بین لایه‌ها به صورت کوانتومی عمل می‌کنند. برای نمونه، هنگامی که به اتم‌های گازی یک عنصر با تابش نور یا گرم کردن، انرژی داده می‌شود، الکترون‌ها با جذب انرژی معین، از لایه‌ای به لایه بالاتر انتقال می‌یابند. از سوی دیگر هر چه مقدار انرژی جذب‌شده بیشتر باشد، الکترون‌ها به لایه‌های بالاتری انتقال می‌یابند.

۳) برای الکترون، نشر نور مناسب‌ترین (نه تنها!) شیوه برای از دست دادن انرژی است. به همین دلیل الکترون‌ها در اتم برانگیخته، هنگام بازگشت به حالت پایه، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.

طیف نشری خطی هیدروژن

رنگ خط در طیف نشری	طول موج (nm)	نحوه تشکیل خط در طیف
بنفش	۴۱۰ (کوتاه‌ترین طول موج و بیشترین انرژی)	انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 2$
نیلی	۴۳۴	انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$
آبی	۴۸۶	انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$
قرمز	۶۵۶ (بلندترین طول موج و کم‌ترین انرژی)	انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$



عدد کوانتومی فرعی (l)

- ۱) تعداد زیرلایه‌ها در هر لایه الکترونی برابر عدد کوانتومی اصلی (n) می‌باشد.
- ۲) مقادیر مجاز برای عدد کوانتومی فرعی، اعداد صحیح صفر تا (n-1) است.
- ۳) حداکثر گنجایش یک زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی l برابر با $4l + 2$ می‌باشد.
- ۴) هر زیرلایه با نماد nl نمایش داده می‌شود، پس دقت کنید نماد هر زیرلایه با دو عدد کوانتومی مشخص می‌شود! (نه یک عدد کوانتومی!)

قاعده آفبا

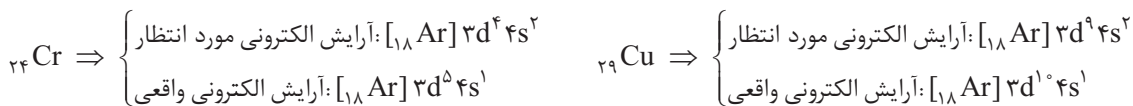
- ۱) هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شود که دارای انرژی کم‌تری است و سپس زیرلایه‌های بالاتر پر خواهد شد.
- ۲) انرژی زیرلایه‌ها علاوه بر n به l نیز وابسته است. به طوری که زیرلایه‌ای زودتر الکترون می‌گیرد که $n + l$ کوچک‌تری داشته باشد و اگر $n + l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n کوچک‌تر، سطح انرژی پایین‌تری دارد و پایدارتر است، از این‌رو زودتر از الکترون پر می‌شود.

۳) ترتیب پرشدن زیرلایه‌های عناصر هر دوره جدول را می‌توان به صورت مقابل هم بیان کرد (n: شماره دوره):

در هنگام استفاده از رابطه، n را از ۱ تا ۷ به عنوان شماره دوره قرار می‌دهیم و زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند را می‌نویسیم.

$$\begin{array}{cccc} ns, & (n-2)f, & (n-1)d, & np \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n \geq 1 & n \geq 6 & n \geq 4 & n \geq 2 \end{array}$$

- قاعده آفبا آرایش الکترونی اغلب عناصر را پیش‌بینی می‌کند، اما داده‌های طیف‌سنجی نشان می‌دهد که آرایش الکترونی برخی از اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند؛ به طور مثال هر یک از اتم‌های کروم (${}_{24}\text{Cr}$) و مس (${}_{45}\text{Cu}$) در بیرونی‌ترین زیرلایه خود تنها یک الکترون دارند. در این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $4s$ برداشته شده و به زیرلایه $3d$ اضافه شده است.

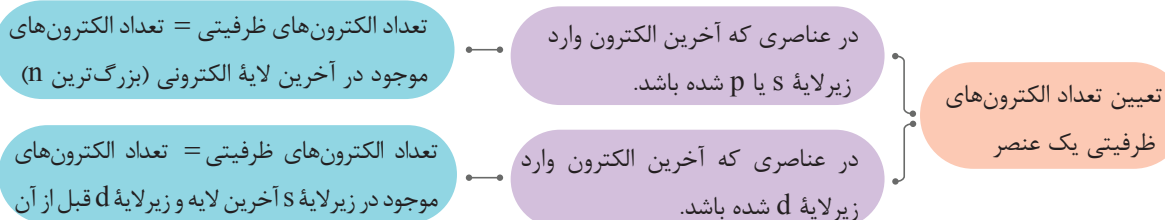


رسم سریع آرایش الکترونی فشرده

$$\begin{array}{cccc} ns \rightarrow & (n-2)f \rightarrow & (n-1)d \rightarrow & np \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n \geq 1 & n \geq 6 & n \geq 4 & n \geq 2 \end{array}$$

+۱ شماره دوره گاز نجیب قبل از عنصر مورد نظر n=

لایه ظرفیت



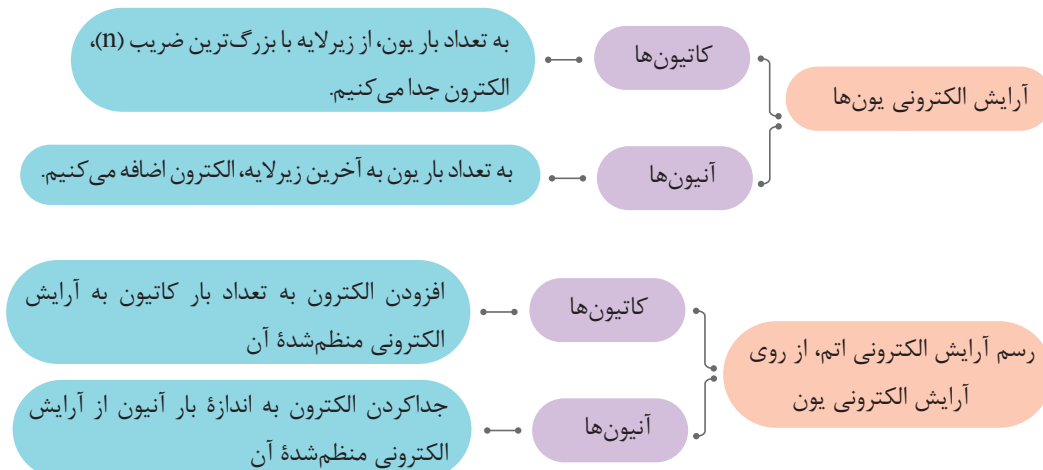
ساختار لوویس

- ۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی هر عنصر برابر با عدد یکان شماره گروه آن عنصر است.



- ۲) آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصرهای یک گروه کاملاً یکسان است. البته به‌جز هلیوم که دارای آرایش الکترون - نقطه‌ای He می‌باشد.
- ۳) رفتار شیمیایی هر اتم به تعداد الکترون‌های ظرفیت آن بستگی دارد؛ به طوری که می‌توان هشت‌تایی شدن لایه ظرفیت و دستیابی به آرایش گاز نجیب را مبنای میزان واکنش‌پذیری آن‌ها دانست.
- ۴) از دست دادن یا گرفتن الکترون نشانه‌ای از رفتار شیمیایی اتم‌هاست.
- ۵) اتم عنصرهای گروه ۱ و ۲ در شرایط مناسب با از دست دادن الکترون به کاتیون تبدیل می‌شوند که آرایشی همانند آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود را دارند. اتم عنصرهای گروه ۱۵، ۱۶ و ۱۷ در شرایط مناسب با گرفتن الکترون به آنیون‌هایی تبدیل می‌شوند که آرایشی همانند آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود را دارد.

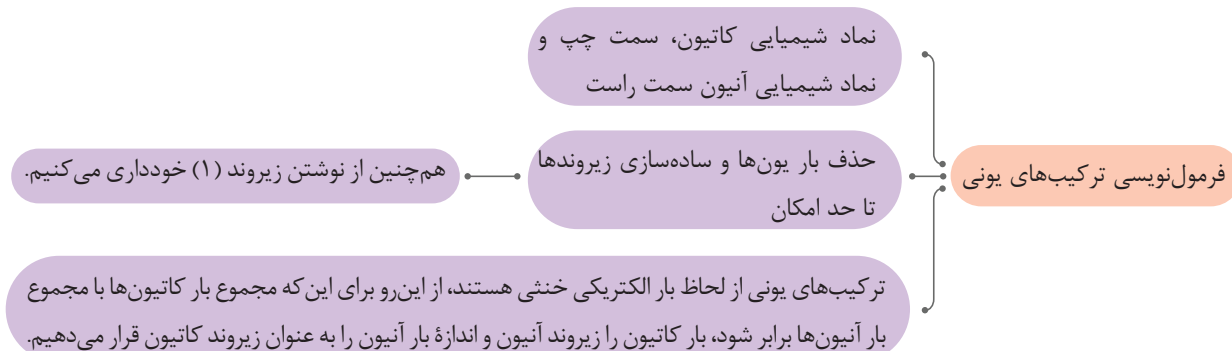
آرایش الکترونی یون‌ها



فرمول‌نویسی و نام‌گذاری ترکیب‌های یونی

- ۱) به کاتیون یا آنیونی که تنها از یک اتم (نه یک عنصر!) تشکیل شده است، یون تک‌اتمی می‌گویند.
- ۲) ترکیب‌های یونی که تنها از دو عنصر ساخته شده‌اند، ترکیب یونی دوتایی نامیده می‌شوند.
- ۳) هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها برابر است، ولی لزومی ندارد که تعداد آنیون‌ها با تعداد کاتیون‌ها برابر باشد.

فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی



- در تشکیل ترکیب‌های یونی، میان اتم فلز و نافلز الکترون مبادله می‌شود. برای به دست آوردن تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در هنگام تشکیل n مول ترکیب یونی، می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

زیروند کاتیون $\times$ بار کاتیون $\times N_A \times n$

زیروند آنیون $\times$ اندازه بار آنیون $\times N_A \times n$



تبدیل اتم‌ها به مولکول

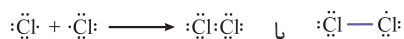
۱) مواد شیمیایی که در ساختار خود مولکول (در مولکول‌ها به جای دادوستد الکترون، الکترون به اشتراک گذاشته می‌شود) دارند، مواد مولکولی نامیده می‌شوند.

۲) جرم مولی یک ماده با مجموع جرم مولی اتم‌های سازنده آن برابر است.

۳) پیوند اشتراکی (کوالانسی): پیوندی است که در آن اتم‌ها الکترون(های) لایه ظرفیت خود را با یکدیگر به اشتراک می‌گذارند، به طوری که الکترون‌های اشتراکی متعلق به هر دوی آن‌هاست.

۴) به فرمول شیمیایی مولکول‌ها که علاوه بر نوع عناصر سازنده، شمار اتم‌های هر عنصر را نشان می‌دهد، فرمول مولکولی می‌گویند.

مثال گاز کلر که خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد از مولکول‌های دواتمی Cl_2 تشکیل شده است. آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم کلر:



فصل (۲) دهم: ردپای گازها در زندگی

- در لایه‌های اول و سوم ————— رابطه معکوس بین دما و ارتفاع ————— به طور کلی با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.
- در لایه دوم ————— رابطه مستقیم بین دما و ارتفاع ————— به طور کلی با افزایش ارتفاع، دما افزایش می‌یابد.
- در لایه تروپوسفر (که تغییرات آب‌وهوایی در آن اتفاق می‌افتد)، با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر، دما در حدود 6°C افت می‌کند و در انتهای این لایه (ارتفاع $11/5$ کیلومتری)، دما به حدود $55^\circ\text{C} - (218\text{ K})$ می‌رسد؛ دمای سطح زمین به طور میانگین، $14^\circ\text{C} (287\text{ K})$ می‌باشد.
- هر چه از سطح زمین بالاتر می‌رویم، هواکره رقیق‌تر می‌شود، یعنی تعداد کل ذرات در حجم مشخص از هواکره کاهش یافته و در نتیجه فشار هواکره پیوسته کاهش می‌یابد.

● رابطه برای تبدیل دما برحسب درجه سلسیوس به دما برحسب کلین: $T = 273 + \theta$

● سه گاز نیتروژن، اکسیژن و آرگون بیشترین درصد حجمی را در میان اجزای هواکره دارا می‌باشند.

تقطیر جزء به جزء هوای مایع

- عبور هوا از صافی به منظور گرفته‌شدن گرد و غبار
- کاهش پیوسته دما با استفاده از فشار
- جداشدن رطوبت هوا به صورت یخ در دمای 0°C
- جداشدن کربن دی‌اکسید به حالت جامد در دمای -78°C
- تهیه هوای مایع با سرد کردن بیشتر دما تا -200°C
- عبور هوای مایع از ستون تقطیر و جداسازی گازها (به ترتیب N_2 ، Ar و O_2)

مقایسه نقطه جوش: $\text{N}_2 < \text{Ar} < \text{O}_2$
 $-196^\circ\text{C} \quad -186^\circ\text{C} \quad -183^\circ\text{C}$

ترتیب جداشدن گازها: $\text{N}_2 \rightarrow \text{Ar} \rightarrow \text{O}_2$

A آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود (در سرد کردن مخلوط گازهای A و B، A زودتر مایع می‌شود).
 B آسان‌تر به گاز تبدیل می‌شود (در گرم کردن مخلوطی مایع از A و B، B زودتر به گاز تبدیل و از مخلوط جدا می‌شود).
 $A > B$: نقطه جوش

● در مواردی که نقطه جوش دو ماده نزدیک به یکدیگرند، مانند اکسیژن و آرگون، با استفاده از برج تقطیر نمی‌توان آن‌ها را به صورت 100% خالص از یکدیگر جدا کرد.

● کاربردهای آرگون: هنگام جوشکاری (برای ایجاد محیط بی‌اثر) و یا برش فلزها و در لامپ‌های رشته‌ای نیز به کار می‌رود و در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود.



- کاربردهای هلیوم: پر کردن بالن‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی، خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI، جوشکاری، کپسول غواصی

کاتیون‌هایی با چند بار الکتریکی

- برای فلزاتی که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند، بار کاتیون با اعداد رومی جلوی نام کاتیون داخل پرانتز نشان داده می‌شود.

یون آهن (II)	یون آهن (III)	یون کروم (II)	یون کروم (III)	یون مس (I)	یون مس (II)
Fe^{2+}	Fe^{3+}	Cr^{2+}	Cr^{3+}	Cu^{+}	Cu^{2+}

واکنش سوختن

- نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن، علاوه بر ماهیت خود ماده سوختنی به مقدار (کمیت، نه کیفیت!) اکسیژن در دسترس نیز بستگی دارد!



باران اسیدی و اثرات مخرب آن

- باران معمولی $5/6 < \text{pH} < 7$ ← عامل کاهش pH، CO_2 محلول در آب باران
- باران اسیدی $1/5 < \text{pH} < 5/6$ ← عامل کاهش pH نسبت به باران طبیعی، حل شدن آلاینده‌های هوا مانند NO_2 و SO_2 در آب باران و تولید نیتریک اسید و سولفوریک اسید

واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم

- ① شیوه‌های نمایش واکنش‌های شیمیایی به دو صورت معادله نوشتاری و نمادی است که در جدول زیر آن‌ها را مقایسه کرده‌ایم:

نوع معادله / اطلاعات دریافتی	نمادی	نوشتاری
نام مواد	x	✓
فرمول شیمیایی مواد	✓	x
حالت فیزیکی مواد	✓	x
شرایط لازم برای انجام واکنش	✓	x
نسبت مولی مواد شرکت کننده در واکنش	✓	x
چگونگی و ترتیب اختلاط واکنش دهنده	x	x
شرح عملی واکنش و نکته‌های ایمنی	x	x

- ۲ علامت (Δ) تنها به این معناست که واکنش دهنده‌ها در اثر گرم شدن واکنش می‌دهند؛ حالا این واکنش می‌تواند گرماگیر یا گرماده باشد!
- ۳ یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی این است که همه آن‌ها از این قانون پیروی می‌کنند: زیرا در واکنش‌های شیمیایی نه اتمی به وجود می‌آید و نه اتمی از بین می‌رود، بلکه پس از انجام واکنش همه اتم‌ها به شیوه‌های دیگر به هم متصل می‌شوند.
- ۴ مطابق قانون پایستگی جرم، شمار اتم‌های هر عنصر در یک واکنش شیمیایی ثابت است.

ردپای کربن دی‌اکسید

مقایسه ردپای CO_2 ایجادشده از منابع گوناگون تولید انرژی الکتریکی: زغال سنگ < نفت خام < گاز طبیعی < خورشید < گرمای زمین < باد

افزایش میزان CO_2 موجود در هوا } افزایش دمای کره زمین و افزایش سطح آب دریا
کاهش مساحت برف در نیمکره شمالی

اثر گلخانه‌ای

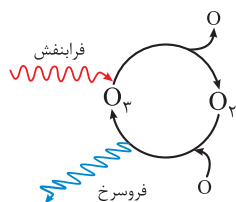
- ۱ نور خورشید هنگام گذر از هواکره با مولکول‌ها و دیگر ذره‌های موجود در آن برخورد می‌کند و تنها بخشی از (نه همه!) آن به سطح زمین می‌رسد. ازین رو زمین گرم شده و مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد؛ با این تفاوت که انرژی پرتوهای گسیل شده، کمتر و طول موج آن‌ها بلندتر است.
- ۲ اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به -18° درجه سلسیوس یا -255° کلوین می‌رسید.

