

۱- توابع $f(x) = x^2 - 2x - 4$ و $g(x) = mx - 3$ مفروض اند. اگر حاصل جمع مجذور ریشه های معادله $fog(x) = 13$ برابر ۱۷ باشد، مقدار m کدام است؟

- ① $-2, 1$ ② ± 2 ③ $2, -1$ ④ ± 1

۲- در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می کنند).

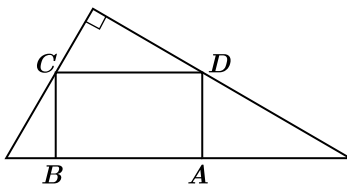
- ① ۱۰۰ ② ۱۳۵ ③ ۲۳۵ ④ ۲۷۰

۳- از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

- ① $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$ ④ $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

۴- اگر $\log 2 \simeq 0.3$ و $\log 3 \simeq 0.4$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0$ چقدر است؟

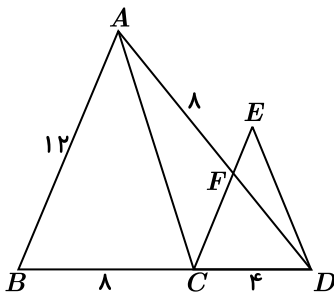
- ① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ $\frac{14}{11}$ ④ $\frac{26}{11}$



۵- در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل $ABCD$ ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

- ① ۱ ② 1.5 ③ ۲ ④ 2.5

۶- در شکل زیر، $AB \parallel CE$ و $AC \parallel ED$ است. اندازه ED چقدر است؟



- ① $\sqrt{29}$ ② $\sqrt{33}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{5}$

۷- اگر α ریشه معادله $x(x + 3) = 5$ باشد، حاصل $\alpha^3 - \frac{125}{\alpha^3}$ کدام است؟

- ① ۲۱ ② ۴۲ ③ -36 ④ -72

۸- در یک دسته ۷ تایی از اعداد طبیعی متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد طبیعی دیگری را اضافه می کنیم. به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی ادامه می دهیم که میانگین دسته آخر، مکعب انحراف معیار باشد. اختلاف کوچک ترین عضو دسته اول و دسته آخر، کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۶ ④ ۷

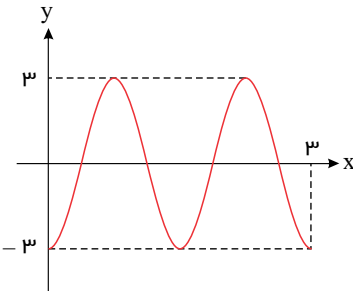
۹- اگر سه عدد $\log 3$, $\log a$ و $\log 2$ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، لگاریتم $(a^4 - 4)$ در پایه ۱۶ کدام است؟

- ① ۰٫۷۵ ② ۱٫۲۵ ③ ۱٫۵ ④ ۱٫۷۵

۱۰- تابع $f(x) = \begin{cases} -2x + 8 & x > 2 \\ x^2 & -1 \leq x < 2 \end{cases}$ را در نظر بگیرید، تابع $[f(x)]$ در چند نقطه با طول صحیح حد دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

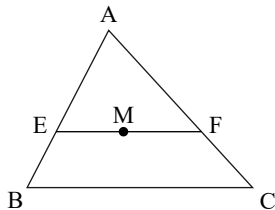
- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۱۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\pi(\frac{3}{2} + bx))$ را نشان می‌دهد. کم‌ترین مقدار $a + b$ کدام است؟



- ① $-\frac{13}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $-\frac{5}{3}$

۱۲- در شکل $AB = 5$ و $AC = 6$ است و نقطه M از سه ضلع مثلث به یک فاصله می‌باشد. از M خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا AB و AC را به ترتیب در E و F قطع کند. محیط مثلث $A EF$ کدام است؟



- ① ۱۰ ② ۱۰٫۵ ③ ۱۱ ④ ۱۱٫۵

۱۳- با فرض $x \geq 2$ و $f(x) = x^2 - 4x + 9$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۱۴- اگر $f(x) = \frac{x + \frac{1}{x-1}}{x^2 + 4x - k^2}$ و $D_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$ باشد، حاصل $\frac{a+b}{k^2}$ کدام است؟

- ① $\frac{5}{4}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{5}$ ④ $-\frac{3}{4}$

۱۵- اگر جدول تعیین علامت عبارت $f(x) = -3x^2 + 4ax + b$ به صورت زیر باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

x	۲
$f(x)$	- ۰ -

- ① صفر ② ۹ ③ ۱۵ ④ ۲۴

۱۶- اگر $f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^3 - x^2 - x}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟ ([]، [] نماد جزء صحیح است.)

