

# مرورنامہ آزمون آزمائشی خلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

رشته ریاضی

مرحلہ ششم

پایہ دوازدهم

این مرورنامہ ویژہ مباحث جدید آزمون است، مرورنامہ مباحثی کہ در آزمون‌های قبل بہ آن‌ها پرداختہ شدہ در پتل کاربری شما قابل دریافت است و در این فایل از تکرار آن پرهیز شدہ است.

نام درس	مباحث	از صفحہ	تا صفحہ	مؤلف	ویراستار
هندسہ	یازدهم فصل ۱ (درس ۱) صفحہ ۹ تا ۱۷ دوازدهم فصل ۱ (درس ۲) صفحہ ۲۲ تا ۳۱	۲	۶	علیرضا نصراللہی	احمد رضا رسولی بردیا نصیری

ویژہ کنکورهای ۱۴۰۴

شروع دوازدهم از تابستان



### فصل اول دوازدهم: درس دوم = دترمینان

$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$ A  = ad - bc$
$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	دترمینان به روش بسط حول یک سطر (سطر اول) $= a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$
$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	روش ساروس: $ A  = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$

### دترمینان ماتریس‌های مثلثی و شبه مثلثی

ماتریس‌های مثلثی و قطری	دترمینان ماتریس‌های مثلثی و قطری برابر است با حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی	$\begin{vmatrix} a & \circ & \circ \\ x & b & \circ \\ y & z & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x & y \\ \circ & b & z \\ \circ & \circ & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & \circ & \circ \\ \circ & b & \circ \\ \circ & \circ & c \end{vmatrix} = abc$
ماتریس‌های شبه مثلثی و شبه قطری	دترمینان ماتریس‌های شبه مثلثی و شبه قطری برابر است با قرینه حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی.	$\begin{vmatrix} \circ & \circ & a \\ \circ & b & x \\ c & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & z & a \\ x & b & \circ \\ c & \circ & \circ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \circ & \circ & a \\ \circ & b & \circ \\ c & \circ & \circ \end{vmatrix} = -abc$

### دترمینان‌هایی که برابر صفر هستند

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ \circ & \circ & \circ \\ d & e & f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \circ & a & b \\ \circ & c & d \\ \circ & e & f \end{vmatrix} = \circ$	(۱) اگر سطر یا ستون از ماتریسی برابر صفر باشد.
$\begin{vmatrix} a & d & a \\ b & e & b \\ c & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = \circ$	(۲) اگر دو سطر یا دو ستون ماتریسی مانند هم باشند.
$\begin{vmatrix} ۲ & ۴ & ۶ \\ ۱ & ۲ & ۳ \\ ۵ & -۲ & ۱ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۱۰ \\ ۲ & ۴ & ۵ \\ ۳ & ۶ & -۲ \end{vmatrix} = \circ$	(۳) اگر دو سطر یا دو ستون از ماتریسی ضربی از هم باشند.
$A = [۳i - ۴j] \Rightarrow  A  = \circ$	(۴) ماتریس‌های به فرم $A = [ai + bj]_{3 \times 3}$