هیدروژن و توسعه پایدار

- ۱ مقایسه گرمای آزادشده به ازای سوختن 1 g : زغال سنگ > بنزین > گاز طبیعی > هیدروژن
- ۲ مقایسه قیمت به ازای 1 g : زغال سنگ > گاز طبیعی > بنزین > هیدروژن
- ۳ زغال سنگ دارای بیشترین تنوع فراورده‌هاست و علاوه بر موارد مشترک بالا، SO_2 (و البته NO_2) هم تولید می‌کند که می‌تواند مسبب ایجاد باران اسیدی باشد! CO_2 اکسید اسیدی بوده و عامل کاهش pH باران معمولی است و CO اکسید اسیدی نیست!

مقایسه گازهای اوزون (O_3) و اکسیژن (O_2)

- ۱ اکسیژن و اوزون هر دو در شرایط عادی گازهای بی‌رنگ هستند، اما اکسیژن در حالت مایع، آبی‌رنگ و اوزون مایع، لاجوردی (آبی پررنگ‌تر) است.
- ۲ از سوی دیگر جرم مولی اوزون $5/1$ برابر اکسیژن (هم‌چنین اوزون چگالی بیشتری هم دارد!) و دمای جوش آن حدوداً 71° درجه سلسیوس بالاتر از اکسیژن است، پس با سرد کردن این دو گاز، اوزون راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.
- ۳ گاز اوزون از گاز اکسیژن واکنش‌پذیرتر بوده و در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.
- ۴ ذره‌های تولیدشده در واکنش با یکدیگر مولکول اوزون را می‌توانند تولید کنند، اما مقدار انرژی با طول موج بیشتر تولید می‌شود!



اوزون تروپوسفری

- ۱ اوزون در لایه تروپوسفر نیز یافت می‌شود و برخلاف استراتوسفر نقش زیان‌بار و مضر ایفا می‌کند.
- ۲ تنها هنگام رعدوبرق، دمای مولکول‌های هوا در آن ناحیه به اندازه‌ای بالا می‌رود که گاز نیتروژن با اکسیژن هوا ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شود:
- ۳ از آن‌جا که گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده شامل این گاز به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود. در این شرایط و در حضور نور خورشید، با انجام واکنش زیر در تروپوسفر مقداری گاز اوزون تولید می‌شود که همان اوزون تروپوسفری است.
- III) $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$



جمع‌بندی خلاصه‌وار روابط کمی گازها

در دمای ثابت: $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow V \propto \frac{1}{P}$

در فشار ثابت: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V \propto T$

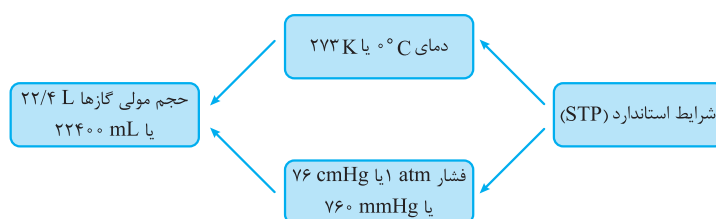
در فشار و دمای ثابت: $\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} \Rightarrow V \propto n$

و در نهایت داریم: $\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$

- برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد.
- بنابراین حجم گاز، دارای رابطه مستقیم با دما و مقدار گاز و دارای رابطه عکس با فشار آن است.
- قانون آووگادرو: در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است یا می‌توان به طور کلی گفت حجم مول‌های یکسان از گازهای گوناگون مشابه هم است.
- برای محاسبه نسبت چگالی دو گاز کافی است جرم مولی دو گاز را به هم تقسیم کنیم؛ زیرا مطابق قانون آووگادرو، حجم مولی همه گازها در شرایط یکسان با هم برابر است.

نسبت چگالی دو گاز $\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{M_{W_1}}{M_{W_2}}$

شرایط استاندارد یا STP



- در شرایط استاندارد هر یک مول از هر نوع گازی، ۲۲/۴ لیتر یا ۲۲۴۰۰ میلی‌لیتر حجم دارد که به این مقدار، حجم مولی گازها در شرایط استاندارد یا STP می‌گوییم.



حل مسائل به روش تناسب

در این روش، کافی است با توجه به یکاهای مطرح شده در صورت مسئله، با کمک دوتا از کسرهای تناسب زیر، یک معادله تشکیل داده و مجهول موردنظر را به دست آورد:

$$\frac{\text{جرم گاز} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم گاز (mL)}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم گاز (L)}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{تعداد مول}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب} \times 1}$$

شرایط غیر STP شرایط STP

توجه منظور از ضریب در تناسب‌های فوق، ضریب استوکیومتری ماده مورد نظر در معادله موازنه شده واکنش است.

تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

۱ پس گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش‌ناپذیر است. از این رو گاز نیتروژن به جوی اثر شهرت یافته و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است، به جای آن از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند.



۳ مشکل اصلی هابر یافتن شرایط بهینه برای انجام این واکنش بود. او در این راستا با دو چالش عمده مواجه بود:

۱ واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شد.

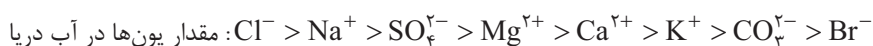
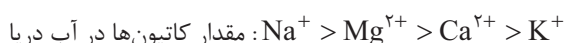
۲ مشکل بعدی هابر این بود که اکنون چگونه آمونیاک (فراورده واکنش) را از مخلوط واکنش جدا کند.

سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی ورقه آهنی (به عنوان کاتالیزگر) در دما و فشار، عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود، اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل نخواهد شد؛ زیرا این واکنش برگشت‌پذیر است، با این توصیف در ظرف واکنش مخلوطی از سه گاز H_2 ، N_2 و NH_3 وجود دارد.

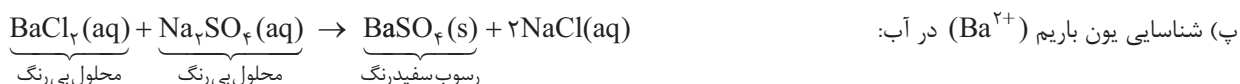
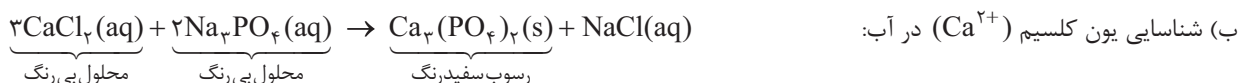
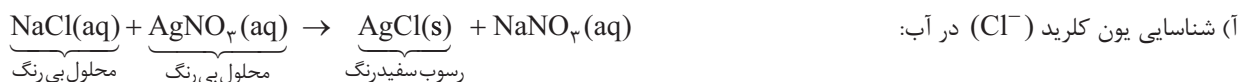
او با استفاده از نقطه جوش مواد، راه حلی را برای جداسازی آمونیاک پیدا کرد.

فصل (۳) دهم: آب، آهنگ زندگی

مقدار یون‌های حل شده در آب دریاها



شناسایی برخی از یون‌های محلول در آب



در یک یون چنداتمی، بار یون به اتم خاصی تعلق نداشته و به کل یون تعلق دارد. یون‌های چنداتمی معرفی شده در کتاب درسی به صورت روبه‌رو است: یون نترات (NO_3^-)، یون هیدروکسید (OH^-)، یون سولفات (SO_4^{2-})، یون فسفات (PO_4^{3-})، یون کربنات (CO_3^{2-}) و یون آمونیوم (NH_4^+).



انواع روش‌های بیان غلظت محلول‌ها -

۱) قسمت در میلیون (ppm)

۱) تعریف: به جرم ماده حل شده در یک میلیون واحد از جرم محلول را قسمت در میلیون می‌گویند.

فرمول‌های ppm

- ۱) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$ (برای همه محلول‌ها)
- ۲) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}}$ (برای همه محلول‌ها)
- ۳) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم حلال (kg)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق)
- ۴) $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{حجم محلول (L)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق که حلال آن‌ها آب است)

۲) درصد جرمی (a یا w/w %)

۱) تعریف: به جرم ماده حل شده در ۱۰۰ واحد جرم محلول را درصد جرمی می‌گویند.

۲) رابطه اصلی برای محاسبه غلظت محلول‌ها بر حسب درصد جرمی (a یا w/w %):

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

رابطه درصد جرمی و قسمت در میلیون -

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6, \quad \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ppm}}{\text{درصد جرمی}} = 10^4 \Rightarrow \text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4$$

۳) غلظت مولی (مولاریته یا مولار)

۱) تعداد مول‌های ماده حل شده در یک لیتر محلول را غلظت مولی می‌گویند.

۲) رابطه اصلی برای محاسبه غلظت محلول‌ها بر حسب غلظت مولی یا مولار به صورت روبه‌رو است:

$$C_M = \frac{n}{V} \quad \text{یا} \quad C_M = \frac{m}{V \cdot M}$$

رابطه غلظت مولی با درصد جرمی (و ppm) و چگالی -

M: جرم مولی حل شونده (g.mol^{-1}) و d: چگالی (g.mL^{-1})

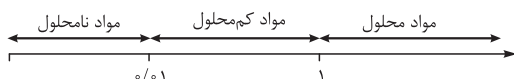
$$\text{ppm} = a \times 10^4$$

$$C_M = \frac{10 \times a \times d}{M} \quad C_M = \frac{\text{ppm} \times d}{1000 \times M}$$

انحلال پذیری -

۱) انحلال پذیری یا قابلیت انحلال مواد: بیشترین مقدار ماده‌ای که در دمای معین در ۱۰۰ گرم حلال (نه محلول!) حل می‌شود و محلول سیر شده را به وجود می‌آورد، انحلال پذیری می‌گویند.

۲) شیمی دان‌ها مواد حل شونده جامد را بر اساس انحلال پذیری در آب و در دمای اتاق به صورت زیر به سه دسته تقسیم می‌کنند:



۳) هرچه اندازه شیب نمودار انحلال پذیری یک ماده بر حسب دما بیشتر باشد، یعنی انحلال پذیری آن ماده وابستگی بیشتری به دما دارد و در اثر تغییر دما انحلال پذیری آن ماده تغییر بیشتری می‌کند.

مقایسه اندازه شیب انحلال پذیری بر حسب دما: $\text{KNO}_3 > \text{NaNO}_3 > \text{KCl} > \text{Li}_2\text{SO}_4 > \text{NaCl}$

مقایسه تأثیر دما بر انحلال پذیری: $\text{KNO}_3 > \text{NaNO}_3 > \text{KCl} > \text{Li}_2\text{SO}_4 > \text{NaCl}$



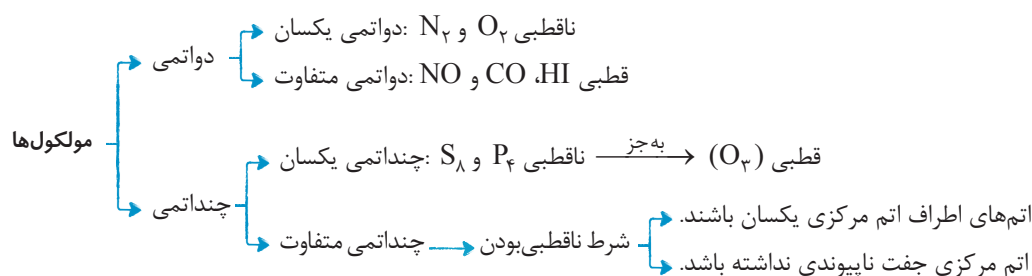
- مقدار رسوب تشکیل شده در اثر تغییر دما در ۱۰۰ گرم آب، به صورت زیر به دست می آید:

$$| \text{انحلال پذیری در دمای ثانویه} - \text{انحلال پذیری در دمای اولیه} | = \text{مقدار رسوب}$$
- با تغییر دمای یک محلول سیر شده، جرم نمک رسوب شده یا جرم گاز آزاد شده از محلول برابر است با:

$$\text{جرم رسوب یا جرم گاز آزاد شده} = \frac{(A - B) \times m}{100 + A}$$

A: انحلال پذیری در دمای اولیه، B: انحلال پذیری در دمای نهایی، m: جرم محلول
- اگر عدد به دست آمده در دو رابطه بالا مثبت باشد، یعنی این مقدار رسوب تولید می شود و اگر منفی باشد، یعنی این مقدار حل شونده اضافی در محلول حل می شود.

– طرز تشخیص مولکول قطبی از ناقطبی –



- هیدروکربن‌ها (آلکان‌ها، آلکین‌ها، سیکلوآلکان و آروماتیک‌ها) ناقطبی‌اند.

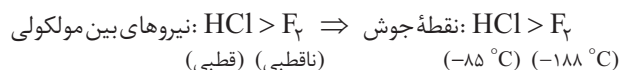
– نیروهای بین مولکولی –

۱) نیروهای بین مولکولی در تعیین حالت فیزیکی و خواص یک ترکیب نقش مهمی دارد. گازها، دارای مولکول‌های مجزا با کم‌ترین برهم‌کنش هستند، اما در مایع‌ها برهم‌کنش مولکول‌ها بیشتر است و در جامدها، برهم‌کنش میان مولکول‌ها می‌تواند به بیشترین مقدار ممکن برسد. از این رو در شرایط یکسان، نیروهای بین مولکولی مواد، در حالت جامد قوی‌تر از حالت مایع و آن هم به مراتب قوی‌تر از حالت گازی است:

گاز < مایع < جامد: مقایسه قدرت نیروهای بین مولکولی در شرایط یکسان

- توجه داشته باشید که نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبی بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها وابسته است.

۲) در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه، ماده با مولکول‌های قطبی، نقطه جوش بالاتری دارد. برای مثال:



- هرچه نقطه جوش یک گاز بالاتر و به صفر نزدیک‌تر باشد، راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۳) در مواد مولکولی با مولکول‌های ناقطبی، با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش و با کاهش جرم مولی، دمای جوش کاهش می‌یابد.

- پیوند هیدروژنی قوی‌ترین نیروی جاذبه بین مولکولی در موادی است که در مولکول آن‌ها، اتم هیدروژن به یکی از اتم‌های N یا O یا F با پیوند کووالانسی متصل است. پیوند کووالانسی قوی‌تر از پیوند هیدروژنی است. برای مثال: اتانول به دلیل برقراری پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود، با وجود جرم مولی کم‌تر نسبت به استون، نقطه جوش بیشتری نسبت به آن خواهد داشت.

– مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه‌های ۱۵ تا ۱۷ جدول دوره‌ای –

۱) مقایسه کلی نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار سه عنصر اول گروه ۱۷: $HCl > HBr > HF$
 جرم مولی کم‌تر جرم مولی بیشتر پیوند هیدروژنی

۲) مقایسه کلی نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار سه عنصر اول گروه ۱۶: $H_2O > H_2S > H_2Se$
 جرم مولی کم‌تر جرم مولی بیشتر پیوند هیدروژنی

۳) مقایسه کلی نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار سه عنصر اول گروه ۱۵: $NH_3 > AsH_3 > PH_3$
 جرم مولی کم‌تر جرم مولی بیشتر پیوند هیدروژنی



● دقت کنید که از بین نقطه جوش‌های این مواد، تنها نقطه جوش دو ماده H_2O ($100^\circ C$) و HF ($19^\circ C$) بالای صفر درجه سلسیوس است! و حتی نقطه جوش NH_3 زیر صفر درجه سلسیوس است.

– شرایط حل شدن دو ماده در یکدیگر (شرط انحلال) –

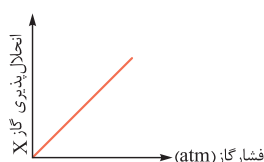
هنگامی یک ماده می‌تواند در ماده دیگر حل شده و محلول ایجاد کند که شرط زیر برقرار باشد:
(میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص) > (جاذبه‌های حل‌شونده – حلال در محلول)

– عوامل مؤثر بر انحلال پذیری گازها در آب –

۱) نوع گاز: به طور کلی تشکیل پیوند هیدروژنی، قطبی بودن مولکول‌های گاز، داشتن جرم و حجم زیاد و واکنش شیمیایی با آب سبب افزایش انحلال پذیری گازها در آب می‌شود.

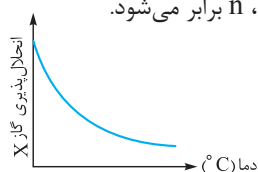
● مقایسه انحلال پذیری در آب: N_2 (جرم مولی کمتر) > O_2 (جرم مولی بیشتر) > NO (قطبی بودن) > CO_2 (واکنش شیمیایی با آب)

۲) اثر فشار بر انحلال پذیری گازها: در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها با فشار گاز بالای محلول رابطه مستقیم دارد، یعنی با افزایش فشار، نفوذ مولکول‌های گاز در آب، بیشتر شده و انحلال پذیری گاز افزایش می‌یابد.