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۷- تابع $f = \{(0, 4), (m^2 - 1, 4), (4, 5m), (6m, 7m), (5, 6m)\}$ یک به یک است، ولی یکنوا نیست. حاصل $f^{-1}(6m - 1)$ کدام است؟

- ① ۵ ② -۷ ③ -۶ ④ ۴

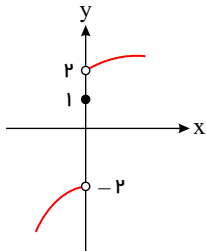
۱۸- ابتدا قرینه نمودار تابع $f(x) = (x - 1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی کدام است؟

- ① ۰٫۲ ② -۱٫۱ ③ -۱٫۲ ④ -۱٫۲

۱۹- مجموع جواب‌های معادله $2 \sin^3 x - \sin x = \cos 2x$ در بازه $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

- ① ۰ ② $-\frac{5\pi}{4}$ ③ $-\frac{\pi}{2}$ ④ $-\frac{3\pi}{4}$

۲۰- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مشتق تابع $g(x) = \frac{x}{f(x) - 4[x]}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

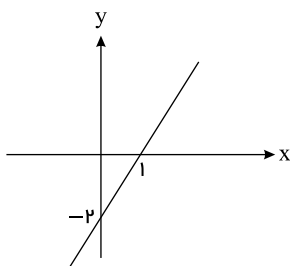


- ① $\frac{1}{2}$
 ② ۱
 ③ $\frac{1}{5}$
 ④ وجود ندارد

۲۱- تابع $f(x) = (x-2)^2(3x+2a)$ در نقطه $x=2$ ماکزیمم نسبی دارد. a کدام می‌تواند باشد؟

- ① -۲ ② -۵ ③ -۸ ④ ۳

۲۲- نمودار تابع خطی f در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + f^{-1}(x)}{x+1}$ کدام است؟



- ① $\frac{1}{2}$
 ② ۲
 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{5}{2}$

۲۳- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x}-b}{x} & ; x \geq 1 \\ bx^3 + ax + 2 & ; x < 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$

۲۴- تابع f در $x=1$ مشتق‌پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+mh) - f(1)}{h} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^3(x) - f^3(1)}{x-1}$ است. اگر $f(1) = 2$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ① ۶ ② ۱۲ ③ ۴ ④ ۸

۲۵- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی پی‌درپی بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

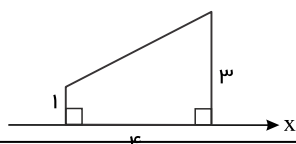
- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{15}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{25}{5}$

۲۶- استخری توسط دو شیر A و B پر می‌شود. دو شیر A و B باهم استخر را در ۱۵ ساعت پر می‌کنند. بعد از ۶ ساعت بازبودن هر دو شیر A و B شیر A را می‌بندیم؛ شیر B به تنهایی ۱۵ ساعت بعد استخر را پر می‌کند. چند ساعت طول می‌کشد که شیر A به تنهایی استخر را پر کند؟

- ① ۳۲ ② 37.5 ③ 37.5 ④ ۳۸

۲۷- اگر $g(x) = \sqrt{8x}$ و $f(x) = x^3 - \sqrt[3]{4x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h}$ برابر کدام است؟

- ① ۷۴ ② $\frac{88}{3}$ ③ ۵۲ ④ $\frac{158}{3}$



۲۸- در شکل مقابل دوزنقه قائم‌الزاویه را حول محور x دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چقدر است؟

- ① 18π ② $\frac{50\pi}{3}$ ③ $\frac{52\pi}{3}$ ④ $\frac{53\pi}{3}$

۲۹- دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0$ از خط $y = x - 4$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. در این صورت c کدام است؟

- ① $-۱۳٫۴$ ② $-۱۳٫۸$ ③ $-۱۳٫۶$ ④ $-۱۳٫۲$

۳۰- نقاط $(1, -1 + \sqrt{5})$ و $(1, -1 - \sqrt{5})$ کانون‌های یک بیضی هستند که محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- ① $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ② $\sqrt{\frac{1}{6}}$ ③ $\sqrt{\frac{5}{9}}$ ④ $\sqrt{\frac{5}{6}}$