### ویژگی‌های دترمینان

$k \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ kd & ke & kf \\ kg & kh & ki \end{vmatrix}$	(۱) اگر عددی در یک دترمینان ضرب شود، تنها در یک سطر (یا یک ستون) دترمینان ضرب می‌شود و برعکس.
$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+kg & d & g \\ b+kh & e & h \\ c+ki & f & i \end{vmatrix}$	(۲) اگر در یک دترمینان، مضربی از یک سطر را به سطر دیگر یا مضربی از یک ستون را به ستونی دیگر اضافه کنیم، مقدار دترمینان تغییر نمی‌کند.
$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & z \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+x & b+y & c+z \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$	(۳) اگر دو دترمینان، تمام سطرها یا ستون‌هایشان مثل هم باشد و تنها یک سطر آن‌ها متفاوت باشد، می‌توان این دترمینان‌ها را با هم جمع و تفریق کرد.
$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & x & g \\ b & y & h \\ c & z & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d-x & g \\ b & e-y & h \\ c & f-z & i \end{vmatrix}$	(۴) اگر دو دترمینان، تمام ستون‌هایشان مثل هم باشند و تنها یک ستون آن‌ها متفاوت باشد، می‌توان این دترمینان‌ها را با هم جمع و تفریق کرد.
$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y & z \\ t & w & l \end{bmatrix} = 0$	(۵) اگر A یک ماتریس $3 \times 2$ و B یک ماتریس $2 \times 3$ باشد، در این صورت دترمینان ماتریس AB همواره صفر است.
$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = x \Rightarrow \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = -x$	(۶) اگر جای دو سطر یا دو ستون را در دترمینان جابه‌جا کنیم، مقدار دترمینان منفی می‌شود.

### قوانین دترمینان ماتریس

اگر A و B دو ماتریس مربعی و k یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه:

$ AB  =  BA  =  A  B $	$ A^n  =  A ^n$	$ kA_{n \times n}  = k^n  A $	$ I^n  =  I  = 1$
$ A^{-1}  = \frac{1}{ A }$		$ A^{-1} + B^{-1}  = \frac{ A+B }{ A  B }$	$ A+B  \neq  A  +  B $



## وارون ماتریس و دترمینان

– وارون ماتریس  $2 \times 2$  –

ماتریس $2 \times 2$	دترمینان ماتریس	وارون ماتریس $2 \times 2$
$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$ A  = ad - bc$	$A^{-1} = \frac{1}{ A } \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

وارون ماتریس‌های معروف  $2 \times 2$

	اسکالر	قطری	شبه قطری
$A$	$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$
$A^{-1}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{x} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} & 0 \end{bmatrix}$



❖ خواص وارون: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی وارون پذیر،  $k$  یک عدد حقیقی و  $n$  یک عدد طبیعی باشد داریم:

وارون وارون هر ماتریس، برابر ضرب عوض می کند.	وارون ضریب را عکس می کند.	جای وارون و توان قابل تعویض است.	وارون وارون هر ماتریس، برابر خود ماتریس است.
$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$	$(kA)^{-1} = \frac{1}{k} \times A^{-1}$	$(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$	$(A^{-1})^{-1} = A$
$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$	$(\frac{1}{\delta}A)^{-1} = \delta A^{-1}$	$(A^r)^{-1} = (A^{-1})^r$	$A^{-1} = B \Leftrightarrow A = B^{-1}$

### – دستگاه معادلات –

حل معادله ماتریسی و دستگاه	معادله ماتریسی	ماتریس مجهولات	ماتریس مقادیر معلوم	ماتریس ضرایب	دستگاه دو معادله دوجمله‌ای
$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$	$AX = B$	$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$
					فرم ماتریسی
					$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$

### – بحث در تعداد جواب های دستگاه –

متقاطع	موازی	منطبق	وضعیت دو خط
دستگاه فقط یک جواب دارد.	دستگاه جواب ندارد.	دستگاه بی شمار جواب دارد.	تعداد جواب ها
$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	وضعیت ضرایب



## فصل اول هندسه یازدهم

۱ رابطه وتر و کمان در دایره:

نام	وترهای برابر	شعاع عمود بر وتر	نامساوی در وترها	وترهای موازی	کوتاه‌ترین و بلندترین وتر گذرنده از نقطه
شکل					
ویژگی	$AB = CD \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$	$AH = BH$ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$	$AB > CD \Leftrightarrow h_1 < h_2$	$AB \parallel CD \Leftrightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$	AB: کوتاه‌ترین قطر = 2R: بلندترین

۲ انواع زاویه در دایره:

نوع زاویه	مرکزی	محاطی	ظلی	درونی (برخورد دو وتر درون دایره)	بیرونی (برخورد دو وتر بیرون دایره)
شکل					
رابطه	$\hat{O} = \widehat{AB}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{MB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$