۳) نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب فشار به صورت خط راست با شیب مثبت است. از طرفی انحلال پذیری گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است؛ از این رو می‌توان نتیجه گرفت که در دمای ثابت، با n برابر شدن فشار گاز، انحلال پذیری آن گاز در آب، n برابر می‌شود.

۴) اثر دما بر انحلال پذیری گازها: در فشار ثابت، انحلال پذیری گازها با دما رابطه عکس دارد؛ یعنی با افزایش دما، انحلال پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد.



● نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب دما در فشار ثابت به صورت یک منحنی نزولی غیرخطی می‌باشد و در فشار ثابت، با n برابر شدن دما انحلال پذیری $\frac{1}{n}$ برابر نمی‌شود.

– پدیده اسمز و اسمز معکوس –

ویژگی	فرایند	اسمز	اسمز معکوس
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر
	محلول رقیق	غلظت‌تر می‌شود	رقیق‌تر می‌شود
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود	غلظت‌تر می‌شود
	محلول رقیق	کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد
نوع فرایند	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد
	غیرخودبه‌خودی (اعمال فشار)	خودبه‌خودی	

– بررسی برخی روش‌های تصفیه آب –

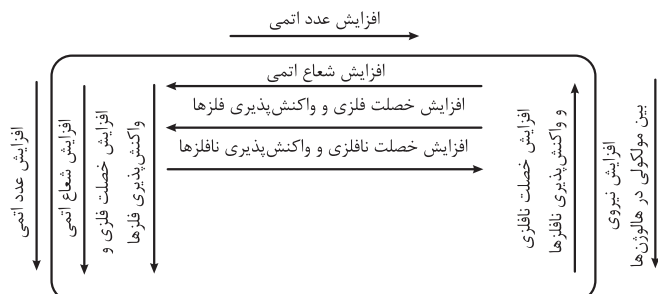
۱) در روش تقطیر، نافلزها، آلاینده‌ها، فلزهای سمی، حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها از آب جدا می‌شوند، ولی میکروب‌ها و ترکیب‌های آلی فزّار در آب تصفیه‌شده باقی می‌ماند.

۲) آب به دست آمده از روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن نسبت به روش تقطیر، آلاینده کم‌تری دارد.

۳) از آن‌جا که به کمک هیچ‌یک از سه روش نمی‌توانیم میکروب‌های موجود در آب را از بین ببریم، آب تصفیه‌شده در این روش‌ها را باید پیش از مصرف کلرزنی کرد.

فصل (۱) یازدهم: قدر هدایای زمینی را بدانیم

– روند تغییرات در جدول دوره‌ای عناصرها –



تفاوت شعاع اتمی عناصر متوالی در یک دوره، در فلزها بیشتر از نافلزها است.

– مقایسه واکنش پذیری چند عنصر –

- واکنش فلز فعال تر با ترکیبی از فلز دیگر به صورت طبیعی انجام می شود و ترکیبی از یک فلز را نمی توان در ظرفی از جنس فلز فعال تر نگهداری کرد.
- عنصر واکنش پذیرتر شرایط نگهداری دشوارتر، استخراج دشوارتر
- تمایل برای تبدیل شدن به ترکیب بیشتر و ترکیب های پایدارتر از خود

– حل مسائل استوکیومتری با درصد خلوص (P) و بازده درصدی (R) –

$$\frac{P}{100} \times \text{جرم ناخالص} = \frac{M \times V(L)}{\text{ضریب}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \frac{22.4}{4}} = \frac{\text{گرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذره ها}}{\text{تعداد ذره ها}} \times \frac{\text{ضریب}}{6.02 \times 10^{23}}$$

- درصد خلوص (P) و بازده درصدی (R) مانند سایر داده های مسئله در صورت کسرها نوشته می شود و ضرایب استوکیومتری موجود در مخرج کسرها از معادله موازنه شده برداشته می شود. دقت کنید که بازده درصدی را در صورت نیاز، باید در سمت واکنش دهنده ها بنویسید.

– جمع بندی هیدروکربنها –

نام هیدروکربن	فرمول عمومی	سیر شده یا سیر نشده	جرم مولی	مثال	کل پیوندهای اشتراکی	پیوندهای C—H	پیوند یگانه C—C	ساده ترین عضو
آلکان (an)	C_nH_{2n+2} $n \geq 1$	سیر شده	$14n + 2$	اتان C_2H_6	$3n + 1$	$2n + 2$	$n - 1$	متان (CH_4)
آلکن (en)	C_nH_{2n} $n \geq 2$	سیر نشده	$14n$	اتن C_2H_4	$3n$	$2n$	$n - 2$	اتن (C_2H_4)
سیکلو آلکان	C_nH_{2n} $n \geq 3$	سیر شده	$14n$	سیکلو پروپان C_3H_6	$3n$	$2n$	n	سیکلو پروپن (C_3H_6)
آلکین (in)	C_nH_{2n-2} $n \geq 2$	سیر نشده	$14n - 2$	اتین C_2H_2	$3n - 1$	$2n - 2$	$n - 2$	اتین (C_2H_2)



خواص فیزیکی و شیمیایی آلکان‌ها

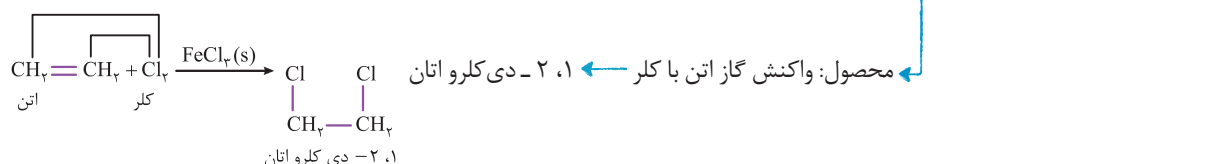
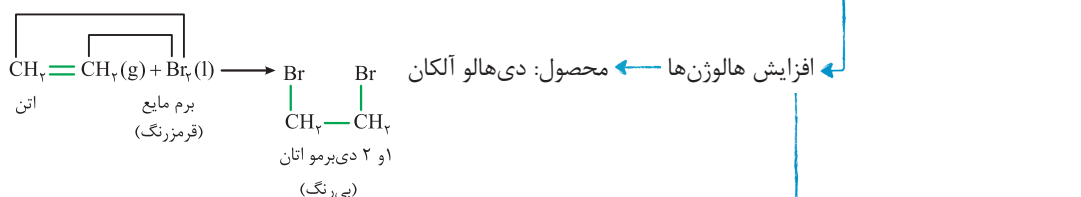
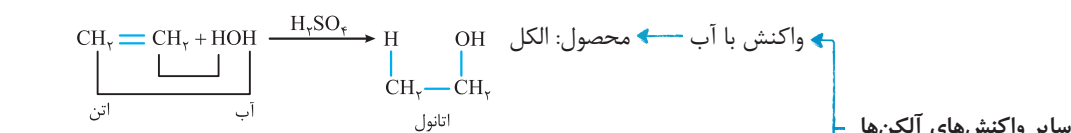
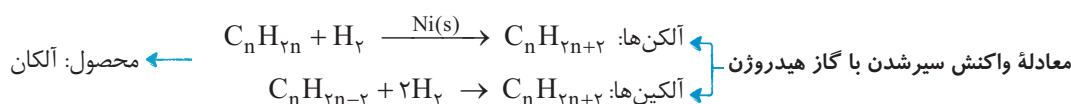
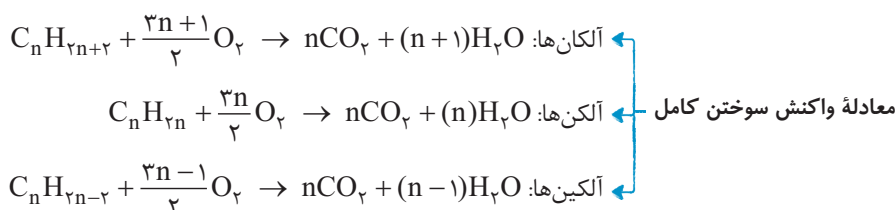
- ناقطبی، نامحلول در آب و با نیروهای بین مولکولی از نوع واندروالسی
- شمار اتم‌های کربن، دارای رابطه مستقیم با «اندازه مولکول، نیروی بین مولکولی، نقطه جوش و گرانروی» آلکان‌ها و دارای رابطه عکس با ویژگی «فشاربودن» آن‌هاست.
- حالت فیزیکی ۴ آلکان اول در دمای اتاق گازی است و با افزایش شمار اتم‌های کربن، اختلاف نقطه جوش آلکان‌های متوالی به تدریج کاهش می‌یابد.
- آلکان‌ها سیرشده هستند و تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند (به جز سوختن).
- شستن پوست یا تماس آن با آلکان‌های مایع در درازمدت به بافت‌های پوست آسیب می‌رساند.

نکته

سوخت هواپیما از نفت سفید (آلکان‌هایی با ده تا پانزده کربن) تهیه می‌شود.

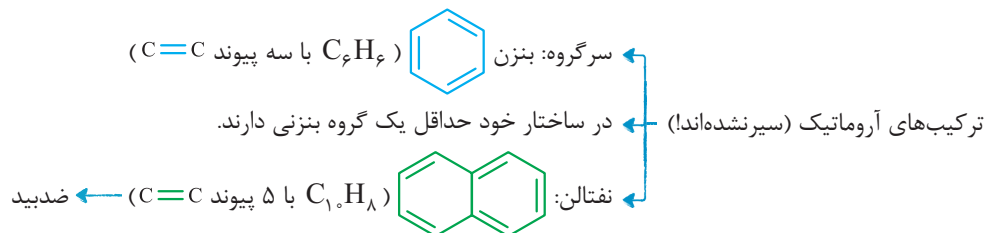
نام قدیمی: اتیلن - نخستین عضو آلکن‌ها
 اتن (C_2H_4) آزادشدن توسط موز و گوجه‌فرنگی رسیده
 عمل‌آورنده و سنگ بنای صنایع پتروشیمی

نام قدیمی: استیلن
 اتین (C_2H_2) نخستین عضو آلکین‌ها
 تأمین دمای مورد نیاز در جوش کاربیدی با سوختن اتین

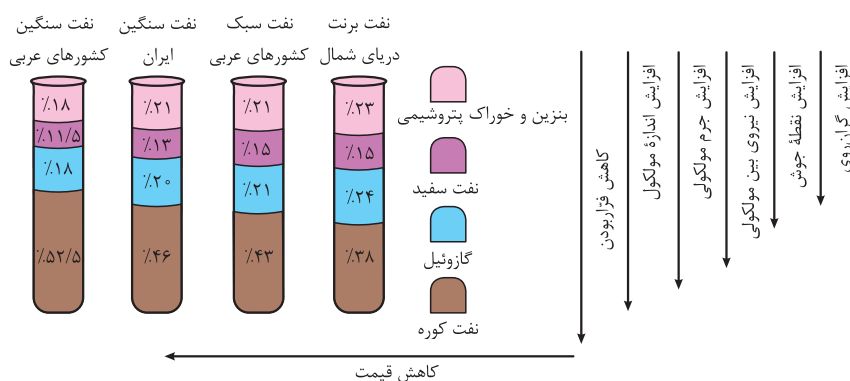


نکته

بی‌رنگ شدن برم ← شناسایی هیدروکربن‌های سیرنشده



دسته‌های متفاوت هیدروکربن‌ها در نفت خام -



● زغال سنگ ← مقدار و تنوع فراورده‌های بیشتر نسبت به بنزین (SO₂ و NO_x علاوه بر CO، CO₂ و H₂O)

← شست‌وشوی زغال سنگ ← حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر

راه‌های بهبود کارایی → به دام انداختن گاز SO₂ خارج‌شده با عبور گازهای خروجی از روی CaO: CaSO₃(s) + SO₂(g) + CaO(s) →

فصل (۲) یازدهم: در پی غذای سالم

← میانگین انرژی جنبشی ذرات ماده / میانگین تندی حرکت ذرات سازنده ماده

← نماد: θ یا T، قابل اندازه‌گیری با یکای °C یا K

← توصیف یک نمونه ماده / به مقدار ماده وابسته نیست.

← معیاری برای بیان سردی و گرمی جسم

← توصیف یک فرایند

← وابسته به مقدار ماده

← نماد: Q

← یکا: J یا Cal

مقایسه دما، انرژی گرمایی و گرما

← گرما

← وابسته به تعداد و دمای ذرات

← توصیف یک نمونه ماده و غیرقابل اندازه‌گیری

← مجموع انرژی جنبشی ذرات ماده

$$Q = C\Delta\theta = m.c.\Delta\theta$$

$$SI \text{ یکای } 1 J = 1 kg.m^2.s^{-2}, \quad 4/18 J = 1 Cal$$

$$C = m.c$$

● ظرفیت گرمایی (C) برخلاف ظرفیت گرمایی ویژه (c)، به جرم ماده وابسته است به طوری که:



● آنتالپی (H) یا محتوای انرژی، انرژی کل سامانه است. تغییر آنتالپی واکنش (ΔH یا Q_p)، هم‌ارز با گرمای واکنش در فشار ثابت است:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = H - Q_p = H - (\text{مواد واکنش دهنده}) - H = (\text{مواد فراورده})$$

واکنش‌های گرماگیر

- انتقال گرما از محیط به سامانه
- مواد واکنش دهنده، پایدارتر از مواد فراورده
- آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مواد واکنش دهنده
- $\Delta H > 0$

واکنش‌های گرماده

- انتقال گرما از سامانه به محیط
- مواد فراورده، پایدارتر از مواد واکنش دهنده
- آنتالپی مواد فراورده کمتر از مواد واکنش دهنده
- $\Delta H < 0$

حل مسائل گرما و استوکیومتری -

$$\begin{aligned} \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} &= \frac{\text{تعداد ذره‌ها}}{\text{تعداد ذره‌ها}} = \frac{\text{گرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \frac{22.4}{4}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{M \times V(L)}{\text{ضریب}} \\ &= \frac{M \times V(\text{mL})}{\text{ضریب} \times 1000} = \frac{P}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{q}{\Delta H} \rightarrow (\text{kJ}) \\ &= \frac{M \times V(\text{mL})}{\text{ضریب} \times 1000} = \frac{P}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{q}{\Delta H} \rightarrow (\text{kJ}) \end{aligned}$$

گرماشیمی (ترموشیمی) -

۱) به انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به دو مول اتم مجزای گازی، آنتالپی پیوند می‌گویند.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی} \right] \quad \begin{aligned} &\leftarrow (1) \text{ مرتبه پیوند (رابطه مستقیم)} \\ &\leftarrow (2) \text{ شعاع اتم‌ها (رابطه عکس)} \end{aligned}$$

۲) ارزش سوختی: انرژی حاصل از سوختن یا اکسایش یک گرم ماده

۳) آنتالپی سوختن: آنتالپی واکنش سوختن کامل یک مول ماده در اکسیژن کافی (همیشه $\Delta H < 0$)

$$\text{ارزش سوختی} (\text{kJ.g}^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن} (\text{kJ.mol}^{-1})|}{\text{جرم مولی} (\text{g.mol}^{-1})}$$

۱) معمولاً هرچه جرم یک هیدروکربن بیشتر باشد، آنتالپی سوختن آن منفی‌تر است و از سوختن آن گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۲) در مورد هیدروکربن‌های هم‌خانواده، همواره از سوختن یک گرم هیدروکربن سبک‌تر، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۳) مقایسه گرمای سوختن آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها و الکل‌های هم‌کربن:

$$\text{آلکان} < \text{آلکن} < \text{آلکین}$$

● گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست؛ لذا قانون هس بیان می‌کند که اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی سوختن} \right]$$



سینتیک

- عوامل مؤثر بر سرعت واکنش
- (۱) نوع مواد واکنش دهنده: واکنش پذیری بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
 - (۲) دما: دمای بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
 - (۳) غلظت: غلظت بیشتر واکنش دهنده‌ها $\rightarrow$ سرعت بیشتر
 - (۴) سطح تماس واکنش دهنده‌ها: سطح تماس بیشتر $\rightarrow$ سرعت بیشتر
 - (۵) کاتالیز، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد، ولی خودش دست‌نخورده باقی می‌ماند.

- تأثیر حجم و فشار در سرعت واکنش
- (الف) حجم (V) $\rightarrow$ اگر در واکنش دهنده‌ها (g) $\rightarrow$ حجم ظرف $\uparrow \Rightarrow$ غلظت $\downarrow \Rightarrow$ سرعت واکنش $\downarrow$
 - یا (aq) داشته باشیم $\rightarrow$ حجم محلول $\uparrow \Rightarrow$ غلظت $\downarrow \Rightarrow$ سرعت واکنش $\downarrow$
 - (ب) فشار (P) $\rightarrow$ اگر در واکنش دهنده‌ها (g) یا (aq) داشته باشیم $\rightarrow$ فشار $\uparrow \Rightarrow$ غلظت $\uparrow \Rightarrow$ سرعت واکنش $\uparrow$

- سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش فرضی $A \rightarrow B$
- سرعت برای یک فراورده $\rightarrow \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$ $\rightarrow$ شیب نمودار $\sim$ سرعت نمودار $\Delta n > 0$
 - سرعت برای یک واکنش دهنده $\rightarrow \bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n(A)}{\Delta t}$ $\rightarrow$ شیب نمودار $\sim$ سرعت نمودار $\Delta n < 0$

- یکاهای سرعت
- (۱) مول بر زمان: برای هر حالت فیزیکی: s, l, g و aq $\rightarrow$ (mol.s⁻¹) یا (mol.min⁻¹) ... $\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n(A)}{\Delta t}$, $\bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$
 - (۲) غلظت مولی بر زمان: برای حالت فیزیکی g یا aq $\rightarrow$ (mol.L⁻¹.s⁻¹) یا (mol.L⁻¹.min⁻¹) ... $\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{\Delta n(A)}{v \cdot \Delta t}$, $\bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{v \cdot \Delta t}$
 - غلظت مواد جامد (s) و مایع (l) خالص، با گذشت زمان تغییر نمی‌کند و ثابت است.
 - (۳) حجم بر زمان: برای حالت فیزیکی g:

$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta v(A)}{\Delta t} = -\frac{\overbrace{\Delta n(A) \times 22.4}^{\text{در STP}}}{\Delta t}, \bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta v(B)}{\Delta t} = \frac{\overbrace{\Delta n(B) \times 22.4}^{\text{در STP}}}{\Delta t}$$

- سرعت واکنش برابر است با سرعت متوسط تولید یا مصرف هر ماده موجود در واکنش تقسیم بر ضریب استوکیومتری آن.
- برای واکنش کلی $aA + bB \rightarrow cC + dD$ داریم:

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}_{(A)}}{a} = \frac{\bar{R}_{(B)}}{b} = \frac{\bar{R}_{(C)}}{c} = \frac{\bar{R}_{(D)}}{d} \quad \text{یا} \quad \bar{R}_{(\text{واکنش})} = -\frac{\Delta n(A)}{a \Delta t} = -\frac{\Delta n(B)}{b \Delta t} = \frac{\Delta n(C)}{c \Delta t} = \frac{\Delta n(D)}{d \Delta t}$$

فصل (۳) یازدهم: پوهاک، نیازی پایان ناپذیر

- مواد مولکولی
- مولکول‌های کوچک و متوسط (تعداد اتم‌ها و جرم مولی کم یا متوسط) $\rightarrow$ مانند CO_2 , H_2O , $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ (گلوکز) و ...
 - فاقد واحد تکرار شونده $\rightarrow$ مانند روغن زیتون
 - درشت‌مولکول‌ها $\rightarrow$ دارای واحد تکرار شونده $\rightarrow$ مانند سلولز، نشاسته، انسولین (پلیمرهای طبیعی) و پلی‌اتن، تفلون (پلیمرهای ساختگی)



– نکات پلی اتن و پلیمرهای افزایشی مشتق از پلی اتن –

نام و ساختار مونومر	نام و ساختار پلیمر	کاربرد
 اتن	 یا پلی اتن	کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی
 سیاتو اتن	 یا پلی سیاتو اتن	فرش، پارچه، پتو
 پروپن	 یا پلی پروپن	به عنوان پلاستیک در تجهیزات آزمایشگاهی و پزشکی مانند سرنگ
 استیرن	 یا پلی استیرن	به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یک‌بارمصرف
 تترافلورو اتن	 یا پلی تترافلورو اتن تفلون	ظروف نجسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها
 وینیل کلرید (کلرو اتن)	 یا پلی وینیل کلرید	لوله‌های انتقال آب، فاضلاب و گاز، کیسه خون

جرم مولی مونومر $\times n =$ جرم مولی پلیمر
↓
شمار واحد های تکرار شونده

- جرم مولی پلیمرهای افزایشی را می‌توان به تقریب از رابطه روبه‌رو به دست آورد:
- ویژگی‌های تفلون:

۱) نقطه ذوب بالا و مقاوم در برابر گرما

۲) بی‌اثر از نظر شیمیایی

۳) غیرمحلول در حلال‌های آلی مانند هگزان

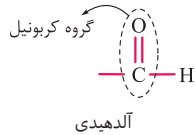
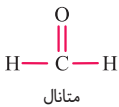
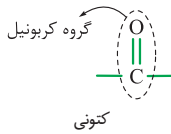
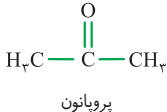
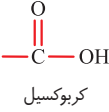
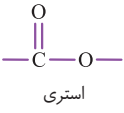
۴) نجسب

۵) مونومر سازنده: تترافلورو اتن، گاز مورد استفاده در سردکننده‌ها

– مقایسه ویژگی‌های پلی‌اتن سبک و سنگین –

نوع پلی‌اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه
فرمول مولکولی	$(C_2H_4)_n$	$(C_2H_2)_n$
نوع نیروی بین مولکولی	وان دروالسی	وان دروالسی
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر
کاربرد	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب‌بازی
چگالی	0.92 g.cm^{-3}	0.97 g.cm^{-3}
سختی و استحکام، چگالی، نقطه ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی	پلی‌اتن سبک > پلی‌اتن سنگین	

– خلاصه ساختار و برخی ویژگی‌های گروه‌های عاملی –

نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	فرمول کلی	ساده‌ترین عضو خانواده	فرمول مولکولی با گروه(های) هیدروکربنی سیرشده
آلدهیدها		$R-C(=O)H$ R: زنجیره هیدروکربنی یا هیدروژن		آلدهید و کتون تک‌عاملی سیرشده با تعداد کربن یکسان ایزومرند. $C_nH_{2n}O$
کتون‌ها		$R-C(=O)R'$ R و R': زنجیره هیدروکربنی		
الکل‌ها		$R-OH$ R: زنجیره هیدروکربنی	CH_3OH متانول	الکل و اتر تک‌عاملی سیرشده با تعداد کربن یکسان ایزومرند. $C_nH_{2n+2}O$
اترها		$R-O-R'$ R و R': زنجیره هیدروکربنی	$H_3C-O-CH_3$ دی متیل اتر	
کربوکسیلیک اسیدها		$R-C(=O)OH$ R: زنجیره هیدروکربنی یا هیدروژن	$H-C(=O)OH$ متانویک اسید	استر و کربوکسیلیک اسید تک‌عاملی و سیرشده با تعداد کربن یکسان ایزومرند. $C_nH_{2n}O_2$
استرها		$R-C(=O)OR'$ R و R': زنجیره هیدروکربنی	$H-C(=O)O-CH_3$ متیل متانوات	



$C_nH_{2n+3}N$	H_2C-NH_2 متیل آمین	$R-NH_2$ $R-NH-R'$ $R-N(R')-R''$ آمینها	$-NH_2$ $-NH-$ $-N-$ آمینها
$C_nH_{2n+1}NO$	$H-C(=O)-NH_2$	$R-C(=O)-NH_2$ $R-C(=O)-NH-R'$ $R-C(=O)-N(R')-R''$ آمیدها	$-C(=O)-NH_2$ $-C(=O)-NH-$ $-C(=O)-N-$ آمیدها

نکات الکلها -

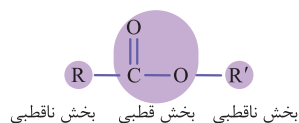
- الکلها دو بخش قطبی و ناقطبی و در نتیجه دو نوع نیروی جاذبه بین مولکولی دارند.
- با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی الکلها، نیروی بین مولکولی و اندروالسی بر پیوند هیدروژنی غلبه می کند و البته نقطه جوش آنها افزایش می یابد.
- ۱ تا ۵ اتم کربن ← مولکول عمدتاً قطبی و نیروی غالب هیدروژنی ← ۴ و ۵ اتم کربن ← به خوبی در آب حل می شوند.
- بیشتر از ۵ اتم کربن ← مولکول عمدتاً ناقطبی و نیروی غالب و اندروالسی ← انحلال پذیری کم تر از $\frac{1g}{100g H_2O}$ به هر نسبتی محلول در آب
- نمودار انحلال پذیری الکل های ۷ کربنه به بعد، به نمودار انحلال پذیری آلکان هم کربن خود بسیار نزدیک است.

نکات کربوکسیلیک اسیدها -

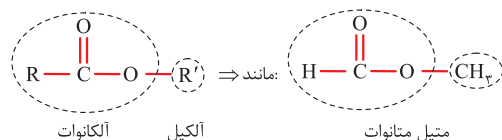
- کربوکسیلیک اسیدها نیز مانند الکلها، دو بخش قطبی و ناقطبی و در نتیجه دو نوع نیروی جاذبه بین مولکولی دارند که با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی، نقطه جوش آنها افزایش ولی انحلال پذیری آنها در آب، کاهش می یابد.

نکات استرها و پلی استرها -

- استرها با مولکولهای خود پیوند هیدروژنی تشکیل نمی دهند (برخلاف اسیدها و استرها)؛ از این رو نقطه جوش پایین تری نسبت به اسیدهای ایزومر خود دارند.
- استرها نیز همانند اسیدها و الکلها، دارای دو بخش قطبی و ناقطبی در ساختار خود هستند:



- نام گذاری استرها:



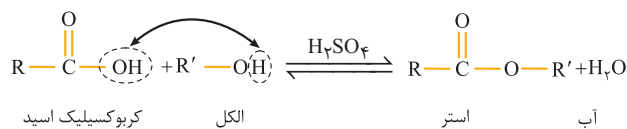
- بو و طعم آناناس، ناشی از وجود استر اتیل بوتانوات در آن است.

- برای محاسبه تعداد اتمهای هیدروژن و تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی می توان از روابط زیر استفاده کرد:

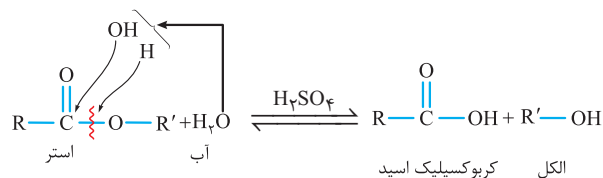
$$(1 \times \text{تعداد اتمهای نیتروژن}) + (\text{تعداد حلقه ها} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای سه گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دو گانه} \times 2) = (2n + 2) - \text{تعداد اتمهای هیدروژن}$$

$$\text{تعداد اتمهای هیدروژن} = \frac{(3 \times \text{تعداد اتمهای N}) + (2 \times \text{تعداد اتمهای O}) + (1 \times \text{تعداد اتمهای H}) + (4 \times \text{تعداد اتمهای C})}{2} - \text{تعداد پیوند اشتراکی (کووالانسی)}$$

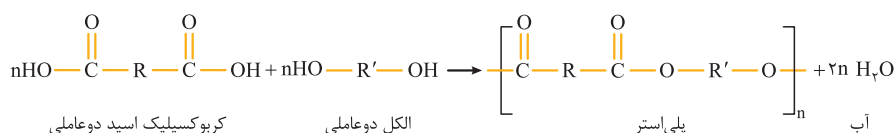
۵ معادله کلی واکنش استری شدن:



۶ معادله کلی واکنش آبکافت استرها:



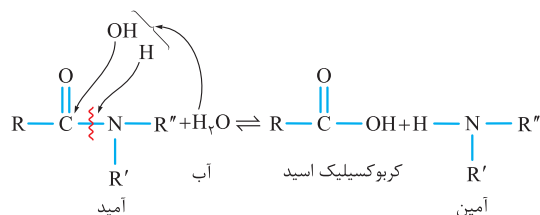
۷ واکنش کلی اسید دوعاملی با الکل دوعاملی را که منجر به صورت پلی استر و آب می شود، می توان به صورت زیر نمایش داد:



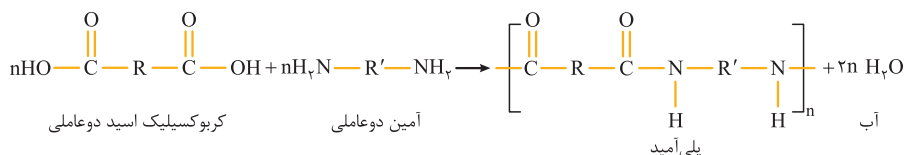
نکات آمیدها و پلی آمیدها -

۱ آمین ها، آمیدها و پلی آمیدها، می توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

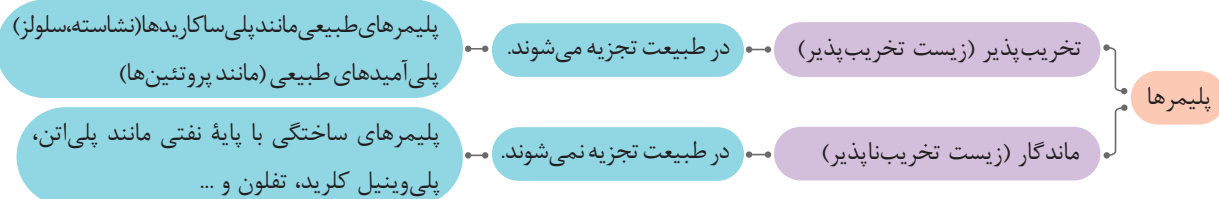
۲ معادله کلی واکنش آبکافت آمیدها:



۳ واکنش کلی اسید دوعاملی با آمین دوعاملی را که منجر به تولید پلی آمید و آب می شود، می توان به صورت زیر نمایش داد:



۴ کولار، نوعی پلی آمید ساختگی است که ۵ برابر مقاوم تر از فولاد هم جرم خود است و از آن در تهیه تیر اتومبیل، قایق بادبانی و جلیقه های ضد گلوله استفاده می شود.

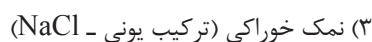
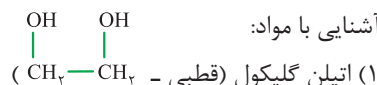
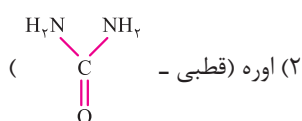


● پلی لاکتیک اسید (PLA)، نمونه ای از پلیمرهای سبز (پلیمرهای ساختگی زیر تخریب پذیر تهیه شده از فراورده های کشاورزی) هستند که از لاکتیک اسید تهیه و امکان تبدیل شدن به کود را دارند و در ظروف پلاستیکی یک بار مصرف به کار می روند.



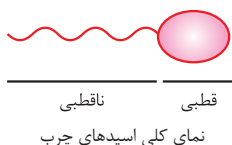
مفاهیم و حفظیجات

- امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال عمر می‌کنند.
- مقایسه امید به زندگی در نواحی مختلف: نواحی برخوردار < میانگین جهانی < نواحی کم‌برخوردار
- اما میزان رشد امید به زندگی در نواحی کم‌تر توسعه یافته، بیشتر است.
- آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارد.
- آشنایی با مواد:

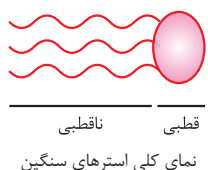


چربی‌ها: مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

چربی‌ها ناقطبی هستند و نیروهای بین مولکول غالب در آن‌ها، وان‌دروالسی است.



- (1) فرمول کلی: $\text{R}-\text{C}(=\text{O})-\text{OH}$ (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر کربنی (R) بلند)
- (2) فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ یا $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COOH}$
- (3) دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می‌کند.

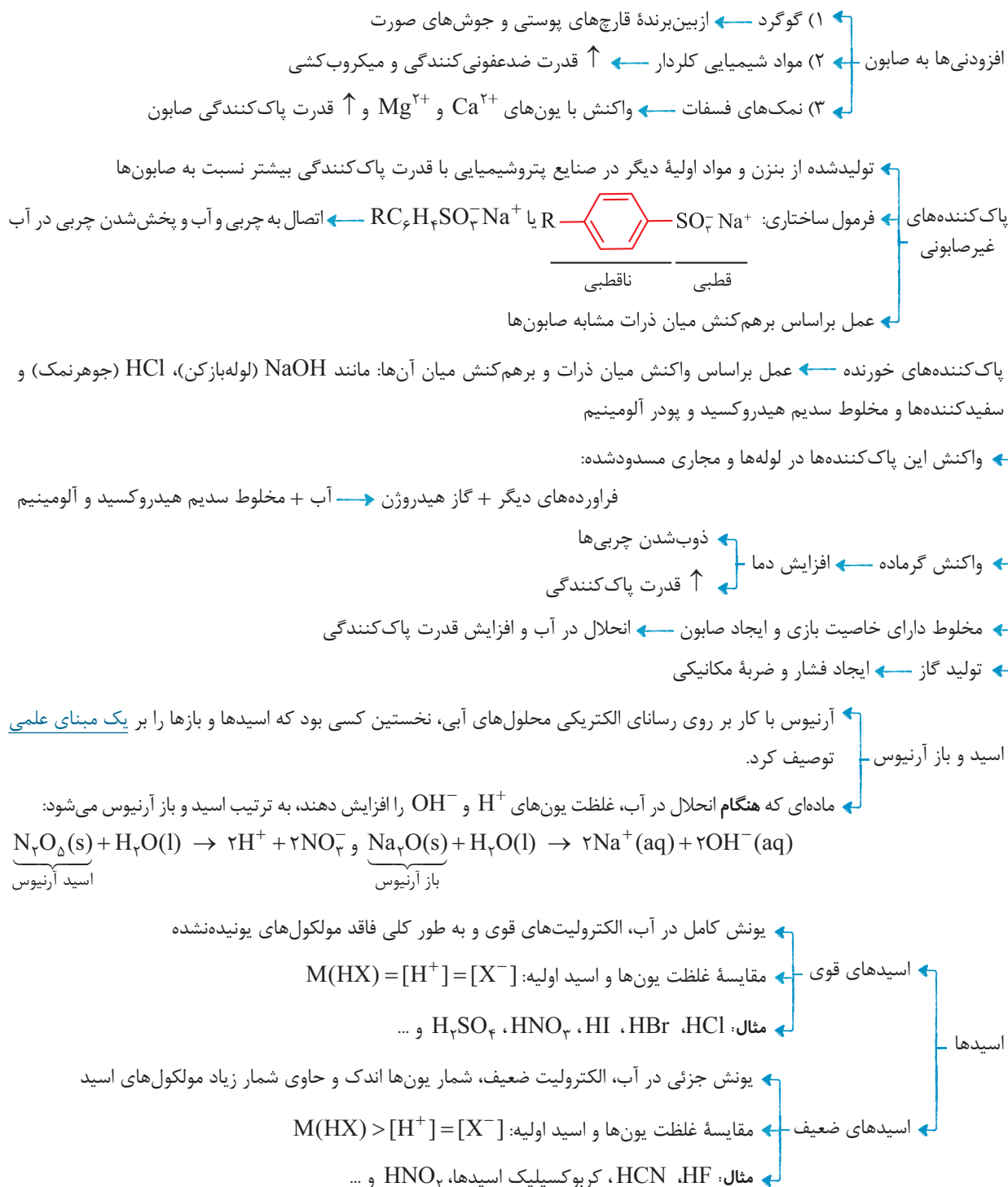


- (1) فرمول ساختاری: $\text{R}-\text{C}(=\text{O})-\text{O}-\text{R}'$
- (2) حاصل واکنش الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها و دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می‌کند.

- (1) محلول: همگن - پایدار - عدم پخش نور - تشکیل شده از یون‌ها و مولکول‌ها
- (2) کلوئید: ناهمگن - پایدار - پخش نور - تشکیل شده از مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی
- (3) سوسپانسیون: ناهمگن - ناپایدار - پخش نور - تشکیل شده از ذرات ریز ماده

- صابون ماده‌ای است که می‌تواند هم در آب و هم در چربی حل شود.
- انواع:
- جامد: نمک سدیم اسید چرب (RCOONa)
 - مایع: نمک پتاسیم / آمونیوم اسید چرب (RCOONH_4 یا RCOOK)
- صابون‌ها:
- فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{Na}^+$ یا $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO}^-\text{Na}^+$
- صابون‌ها دو بخش قطبی و ناقطبی و دو بخش آنیونی و کاتیونی دارند.
- عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی:

- (1) دما
- (2) نوع پارچه (نخی یا پلی‌استری)
- (3) نوع آب
- (4) وجود یا عدم وجود آنزیم
- (5) نوع و مقدار صابون مصرفی





یونش کامل در آب، الکترولیت‌های قوی و فاقد مولکول‌های یونیده‌نشده



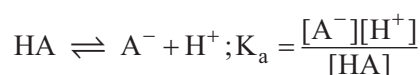
مثال: هیدروکسیدهای فلزات گروه اول و دوم جدول دوره‌ای (به جز $Be(OH)_2$ و $Mg(OH)_2$)

یونش جزئی در آب، الکترولیت‌های ضعیف، شامل یون‌های اندک و حاوی شمار زیاد مولکول‌های باز

مثال: آمونیاک (محلول شیشه‌پاک‌کن)



ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد و با K_a نشان داده می‌شود.



ثابت تعادل برای بازها، به ثابت یونش باز معروف است و با K_b نشان داده می‌شود.

هرچه $K_b / K_a \uparrow$ میزان یونش اسید / باز $\uparrow$ / $[H^+] / [OH^-] \uparrow$ اسید / باز قوی‌تر

و رسانایی الکتریکی محلول آن $\uparrow$

مقایسه قدرت اسیدی اسیدهای ضعیف:



مقدار عددی ثابت یونش اسیدها و بازها تنها به دما وابسته است.



هرچه خاصیت اسیدی یک محلول $\uparrow$

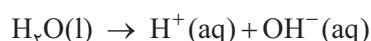
هرچه خاصیت بازی یک محلول $\uparrow$

ارتباط میان $[H^+]$ و $[OH^-]$ با pH

در دمای اتاق رابطه $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$ برقرار است؛ پس: البته خاصیت اسیدی $\uparrow [H^+] \leftarrow \uparrow pH \leftarrow \downarrow [OH^-]$ خاصیت بازی $\downarrow$

آب و همه محلول‌های آبی، حاوی یون‌های H^+ و OH^- هستند؛ این یون‌ها در اثر خود یونش آب نیز به دست می‌آیند.

آب خالص در هر دمایی خنثی است؛ زیرا در هر دمایی رابطه $[H^+] = [OH^-]$ برقرار است و در دمای $25^\circ C$ غلظت یون‌ها



یکسان و برابر 10^{-7} مولار است.

در محلول‌های آبی در دمای $25^\circ C$ ، هرگاه غلظت یکی از یون‌های OH^- یا H^+ افزایش یابد، غلظت یون دیگر کاهش می‌یابد.

در محلول‌های اسیدی و بازی هر دو یون H^+ و OH^- وجود دارند؛ اما در محلول‌های اسیدی $[H^+]$ و در محلول‌های بازی $[OH^-]$ بیشتر از دیگری است.



در واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها، یونهای H^+ در واکنش با یونهای OH^- ، به مولکولهای آب تبدیل می شوند؛ در حالی که سایر یونها دست نخورده باقی می ماندند. ← معادله این واکنش به طور کلی به صورت زیر است:

$$H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_2O(l)$$

شوینده های خورنده ← برای باز کردن لوله های مسدود شده با اسیدهای چرب، می توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد. فرآورده این واکنش محلول در آب و پاک کننده است و چربی های اضافی را می زداید.

اگر موادی که سبب گرفتگی لوله ها و مجاری می شوند، خاصیت بازی داشته باشند، برای زدودن آنها از محلول غلیظ HCl استفاده می شود.

غلظت یون H^+ در شیر معده، حدود ۰/۰۳ مولار است.

↑ مقدار اسید معده ← ↑ شمار یونهای جذب شده توسط دیواره معده ← نابودی سلولهای دیواره معده ← درد، التهاب و خونریزی ← ضد اسیدها

ضد اسیدها داروهایی هستند که با خنثی کردن مقداری از اسید معده سبب کاهش میزان اسید معده می شوند.

مواد موجود در سه نمونه از ضد اسیدها: (۱) $NaHCO_3$ - (۲) $Al(OH)_3$ - (۳) $Mg(OH)_2$ - (۴) $Al(OH)_3$ - (۵) $NaHCO_3$

شیر منیزی، یکی از رایج ترین ضد اسیدهاست که شامل $Mg(OH)_2$ است و به شکل سوسپانسیون مصرف می شود.

مسائل

واکنش $NaOH$ با اسید چرب: $RCOOH + NaOH \rightarrow RCOO^-Na^+ + H_2O$

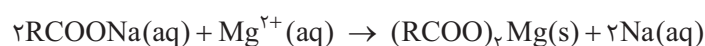
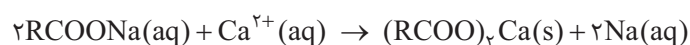
واکنش تولید صابون ← واکنش $NaOH$ با استر بلند زنجیر:

قسمت (۱) ←

$$C_{17}H_{35}(RCOO)_3 + 3NaOH \rightarrow 3RCOONa + C_{17}H_{35}(OH)_3$$

↓
الکل

واکنش صابون با آب سخت:



محاسبه درجه یونش اسیدها (α): $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$

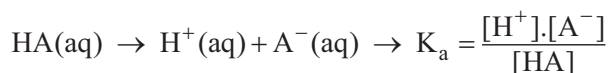
قسمت (۲) ←

$$\alpha = \frac{\text{غلظت مولی } H^+ \text{ یا } A^- \text{ تولیدی}}{\text{غلظت مولی اولیه اسید}} = \frac{\text{تعداد مولکولهای یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکولهای حل شده}}$$

$$\alpha = \frac{[A^-]}{M} = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow [H^+] = [A^-] = M\alpha$$

محاسبه ثابت تعادل برای واکنش $aA + bB \rightarrow cC + dD$:

$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b} \rightarrow \text{یکا: } \left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^{(c+d)-(a+b)}$$



محاسبه ثابت یونش اسیدی:

اسیدهای قوی $\alpha = 1 \leftarrow K_a$ بزرگ

مقادیر K_a برای اسیدها

اسیدهای خیلی ضعیف $(K_a < 10^{-3} \text{ یا } \alpha < 0.05)$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1 - \alpha}$$

اسیدهای ضعیف $\alpha < 1$

قسمت (۳)

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M}, K_a = M\alpha^2 = [H^+].\alpha \Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a.M}$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = M.\alpha \Rightarrow pH = -\log[H^+]$$

ظرفیت اسید

اسیدها:

محاسبه pH

بازها:

$$[OH^-] = M.\alpha \Rightarrow \text{در دمای اتاق: } [H^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow pH = -\log[H^+]$$

ظرفیت باز

قسمت (۴) ← محاسبه pH محلول حاصل از اختلاط اسیدهای قوی: (M: غلظت مولی محلول ها و V: حجم محلول ها)

$$[H^+] = \frac{M_1V_1 + M_2V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

غلظت محلول و H^+ ، $\frac{1}{n}$ برابر می شود.

غلظت OH^- ، n برابر می شود.

$$pH_{\text{جدید}} = pH_{\text{اولیه}} + \log n$$

محلول اسیدهای قوی را تا حجم n برابر رقیق کنیم.

قسمت (۵) ← تغییر pH بر اثر رقیق کردن

غلظت محلول و OH^- ، $\frac{1}{n}$ برابر می شود.

غلظت H^+ ، n برابر می شود.

$$pH_{\text{جدید}} = pH_{\text{اولیه}} - \log n$$

محلول بازهای قوی را تا حجم n برابر رقیق کنیم.



مرورنامه شب آزمون

شیمی

$$M_a \cdot V_a \cdot n_a = M_b \cdot V_b \cdot n_b$$

← خنثی شدن کامل اسیدها و بازها: (n = ظرفیت اسید یا باز)

← خنثی شدن ناقص اسیدها و بازها:

مرحله (۱) برای هریک از محلول‌ها، مقادیر زیر را محاسبه می‌کنیم، در واقع شمار مول‌های یون‌های H^+ و OH^- را محاسبه می‌کنیم:

$$M_a \cdot V_a \cdot n_a = n \times \text{مقدار مول اسید}$$

$$M_b \cdot V_b \cdot n_b = n \times \text{مقدار مول باز}$$

← قسمت (۶) ← مرحله (۲)

$$۱) M_a \cdot V_a \cdot n_a > M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول اسیدی}} [H^+] = \frac{M_a \cdot V_a \cdot n_a - M_b \cdot V_b \cdot n_b}{V_a + V_b}$$

$$۲) M_a \cdot V_a \cdot n_a < M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول بازی}} [OH^-] = \frac{M_b \cdot V_b \cdot n_b - M_a \cdot V_a \cdot n_a}{V_a + V_b}$$

← مرحله (۳) pH محلول نهایی را با استفاده از غلظت‌های به‌دست‌آمده محاسبه می‌کنیم.



مفاهیم و حفظیجات

اکسایش: به معنای از دست دادن الکترون ← گونه‌ای که با دادن الکترون به گونه‌های دیگر، آن‌ها را کاهش می‌دهد و خودش اکسایش می‌یابد، کاهنده نامیده می‌شود.

کاهش: به معنای گرفتن الکترون ← گونه‌ای که با گرفتن الکترون از گونه‌های دیگر، سبب اکسایش آن‌ها و سبب کاهش خود می‌شود، اکسنده نامیده می‌شود.

شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای کاهش و اکسایش را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند که باید از لحاظ جرم اتم‌ها و بار الکتریکی موازنه باشد.

$+ne^-$ گونه اکسایش یافته → گونه کاهنده: نیم‌واکنش اکسایش

گونه کاهش یافته → $+ne^-$ گونه اکسنده: نیم‌واکنش کاهش

ویژگی‌های واکنش‌های اکسایش - کاهش

- در واکنش‌های اکسایش - کاهشی که به صورت طبیعی انجام می‌شوند، فرآورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌هاست؛ پس این واکنش‌ها گرماده بوده و ΔH شان منفی است.
- اغلب فلزها در واکنش با نافلزها، الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

تغییر علامت E°

- E° منفی‌تر ← گونه کاهنده، کاهنده قوی‌تری است.
- E° مثبت‌تر ← گونه اکسنده، اکسنده ضعیف‌تری است.
- گونه کاهنده، کاهنده ضعیف‌تری است.
- گونه اکسنده، اکسنده قوی‌تری است.

نکته مهم: برای مقایسه قدرت اکسندگی، گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش کاهش و برای مقایسه قدرت کاهندگی، گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش کاهش را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلز که در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند به ترتیب بیشتر از قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلزی است که در سمت فرآورده‌ها قرار دارند.

در سری الکتروشیمیایی ظرفی از جنس فلز راست بالا، برای نگهداری محلول حاوی کاتیون‌های چپ پایین‌تر مناسب است.

سلول گالوانی	سلول الکترولیتی
انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.	انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.
یک واکنش شیمیایی در جهت طبیعی پیش می‌رود.	با اعمال یک ولتاژ بیرونی یک واکنش «اکسایش - کاهش» دلخواه انجام می‌شود.
دارای دو الکترولیت است که توسط دیواره‌ای متخلخل از هم جدا شده‌اند (الکترولیت‌ها حاوی کاتیون‌هایی از جنس الکترودها هستند).	دو الکترود درون یک الکترولیت قرار گرفته‌اند (الکترولیت یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است).
آند، قطب منفی و کاتد، قطب مثبت است.	آند قطب مثبت و کاتد، قطب منفی است.
معمولاً الکترودهای آند و کاتد در واکنش شرکت می‌کنند.	معمولاً الکترودهای آند و کاتد بی‌اثرند و در واکنش شرکت نمی‌کنند.
اکسایش در آند و کاهش در کاتد انجام می‌شود.	
جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.	
کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند مهاجرت می‌کنند.	

تفاوت‌ها

شباهت‌ها

شیمی‌دان‌ها، SHE را به عنوان مبنا انتخاب کردند و پتانسیل آن را برابر صفر در نظر گرفتند. نیم‌سلول استاندارد هیدروژن (SHE) شامل یک الکترود پلاتینی (Pt) است. SHE دارای محلول یک مولار از یون‌های H^+ در دمای $25^\circ C$ است که گاز هیدروژن با فشار 1 atm درون این نیم‌سلول‌ها وجود دارد.

فلز لیتیم در فناوری‌های جدید ساخت باتری، فلز Li دارای نقش مهمی است؛ زیرا لیتیم کم‌ترین چگالی و E° را در میان فلزها دارد. باتری‌های لیتیومی می‌توانند قابل شارژ و یا غیر قابل شارژ باشند، اما همه باتری‌ها، از لیتیم ساخته نمی‌شوند؛ مثل باتری‌های دگمه‌ای روی - نقره ($Zn - Ag$)



سلول سوختی، نوعی سلول گالوانی است که افزون بر کارایی بیشتر، رد پای CO_2 را کاهش می‌دهد.

سوزاندن هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰٪ دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی، بازدهی را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.

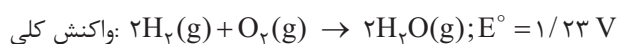
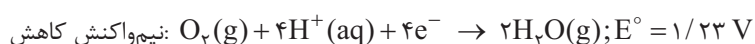
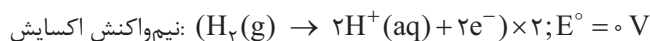
سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن»

گاز H_2 به صورت غیرمستقیم و کنترل‌شده با O_2 واکنش داده و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی این واکنش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

سلول سوختی اجزا

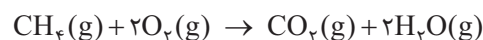
- الکتروآند
- الکتروکاتد
- دارای کاتالیزگرهایی که به نیم‌واکنش‌ها سرعت می‌بخشند.
- غشای مبادله‌کننده یون H^+

جهت حرکت e^- ها از آند به کاتد و از طریق مدار بیرونی (رسانای الکترونی) و جهت حرکت H^+ ها در غشای مبادله‌کننده (رسانای یونی) به سمت کاتد است.



سلول سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کند. ← حالت گازی

سلول سوختی «متان - اکسیژن» ← معادله کلی واکنش انجام‌شده:



انجام در سلول‌های الکترولیتی و با عبور

جریان الکتریکی و تبدیل مولکول‌های

آب، به عناصر سازنده

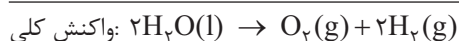
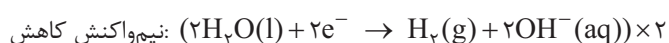
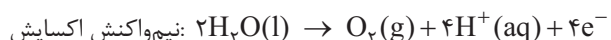
برقکافت آب ← حجم گاز H_2 تولیدشده در اطراف

کاتد، ۲ برابر حجم گاز O_2 تولیدشده

در اطراف آند است.

در محلول پیرامون آند، pH ↓ و در

محلول پیرامون کاتد، pH ↑ می‌یابد.



فلز سدیم را می‌توان از برقکافت سدیم

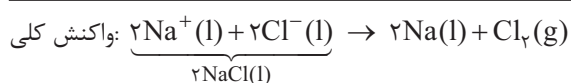
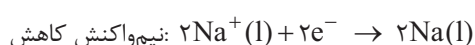
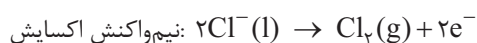
کلرید مذاب (نه محلول!) در یک سلول

الکترولیتی تهیه کرد.

فلز سدیم در سمت کاتدی (قطب -) و گاز

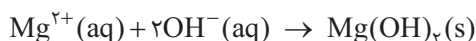
زردرنگ Cl_2 در سمت آندی (قطب +)

تولید می‌شود.



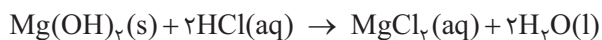


در صنعت، فلز Mg را از برقکافت منیزیم کلرید مذاب (نه محلول!) تهیه می کنند که یکی از منابع فلز منیزیم، آب دریاست.

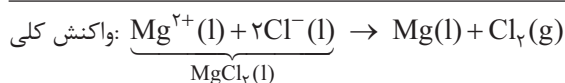
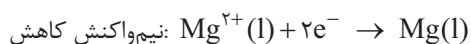
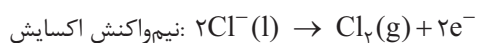


مرحله ۱)

مرحله ۲) عبور از صافی و واکنش با یک اسید قوی (HCl)



تهیه فلز منیزیم (مرحله ۳) ابتدا خشک کردن MgCl_2 و سپس ورود مذاب آن به سلول الکترولیتی:



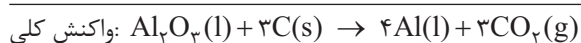
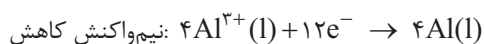
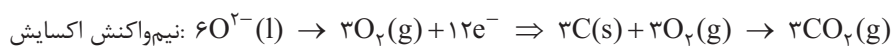
نکته مهم: چگالی: $\text{Mg}(\text{l}) < \text{MgCl}_2(\text{l})$

Al، فلز فعالی است که به سرعت در هوا اکسید می شود اما این فلز با تشکیل لایه چسبنده و متراکم Al_2O_3 ، از ادامه اکسایش جلوگیری می کند و خورده نمی شود.

رایج ترین روش تولید Al که در سلول الکترولیتی با آند و کاتد از جنس گرافیت انجام می شود.

فرایند هال } آند (قطب +)، میله های گرافیتی داخل الکترولیت / کاتد (قطب -)، بدنه گرافیتی و کف سلول

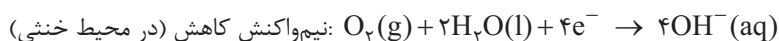
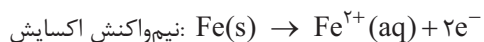
فرایند هال } نکته مهم: چگالی: $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{l}) < \text{Al}(\text{l})$



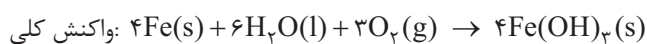
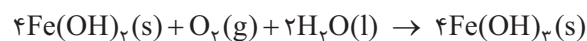
تولید قوطی های آلومینیومی از قوطی های کهنه، تنها به ۷٪ انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

O_2 ، چون یک کاهنده قوی است، در دمای بالا در آند فرایند هال با الکتروآند (گرافیت) واکنش داده و گاز CO_2 تولید می کند.

در فرایند خوردگی آهن، یک سلول گالوانی تشکیل می شود که قسمت های گوناگون سطح آهن، آند و کاتد و قطره آب، محلول الکترولیت را تشکیل می دهند:



خوردگی آهن } یون های Fe^{2+} تولید شده در آند، وارد بخش کاتدی شده و در آن جا به صورت $\text{Fe}(\text{OH})_2$ رسوب می کنند. این رسوب دوباره با آب و اکسیژن واکنش داده و به زنگ آهن تبدیل می شود.



نکته مهم: در محیط اسیدی، نیم واکنش کاهش به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^{+}(\text{aq}) + 4\text{e}^{-} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ انجام می شود

که E° بزرگ تری نسبت به نیم واکنش کاهش محیط خنثی داشته و سبب افزایش سرعت زنگ زدن آهن می شود.



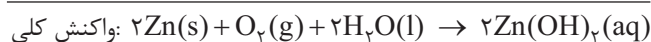
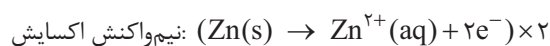
در روش حفاظت کاتدی، فلز با E° کوچکتر (منفی‌تر) آند بوده و دچار خوردگی می‌شود اما فلز با E° بزرگتر (مثبت‌تر) کاند بوده و در سطح آن، واکنش کاهش اکسیژن صورت می‌گیرد اما خود فلز خورده نمی‌شود.

حفاظت کاتدی ← نیم‌واکنش کاهش در حفاظت کاتدی مشابه نیم‌واکنش کاهش در خوردگی آهن است که در هر دو حالت، اکسیژن کاهش می‌یابد.

ورقه آهنی با پوششی از فلز روی - کاربرد در ساخت تانکر آب و کانال کولر

قبل از ایجاد خراش ← فلز روی به عنوان پوشش، مانع از ورود رطوبت و اکسیژن به سطح آهن می‌شود ← آهن خورده نمی‌شود.

آهن گالوانیزه (سفید) ← با ایجاد خراش ← فلز روی خورده می‌شود تا از خورده شدن فلز آهن جلوگیری کند (حفاظت کاتدی).



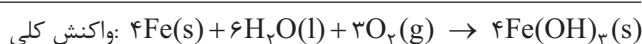
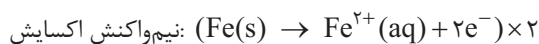
ورقه آهنی پوشیده شده با لایه نازک قلع - کاربرد در ساخت قوطی کنسرو روغن نباتی

قبل از ایجاد خراش ← حفاظت فلز قلع از آهن به عنوان پوشش ← آهن دچار خوردگی نمی‌شود.

بعد از ایجاد خراش ← آهن به دلیل E° کوچکتر (منفی‌تر) از قلع، به عنوان آند اکسایش یافته و خورده می‌شود.

حلبی ← قوطی‌های حلبی در اثر خراش زودتر دچار خوردگی می‌شوند.

برای ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی از حلبی استفاده می‌شود و از آهن سفید نباید استفاده کرد.



پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی، آبکاری نام دارد که در سلول‌های الکترولیتی انجام می‌شوند.

آبکاری ← فلز پوشاننده (نقره) در آند خورده شده و به صورت یون (Ag^+) وارد محلول الکترولیت می‌شود.

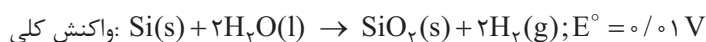
آبکاری یک فلز فولادی با فلز نقره ← کاتیون‌های فلز پوشاننده (Ag^+) در کاتد کاهش یافته و روی جسم مورد نظر (جسم فولادی) می‌نشینند.

الکترولیت باید حاوی کاتیون‌های فلز آند (Ag^+) باشد.

جسمی که به عنوان کاتد (فولاد) قرار است توسط فلز نقره پوشیده شود، باید رسانای جریان برق باشد.



برای انجام فرایندهای اکسایش و کاهش از نور استفاده می‌کنند. نمونه‌ای از آن‌ها برای تهیه گاز H_2 به کار می‌رود:



سلول‌های نور الکتروشیمیایی

مزایا:

(۱) استفاده از نور خورشید، ارزان است.

(۲) آلاینده‌گی کم‌تری تولید می‌شود.

عدد اکسایش عناصر در حالت آزاد برابر صفر و در حالت یون تک‌اشاره برابر بار آن‌هاست.

عدد اکسایش فلزها در ترکیب‌ها: فلزهای گروه (۱) برابر (+۱)، فلزهای گروه (۲) برابر (+۲) و Al برابر (+۳)

عدد اکسایش فلئور در ترکیب‌های مختلف آن، برابر (-۱) است.

عدد اکسایش هیدروژن معمولاً برابر (+۱) است. به جز در ترکیب نافلزها که برابر (-۱) است.

عدد اکسایش اکسیژن، معمولاً برابر (-۲) است؛ به جز در ترکیب‌های: OF_2 ، $HO\dot{F}$ ، $H_2\dot{O}$ و F_2O

مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک مولکول، برابر صفر و در یک یون چنداشاره برابر با بار یون است.

مسائل (۲)

در واکنش‌های «اکسایش - کاهش»، برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

ضریب گونه کاهنده $\times$ زیروند گونه کاهنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده
یا
ضریب گونه اکسنده $\times$ زیروند گونه اکسنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده

محاسبه نیروی الکتروموتوری (emf) یک سلول گالوانی: $emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{سلول})$

برای محاسبه تغییر جرم آند و کاتد در سلول‌های گالوانی، ابتدا واکنش انجام‌شده را نوشته و سپس با استفاده از روش کسرهای تناسب یا کسرهای تبدیل، مسئله را حل می‌کنیم:

$$\frac{\text{شمار } e^- \text{ مبادله‌شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}} \times N_A = \frac{\text{مول } e^- \text{ مبادله‌شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}}$$

وقتی تیغه‌ای را وارد محلول یونی با خاصیت اکسنده می‌کنیم، تغییر جرم تیغه برابر است با:

$$| \text{جرم فلز کاتدی کاهش‌یافته} - \text{جرم فلز آندی اکسایش‌یافته} | = \text{تغییر جرم تیغه}$$

اگر همه رسوب تشکیل‌شده روی تیغه قرار گیرد، می‌توانیم از کسر تناسب زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{\text{جرم مولی فلز کاهنده} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم مولی یون اکسنده} \times \text{ضریب}}{\text{تغییر جرم تیغه}}$$



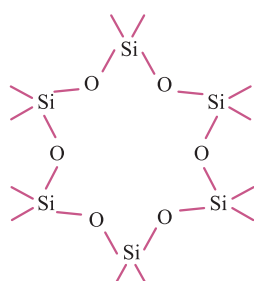
فصل ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری

سیلیس (SiO_2)

- یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و شن و ماسه است.
- فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین به شمار می‌رود.
- کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص آن است.
- جزء جامدهای کووالانسی است؛ به همین دلیل دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد.
- به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- در ساختار آن، فقط پیوندهای اشتراکی $\text{Si}-\text{O}$ وجود دارد.
- در ساختار آن هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن متصل است و اتم‌های سیلیسیم در آن با پل‌های $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$ به دیگر واحدها متصل می‌باشند.
- از حلقه‌های چندضلعی ساخته شده و در همه حلقه‌ها، شمار اتم‌های سیلیسیم با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است.

سیلیس (SiO_2)

مرورنامه شب آزمون



- Si (شبه فلزی از خانواده کربن) در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس یافت می‌شود.
- سیلیسیم، رسانایی گرمایی بالا، ولی رسانایی الکتریکی اندکی دارد؛ براق، صیقلی و شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود. این عنصر، عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است.
- از دو عنصر C و Si تاکنون یون تک‌اتمی مشاهده نشده است.
- مطابق شکل مقابل در ساختار سیلیس، هر اتم سیلیسیم با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم اکسیژن دیگر متصل است و هر اتم اکسیژن با دو پیوند اشتراکی به ۲ اتم سیلیسیم متصل است.
- با توجه به استحکام بیشتر پیوند $\text{Si}-\text{O}$ در مقایسه با پیوند $\text{Si}-\text{Si}$ ، سیلیسیم در طبیعت به صورت خالص یافت نشده و به طور عمده، به صورت سیلیس یافت می‌شود. میانگین آنتالپی پیوند: $\text{Si}-\text{Si} < \text{Si}-\text{O}$ ← پایداری: $\text{Si} < \text{SiO}_2$

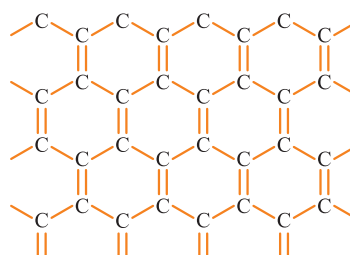
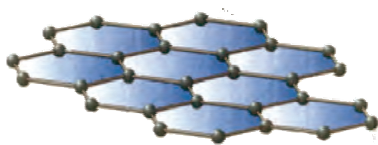
– دگرشکل (آلوتروپ) های کربن –

ویژگی	آلوتروپ	الماس	گرافیت
نماد و عنصر تشکیل دهنده	کربن	کربن	کربن
نوع جامد	کووالانسی سه بعدی	کووالانسی دو بعدی	کربن
رنگ	شفاف	تیره	نرم
سختی یا نرمی	بسیار سخت	بالا	ندارد
نقطه ذوب	ندارد	مغز مداد و الکتروود	اشتراکی
رسانایی الکتریکی	جواهرسازی، ساخت مته و ابزار برش شیشه	کمتر	بیشتر
کاربردها	اشتراکی	۴	۳
نوع پیوند میان اتم ها	بلندتر	کمتر	بیشتر
تعداد پیوندهای هر اتم کربن	کربن	کربن	کربن
طول پیوند کربن – کربن	آنتالپی پیوند کربن – کربن	بیشتر	کمتر
شمار اتم های متصل شده به هر اتم کربن	چگالی	ناپایدارتر	پایدارتر
قد رمطلق آنتالپی سوختن و ارزش سوختی	بیشتر	بیشتر	کمتر
گرمای ویژه	کمتر	بیشتر	بیشتر

– گرافن –

۱) گرافن، تک لایه ای از گرافیت است که در آن، اتم های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه های شش گوشه تشکیل داده اند. چنین ساختاری با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه ای دارد؛ به طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

۲) ساختار گرافن به صورت زیر است:



۳) در ساختار گرافیت و گرافن، حدود یک سوم از پیوندهای کربن کربن دوگانه بوده و الباقی پیوندها یگانه هستند. این در حالی است که در ساختار الماس، همه پیوندهای کربن کربن یگانه هستند.

۴) ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است؛ پس انتظار می رود که گرافن شفاف و انعطاف پذیر باشد.

۵) گرافن نیز یک جامد کووالانسی دو بعدی است که مانند گرافیت، رسانای جریان برق است.

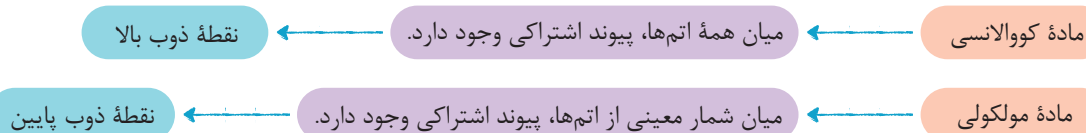


سیلیسیم کرید -

- ۱ سیلیسیم کرید با فرمول شیمیایی SiC ، یک ساینده ارزان قیمت است که در دسته جامدهای کووالانسی قرار می گیرد.
- ۲ سیلیسیم کرید، ساختاری مشابه الماس و سیلیسیم دارد و از آن در تهیه سنباده استفاده می شود.
- ۳ در ساختار SiC ، اطراف هر اتم Si ، ۴ اتم C و اطراف هر اتم C ، ۴ اتم Si وجود دارد.
- ۴ این ماده یک جامد کووالانسی سه بعدی محسوب می شود.
- ۵ مقایسه سختی و نقطه ذوب جامدهای کووالانسی با ساختار مشابه:

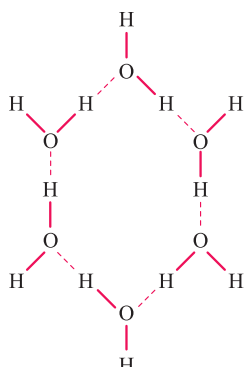
سیلیسیم > سیلیسیم کرید > الماس :سختی
سیلیسیم > سیلیس > سیلیسیم کرید > الماس :نقطه ذوب

مقایسه مواد مولکولی و کووالانسی -



یخ $(\text{H}_2\text{O}(s))$:

- ۱ آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه های شش گوشه
- ۲ هر اتم اکسیژن، به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن از مولکول های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.
- ۳ در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۴ پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- ۴ اتم های اکسیژن در رأس حلقه های شش ضلعی قرار دارند و در این حلقه های شش ضلعی، هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی و یک پیوند هیدروژنی است. (دقت کنید که در ساختار سیلیس، همه اتم ها با پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده اند).
- ۵ هر یک از حلقه های شش ضلعی، شامل ۶ پیوند اشتراکی و ۶ پیوند هیدروژنی، یعنی مجموعاً ۱۲ پیوند است.

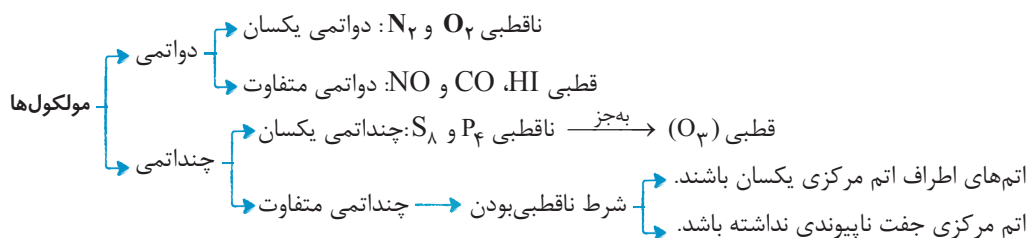


رفتار مولکول ها و توزیع الکترون -

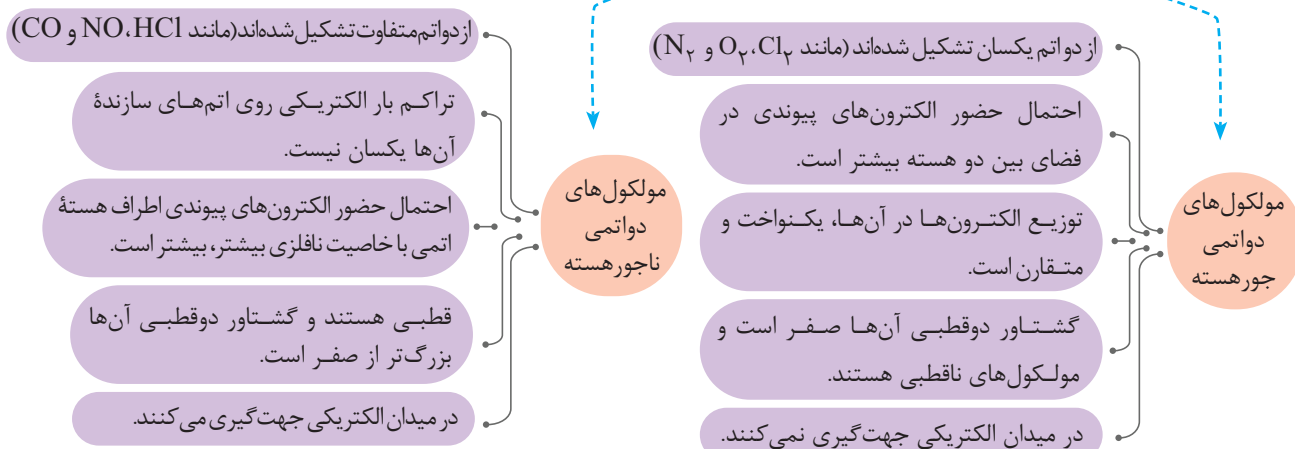
- ۱ در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی، به اتمی که تراکم بار الکتریکی روی آن بیشتر است، بار جزئی منفی (δ^-) و به اتم دیگر، بار جزئی مثبت نسبت (δ^+) می دهند.
- ۲ گشتاور دوقطبی مولکول های قطبی دارای بار جزئی مثبت و منفی بزرگ تر از صفر است و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.
- ۳ ترتیب داده شده را برای اتم های δ^- را حفظ کنید:



شناسایی سریع مولکول های قطبی و ناقطبی -



– بررسی مولکول‌های دواتمی –



– بررسی کامل برخی از مولکول‌های مهم –

نام ترکیب	آب	کربن دی‌اکسید	اتین	کربونیل سولفید	گوگرد تری‌اکسید	آمونیاک
فرمول ترکیب	H_2O	CO_2	C_2H_2	SCO	SO_3	NH_3
نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی						
نوع ساختار	سه‌اتمی غیرخطی (شکل V)	سه‌اتمی خطی	چهاراتمی خطی	سه‌اتمی خطی	چهاراتمی مسطح (مثلی شکل)	چهاراتمی غیرمسطح
قطبی	✓	✗	✗	✓	✗	✓
دلیل قطبیت	وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی	-	-	اتصال اتم‌های متفاوت به اتم مرکزی	-	وجود الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی

– عدد کوئوردیناسیون –

۱ در ترکیب‌های یونی به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند.

۲ بار کاتیون α عدد کوئوردیناسیون کاتیون $\equiv$ شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام پیرامون هر کاتیون

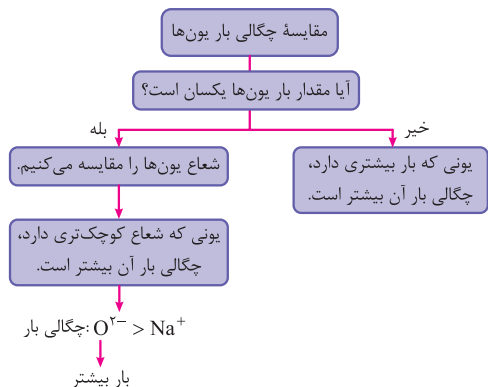
بار کاتیون α عدد کوئوردیناسیون آنیون $\equiv$ شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام پیرامون هر آنیون

$$\frac{\text{شمار کاتیون در فرمول شیمیایی}}{\text{شمار آنیون در فرمول شیمیایی}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{شمار کاتیون در فرمول شیمیایی}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{شمار آنیون در فرمول شیمیایی}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون در فرمول شیمیایی}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}$$

۳ عدد کوئوردیناسیون یون‌ها در شبکه بلور، به اندازه نسبی کاتیون‌ها و آنیون‌ها و در نتیجه ساختار کلی شبکه بلور بستگی دارد.



- مقایسه شعاع یونها و چگالی بار یون -

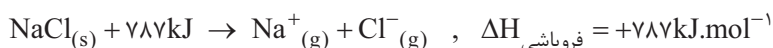
شعاع یون: $K^{+} > Na^{+} > Ca^{2+} > Mg^{+}$ چگالی بار یون: $Mg^{2+} > Ca^{2+} > Na^{+} > K^{+}$

۵ اکنون به مقایسه اندازه شعاع و چگالی بار یونهای گروه ۱۶ و ۱۷ از دوره دوم و سوم می پردازیم:

شعاع یون: $S^{2-} > Cl^{-} > O^{2-} > F^{-}$ چگالی بار یون: $O^{2-} > S^{2-} > F^{-} > Cl^{-}$

- آنتالپی فروپاشی -

۱ گرمای مصرف شده (تولید شده) در فشار ثابت برای تبدیل یک مول (نه یک گرم) از شبکه بلوری یک ترکیب یونی جامد به یونهای (نه اتمهای) گازی مجزا را آنتالپی فروپاشی شبکه می نامند و آن را با فروپاشی ΔH نمایش می دهند. به طور مثال آنتالپی واکنش زیر، فروپاشی ΔH سدیم کلرید است:

۲ فروپاشی ΔH همواره مثبت (فرایندی گرماگیر) است.

۳ هر چه چگالی بار یونهای سازنده یک شبکه یونی بیشتر باشد، انرژی لازم برای فروپاشی آن شبکه بیشتر است.

۴ برای مقایسه آنتالپی فروپاشی ترکیبهای یونی، به ترتیب زیر عمل می کنیم:

(۱) هر چه مجموع قدر مطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگتر باشد، فروپاشی ΔH شبکه آن بزرگتر است.

(۲) در صورت برابر بودن مجموع قدر مطلق بار یونها، شعاع یونها را با هم مقایسه می کنیم. ترکیبی که دارای شعاع یونهای کوچکتری باشد، فروپاشی ΔH بالاتری دارد. برای مثال، داریم:



۵ نمودار زیر، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور هالیدهای فلزات قلیایی را مقایسه می کند:



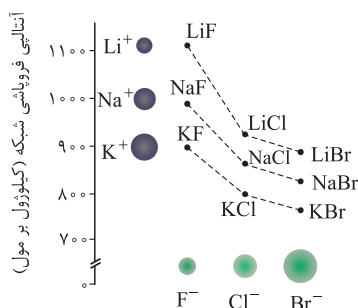
۶ با افزایش شعاع کاتیون فلزهای قلیایی، آنتالپی فروپاشی شبکه و چگالی بار آنها کاهش پیدا می کند و در نتیجه آنتالپی فروپاشی هالید آنها (MX)، کاهش می یابد.

برای مثال: $LiX > NaX > KX$: آنتالپی فروپاشی شبکه

۷ با افزایش شعاع آنیون هالید، آنتالپی فروپاشی شبکه کاهش پیدا می کند و در نتیجه آنتالپی فروپاشی هالیدهای یک فلز قلیایی (MX) کاهش می یابد.

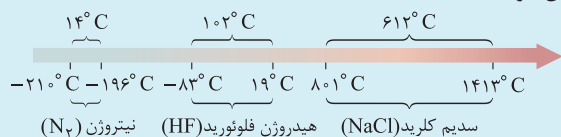
برای مثال: $MF > MCl > MBr$: آنتالپی فروپاشی شبکه

۸ تفاوت فروپاشی ΔH شبکه بلور یونی هالیدهای فلزات قلیایی با افزایش شعاع هالوژن کاهش می یابد. همچنین تفاوت آنتالپی LiX و NaX بیشتر از تفاوت آنتالپی NaX و KX است، زیرا تفاوت شعاع یون Li^{+} و Na^{+} بیشتر از تفاوت شعاع K^{+} و Na^{+} است.

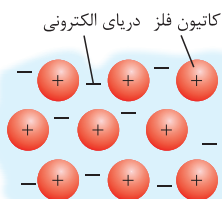


نکته مهم

- بالا بودن نقطه ذوب و جوش ترکیب‌های یونی، از جمله ویژگی‌های مهم این مواد است.
- به طور کلی هرچه نیروهای جاذبه میان ذرات سازنده یک ماده قوی‌تر باشد، تفاوت دمای جوش و ذوب ماده مورد نظر، بیشتر بوده و در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است.



فلزها، عنصرهایی شکل‌پذیر با جلای زیبا -



- ۱ شکل مقابل یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توضیح برخی رفتارهای فیزیکی (نه رفتارهای شیمیایی) آن‌ها ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:
- ۲ بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم (الکترون لایه ظرفیت)، دریایی را ساخته و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

- ۳ در مدل دریای الکترونی، به دلیل حرکت آزادانه الکترون‌ها، نمی‌توان هر الکترون موجود در بلور فلز را تنها متعلق به یک اتم معین دانست.
- ۴ دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را به دلیل جاذبه‌ای که با آن‌ها ایجاد می‌کند، در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند. همچنین این الکترون‌ها هستند که باعث خاصیت چکش‌خواری و رسانایی الکتریکی فلزات می‌شوند.
- ۵ با وارد شدن یک نیروی خارجی مثل ضربه به بلور ترکیب یونی، لایه‌های سازنده این ترکیب جابه‌جا شده و یون‌های هم‌نام موجود در آن مقابل هم قرار می‌گیرند. در چنین شرایطی، نیروی دافعه ایجاد شده میان یون‌های هم‌نام باعث شکستن شبکه بلور و جدا شدن قطعات آن از هم می‌شوند؛ بنابراین جامدهای یونی شکننده هستند.

- وانادیم -

- ۱ وانادیم یک عنصر از دسته d است که اعداد اکسایش متفاوتی دارد و با عددهای اکسایش متفاوت، رنگ‌های متفاوتی در محلول‌های خود دارد:

محلول	محلولی از نمک وانادیم (II)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلول
بنفش	سبز	آبی	زرد	رنگ محلول	
$[_{18}\text{Ar}]3d^3$	$[_{18}\text{Ar}]3d^2$	وانادیوم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیوم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیوم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	آرایش الکترونی وانادیوم

- ۲ با افزودن مقدار کافی گرد Zn به محلول نمک وانادیم، با اکسایش Zn و مشاهده تغییر رنگ محلول، می‌توان عدد اکسایش وانادیم در محلول ایجاد شده را تشخیص داد.
- ۳ یون وانادیم (V) که عدد اکسایش وانادیم در آن برابر ۵+ (بالاترین عدد اکسایش) است، تنها قادر به دریافت الکترون و کاهش یافتن می‌باشد؛ بنابراین فقط نقش اکسنده را دارد.

- تیتانیم، فلزی فراتر از انتظار -

- ۱ در میان عنصرهای دسته d از دوره چهارم جدول تناوبی، تیتانیم ($_{22}\text{Ti}$) با ویژگی‌های باورنکردنی، فلزی فراتر از انتظار است. ماندگاری و استحکام مناسب از جمله این ویژگی‌ها است.

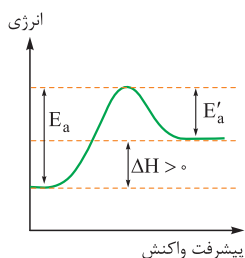


۲ جدول زیر برخی ویژگی‌های تیتانیوم را با فولاد زنگ‌نزن مقایسه می‌کند:

فولاد	مقایسه	تیتانیوم	ماده و ویژگی
۱۵۳۵	<	۱۶۶۷	نقطه ذوب ($^{\circ}\text{C}$)
۷/۹۰	>	۴/۵۱	چگالی (g.mL^{-1})
متوسط	>	ناچیز	واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
ضعیف	<	عالی	مقاومت در برابر خوردگی
عالی	$\approx$	عالی	مقاومت در برابر سایش

فصل ۴ دوازدهم: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر

انرژی فعال‌سازی (E_a) در واکنش‌های شیمیایی



۱ به حداقل مقدار انرژی داده‌شده به واکنش‌دهنده‌ها برای آغاز واکنش‌های شیمیایی انرژی فعال‌سازی (E_a) می‌گویند و با یکای کیلوژول گزارش می‌کنند. همه واکنش‌های شیمیایی صرف نظر از این که گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغازشدن به انرژی فعال‌سازی نیاز دارند.

واکنش‌های شیمیایی گرماگیر

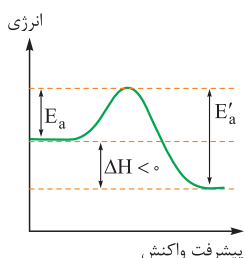
سطح انرژی: قله نمودار < فرآورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها
 $E_a > \Delta H$

پایداری: قله نمودار > فرآورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

واکنش‌های شیمیایی گرماده

سطح انرژی: قله نمودار < واکنش‌دهنده‌ها < فرآورده‌ها
 $E_a < |\Delta H|$ یا $E_a > |\Delta H|$

پایداری: قله نمودار > واکنش‌دهنده‌ها > فرآورده‌ها



هرچه انرژی فعال‌سازی (E_a) بیشتر ← سرعت واکنش کمتر

هرچه انرژی فعال‌سازی (E_a) کمتر ← سرعت واکنش بیشتر

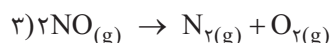
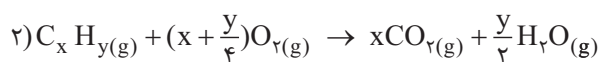
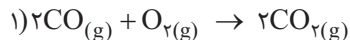
کاتالیزگر

- ۱ کاتالیزگرها اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند و در شرایط انجام واکنش باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشند.
- ۲ کاتالیزگر با تغییر مسیر واکنش (نه الزاماً کوتاه کردن آن)، مقدار انرژی فعال‌سازی را کاهش داده و سبب می‌شود واکنش‌دهنده‌ها سریع‌تر به فرآورده تبدیل شوند، اما توجه داریم که در حضور کاتالیزگر آنتالپی واکنش ثابت مانده و تغییر نمی‌کند.
- ۳ در میان عوامل مؤثر بر سرعت واکنش، تنها کاتالیزگر می‌تواند انرژی فعال‌سازی و شکل نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» را تغییر دهد.
- ۴ در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت و برگشت، به یک اندازه (نه به یک نسبت!) کاهش می‌یابد.



– مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی –

۱) آلاینده‌های مختلف با عبور از قطعه‌ای که بر سر راه خروج آن‌ها از اگزوز خودرو قرار دارد، در واکنش‌های مختلفی شرکت کرده و به فراورده‌هایی کم‌خطر تبدیل می‌شوند. معادله این واکنش‌ها به صورت زیر است:



۲) واکنش‌های بالا، مقدار E_a بالایی دارند.

۳) میزان اثرگذاری مبدل کاتالیستی در رابطه با آلاینده‌های مختلف به صورت زیر است:

۱) ترتیب میزان آلاینده‌های خارج‌شده از خودرو در غیاب مبدل کاتالیستی: $\text{CO} > \text{C}_x\text{H}_y > \text{NO}$

۲) ترتیب میزان آلاینده‌های خارج‌شده از خودرو در حضور مبدل کاتالیستی: $\text{CO} > \text{C}_x\text{H}_y > \text{NO}$

۳) پس مقدار کاهش آلاینده بر حسب گرم، در حضور مبدل کاتالیستی به صورت: $\text{CO} > \text{C}_x\text{H}_y > \text{NO}$ و درصد کاهش آلایندگی در

حضور مبدل کاتالیستی به صورت: $\text{NO} (96/1\%) > \text{C}_x\text{H}_y (95/8) > \text{CO} (89/8)$

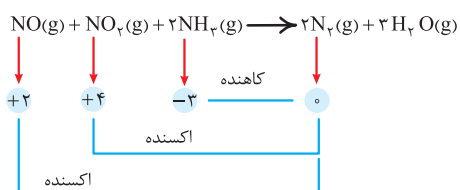
●●● نکته مهم

مبدل کاتالیستی بر ترتیب میزان آلاینده از نظر مقدار تأثیری ندارد.

۴) در ساختار مبدل‌های کاتالیستی، یک قطعهٔ سرامیکی وجود دارد. در سطح این قطعه که به شکل توری به کار می‌رود، فلزهای رودیم (Rh) (دورهٔ ۵ و گروه ۹)، پالادیوم (Pd) (دورهٔ ۵ و گروه ۱۰) و پلاتین (Pt) (دورهٔ ۶ و گروه ۱۰) به عنوان کاتالیزگر نشانده شده است. این فلزها E_a واکنش‌های انجام‌شده در مبدل را کاهش می‌دهند.

۵) در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

– مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی –



۱) این مبدل در برخورد با گازهای C_xH_y و CO ، مشابه به مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی رفتار می‌کند.

۲) در مبدل کاتالیستی مخصوص خودروهای دیزلی، با ورود آمونیاک و انجام واکنش مقابل، گازهای NO و NO_2 به گاز N_2 تبدیل شده و تا حدود زیادی (نه به طور کامل) از ورود آلاینده‌های NO و NO_2 به هواکره جلوگیری می‌شود.

●●● نکته مهم

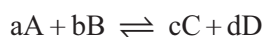
در قسمت ورودی این نوع مبدل کاتالیستی، ۴ آلاینده وجود دارد و در قسمت خروجی این مبدل نوع کاتالیستی، ۳ گاز (CO_2 ، H_2O ، N_2) وجود دارد. (دقت کنید که دیگر O_2 در خروجی این نوع مبدل کاتالیستی وجود ندارد!)

– واکنش‌های تعادلی –

واکنش‌های تعادلی، نوع خاصی از واکنش‌های برگشت‌پذیرند که در شرایط مناسب در آن‌ها، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است و غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش ثابت (نه برابر!) می‌ماند!

ثابت تعادل

۱) تولید فراوردهٔ بیشتر در شرایط معین، به میزان پیشرفت واکنش در آن شرایط بستگی دارد. به عبارت دیگر، در یک شرایط معین هر چه میزان پیشرفت واکنش بیشتر باشد، درصد بیشتری از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل می‌شوند.



۲ برای واکنش کلی داده شده عبارت ثابت تعادل به صورت مقابل نوشته می شود:

$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

نکته مهم

- یکای K برابر است با $(\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n}$: مجموع توان مخرج - مجموع توان صورت Δn
- در رابطه ثابت تعادل، فقط مقادیر غلظت های تعادلی (نه غلظت های اولیه!) قرار داده می شود.
- در رابطه ثابت تعادل، حتماً باید غلظت های تعادلی گونه ها برحسب مول بر لیتر قرار داده شود!
- مقدار عددی ثابت تعادل فقط تابع دما است، به طوری که در هر دمای معین یک عدد خاص بوده و فقط با تغییر دما تغییر می کند؛ بنابراین واکنش های تعادلی در دمای ثابت برقرار می شوند.

اصل لوشاتلیه -

اثر تغییر غلظت بر تعادل:

۱ هنگامی که در دمای ثابت، غلظت یکی از مواد شرکت کننده (گازی (g) یا محلول (aq) در سامانه تعادلی افزایش یابد، واکنش در جهت مصرف آن ماده تا حد امکان پیش می رود تا به تعادل جدیدی برسد. در نقطه مقابل، اگر غلظت یکی از مواد شرکت کننده در سامانه تعادلی کاهش یابد، واکنش در جهت تولید آن ماده تا حد امکان پیش می رود تا به تعادل جدیدی برسد. توجه داریم که طی این جابه جایی، مقدار K واکنش ثابت می ماند.

۲ تغییر غلظت مواد جامد (s) و مایع (l) موجب جابه جایی تعادل نمی شود.

۳ اگر عبارت K فقط شامل یک ماده گازی (g) و یا محلول (aq) باشد، تغییر اعمال شده به طور کامل جبران می شود.

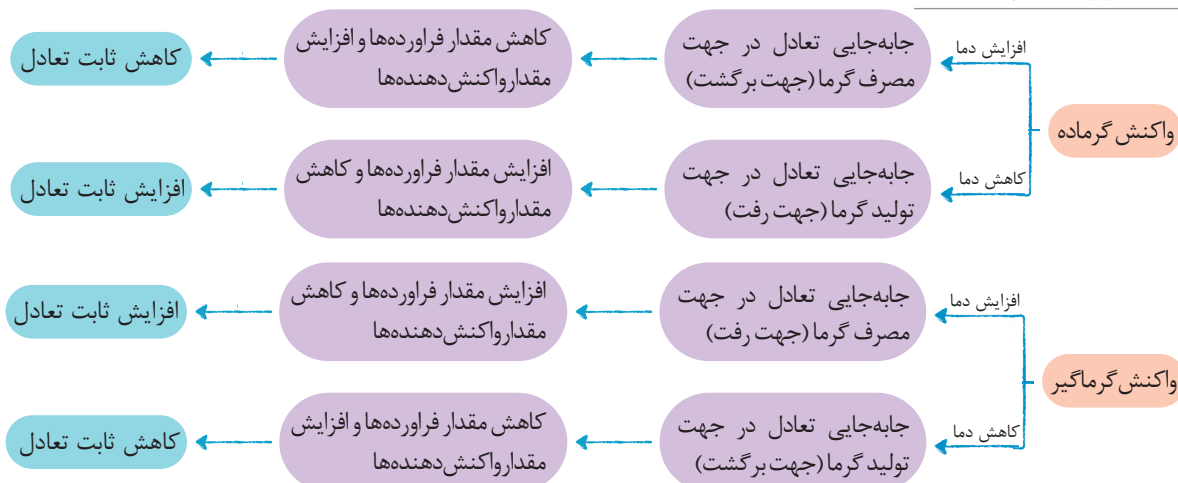
۴ اگر عبارت K شامل چند ماده گازی (g) و محلول (aq) باشد، تغییر اعمال شده به طور کامل جبران نمی شود و بر فرض اگر غلظت ماده ای را افزایش دهیم، تعادل در جهت مصرف آن پیش می رود، اما غلظت آن ماده در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه باقی می ماند.

۵ با افزایش غلظت یکی از اجزای واکنش، سرعت واکنش های رفت و برگشت در تعادل جدید برابر، اما بیشتر از تعادل اولیه است و با کاهش یا افزایش غلظت یکی از اجزای واکنش، سرعت واکنش های رفت و برگشت در تعادل جدید برابر، اما کمتر از تعادل اولیه است.

اثر تغییر حجم (تغییر فشار) بر تعادل



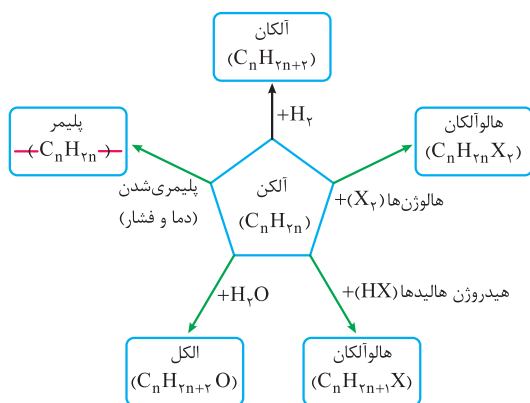
اثر تغییر دما بر تعادل



● با افزایش دما، سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت افزایش می یابد، اما سرعت واکنش در جهت مصرف Q بیشتر افزایش می یابد و این باعث جابه جایی تعادل در جهت مصرف Q می شود. در تعادل جدید، سرعت واکنش های رفت و برگشت با هم برابر، اما بیشتر از تعادل اولیه است و با کاهش دما عکس این اتفاق می افتد!

– سنتز مولکول های آلی –

۱ با استفاده از مواد مناسب و واکنش های شیمیایی ویژه، می توان مواد آلی گوناگون را به یکدیگر تبدیل کرد:

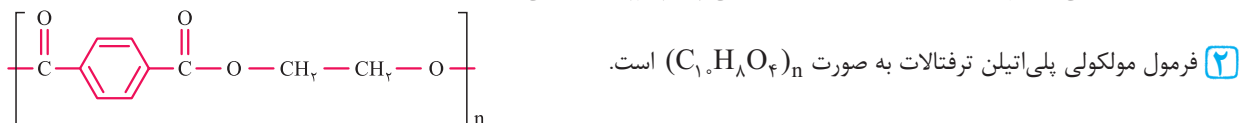


۲ در جدول زیر، برخی از موادی را که با استفاده از گاز اتن تولید می شوند، بررسی می کنیم:

نام واکنش	معادله واکنش	کاربرد فراورده تولید شده
واکنش تولید گاز اتان	$C_2H_4(g) + H_2(g) \xrightarrow{Ni(s)} C_2H_6(g)$	سوخت
واکنش تولید کلرواتان	$C_2H_4(g) + HCl(g) \rightarrow C_2H_5Cl(g)$	افشانه بی حس کننده موضعی
واکنش تولید پلی اتن	$C_2H_4(g) \xrightarrow{\text{فشار و دما}} (C_2H_4)_n(s)$	سازنده اصلی برخی لوازم پلاستیکی
واکنش تولید اتانول	$C_2H_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH(l)$	ضد عفونی کننده - حلال صنعتی
واکنش تولید اتیل استات	$C_2H_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH(l)$ $C_2H_5OH(l) + C_2H_3CO_2(l) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5CO_2(l) + H_2O(l)$	حلال چسب

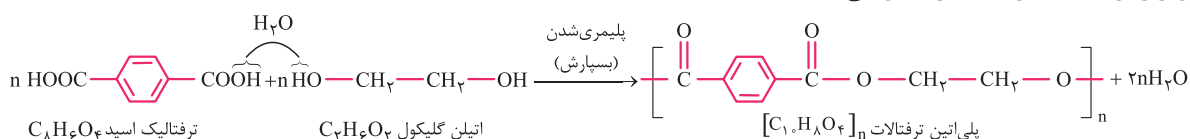
PET

۱) پلی اتیلن ترفتالات پلیمری از خانواده پلی استرها است که از واکنش میان یک الکل دوعاملی به نام اتیلن گلیکول با فرمول مولکولی $C_2H_6O_2$ و یک اسید دوعاملی به نام ترفتالیک اسید با فرمول مولکولی $C_8H_6O_4$ تهیه می شود.



۳) در ساختار این پلیمر حلقه بنزن وجود دارد؛ بنابراین یک ترکیب آلی آروماتیک است.

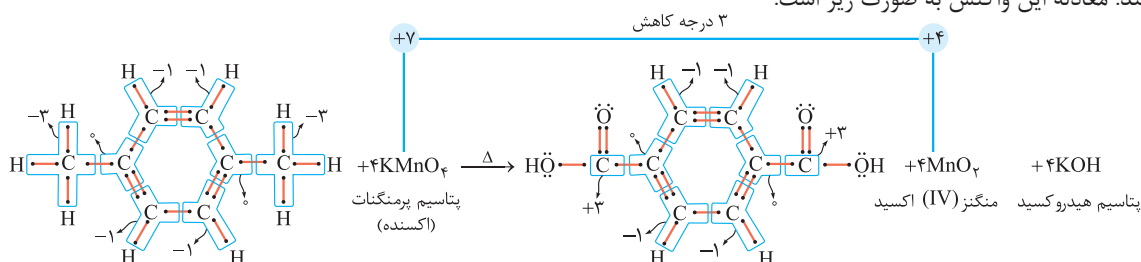
● شکل زیر فرایند تشکیل PET را نشان می دهد:



۱) مونومرهای مورد نیاز برای تولید پلی اتیلن ترفتالات (اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید)، در نفت خام وجود ندارند و به همین خاطر، نمی توان آن ها را به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۲) پارازایلن یک هیدروکربن حلقوی با فرمول C_8H_{10} است که به طور مستقیم از نفت خام بدست آمده و می توان از آن در تهیه ترفتالیک اسید استفاده کرد.

۳) ترفتالیک اسید را می توان از اکسایش پارازایلن به دست آورد. در این واکنش، پتاسیم پرمنگنات اکسنده ای است که محلول غلیظ آن در شرایط مناسب پارازایلن را با بازده نسبتاً خوب بر اساس معادله $C_8H_{10} + 4KMnO_4 \rightarrow C_8H_6O_4 + 4MnO_2 + 4KOH$ به ترفتالیک اسید تبدیل می کند. معادله این واکنش به صورت زیر است:

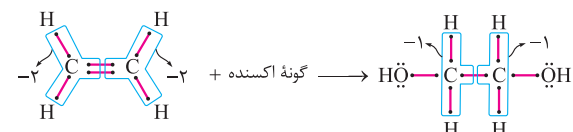


۴) با وجود غلظت بالای اکسنده پتاسیم پرمنگنات یا یون پرمنگنات باز هم شرایط انجام این واکنش تامین نمی شود؛ مگر این که دمای مخلوط را افزایش دهیم، ولی بازده کماکان مطلوب ما نیست؛ می توان نتیجه گرفت انجام این واکنش بسیار دشوار است.

۵) شیمی دان ها دریافتند که با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگر مناسب، می توان پارازایلن را در شرایط آسان تری به ترفتالیک اسید تبدیل کرد.

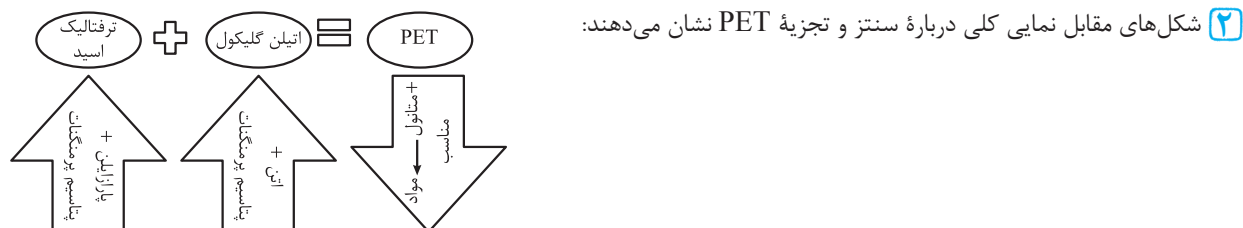
۶) برای تولید اتیلن گلیکول، از اتن (ماده ای که به طور مستقیم از تقطیر نفت خام حاصل می شود) استفاده می کنیم. گاز اتن در اثر واکنش با محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات در شرایط مناسب به اتیلن گلیکول تبدیل می شود. پتاسیم پرمنگنات در این واکنش نقش اکسنده را برعهده

دارد. معادله این واکنش به صورت مقابل است:



متانول (CH_3OH)

۱ پلی اتیلن ترفتالات (PET)، در شرایط مناسب با متانول واکنش داده و به مواد مفیدی تبدیل می شود که می توان آن ها را برای تولید پلیمرهای جدید به کار برد.

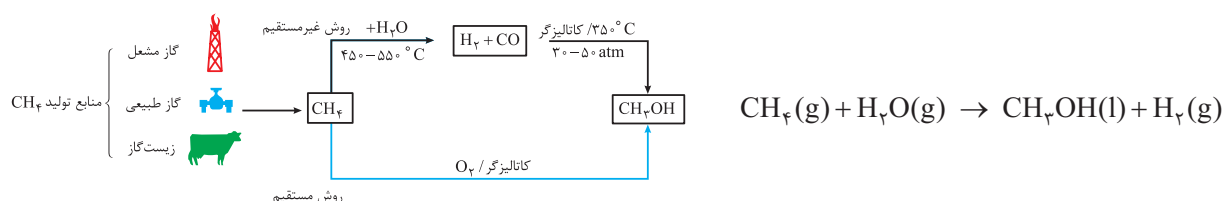


۳ متانول (CH_3OH) مایعی بی رنگ، بسیار سمی و ساده ترین عضو خانواده الک ها است که می توان آن را از چوب تهیه کرد.

۴ متانول در مقیاس صنعتی، از دو روش مستقیم و غیرمستقیم تولید می شود. تولید مستقیم متانول از گاز متان، تعداد مراحل کمتری دارد و به همین دلیل نیاز به انرژی کمتری دارد؛ پس اثرات مخرب زیست محیطی در تولید مستقیم متانول از گاز متان، کمتر است و با مصرف کمتر سوخت های فسیلی و تولید CO_2 کمتر همراه است.

۵ واکنش کلی تولید غیرمستقیم

متانول از متان به صورت زیر است:



• در روش غیرمستقیم، دمای مرحله اول بیشتر و فشار مرحله دوم بیشتر است.