

مرورنامہ آزمون آزمائشی خلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

رشته ریاضی

مرحله نوزدهم

پایه دوازدهم

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه
هندسه	علیرضا نصراللهی	۲	۴
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	احمد رضا رسولی مصطفی دیداری	۵	۱۰
فیزیک	نوید شاهی	۱۱	۲۲
شیمی	سروش عبادی	۲۳	۴۶

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴



هندسه دوازدهم

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{bmatrix}$$

جمع و تفریق:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

ضرب:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

دترمینان:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = (a+d)A - (|A|) I$$

رابطه کیلی - همیلتون:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} c_1 + \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} b_1 + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} c_1$$

(۱) ساروس:

$$= (a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3) - (c_1 b_2 a_3 + a_1 c_2 b_3 + b_1 a_2 c_3)$$

ماتریس

دترمینان ماتریس ۳×۳

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

(۲) بسط دادن:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

وارون ماتریس ۲×۲:

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \rightarrow \text{یک جواب}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow \text{صفر جواب}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \text{بی شمار جواب}$$

$$\begin{aligned} & A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \\ & \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by' = c' \end{cases} \Rightarrow X = A^{-1}B \\ & B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \end{aligned}$$

دستگاه
۲ معادله - ۲ مجهولی:



معادله استاندارد: $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ ← دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع R

معادله گسترده: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ← دایره‌ای به مرکز $O(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2})$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \text{ و شعاع}$$

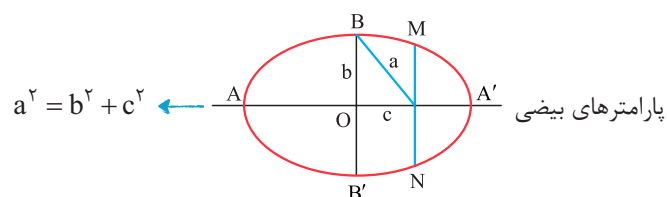
$F(A) > 0 \Rightarrow$ بیرون دایره
 $F(A) = 0 \Rightarrow$ روی محیط
 $F(A) < 0 \Rightarrow$ داخل دایره

← وضعیت نقطه و دایره

$OH > R \Rightarrow$ خط بیرون دایره
 $OH = R \Rightarrow$ خط مماس دایره
 $OH < R \Rightarrow$ خط و دایره متقاطع

← وضعیت خط و دایره

وضعیت دو دایره: $|R - r| < d < R + r \Rightarrow$ متقاطع
 $d > R + r \Rightarrow$ متخارج
 $d = R + r \Rightarrow$ مماس خارج
 $d = |R - r| \Rightarrow$ مماس داخل



← پارامترهای بیضی

خروج از مرکز $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - (\frac{b}{a})^2}$ ← $0 < e < 1$

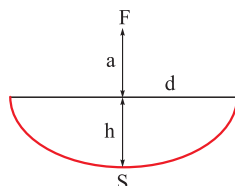
← (۲) بیضی

طول وتر کانونی بیضی $MN = \frac{2b^2}{a}$

معادله استاندارد سهمی: $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ افقی
 $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ قائم
 ← وتر کانونی سهمی: $|4a|$

معادله گسترده سهمی: $Ay^2 + By + Cx + D = 0$ افقی
 $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$ قائم
 $a = \frac{-c}{4A}$ ← $S(-\frac{B}{2A}, \frac{-B}{4A})$

← (۳) سهمی



دیش مخابراتی: $a = \frac{d^2}{16h}$

← خواص

ویژگی بازتابندگی: اشعه‌ای موازی محور تقارن تابانده شود، بازتابش از کانون برمی گردد و برعکس.

مقاطع مخروطی

مرورنامه شب آزمون

دوازدهم ریاضی



فاصله دو نقطه: $|AB| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2}$

مختصات وسط پاره خط: $M = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2} \right)$

فضای $\mathbb{R}^3$

مختصات بردار: $\vec{r} = B - A$

اندازه بردار: $|\vec{r}| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$

بردارها در سه بعد

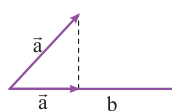
مجموع دو بردار: $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$

بردار

ضرب داخلی

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



ضرب داخلی دو بردار

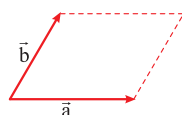
تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$: $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

کوشی - شواترز: $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$

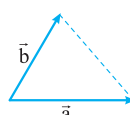
مختصاتی:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

اندازه: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$



مساحت: $S' = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$

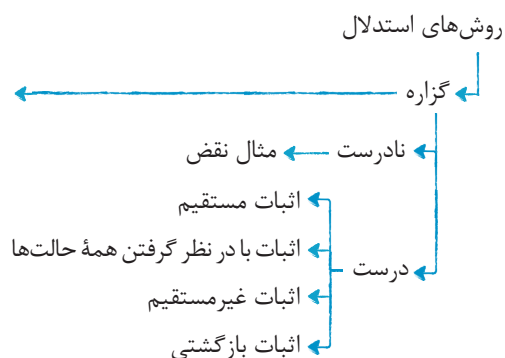


حجم متوازی السطوح: $V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$



نظریه اعداد

نوع اثبات	روش کار	کاربرد
مستقیم	از درستی فرض، به درستی حکم می‌رسیم.	از زوج یا فرد بودن اعداد به درستی حکم می‌رسیم.
در نظر گرفتن همه حالت‌ها	n را حالت بندی می‌کنیم (مثلاً زوج و فرد) و در هر کدام به درستی حکم می‌رسیم.	برای هر n می‌خواهیم حکمی را ثابت کنیم.
برهان خلف	خلاف حکم را به تناقض می‌رسانیم.	اثبات گنگ بودن اعداد - هر جا که اثبات مستقیم دشوار باشد.
بازگشتی	حکم را با اعمال دوطرفه به یک رابطه همواره درست می‌رسانیم.	نامساوی‌ها



ضرب	جمع و تفریق (نوع اثبات)
گویا (اثبات مستقیم)	گویا (اثبات مستقیم)
(اگر عدد گویا صفر باشد. صفر ولی ضرب گویای ناصفر در گنگ، گنگ است.)	گنگ (برهان خلف)
ممکن است گنگ یا گویا	ممکن است گنگ یا گویا



- a, b ک.م.م $[a, b]$ نماد ک.م.م a, b
- a, b ب.م.م (a, b) نماد ب.م.م a, b
- ۱) حاصل ضرب عامل‌های اول مشترک با توان کم‌تر (a, b)
- ۲) $a | b \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases}$
- ۳) حاصل ضرب عوامل اول مشترک با توان بیشتر در غیرمشترک‌ها $[a, b] =$
- $(ka, kb) = |k| \times (a, b)$
- ۴) ویژگی فاکتورگیری $[ka, kb] = |k| \times [a, b]$
- $(a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = |ab|$
- ۵) $[a, b] = \frac{|ab|}{(a, b)} = \frac{\text{ضرب}}{\text{ب.م.م}}$ ارتباط ب.م.م و ک.م.م:
- ۶) $d = (an + b, a'n + b') \Rightarrow d \left| \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \right| = ab' - ba'$ (دترمینان ضرایب)

عادکردن

$$a | b \Leftrightarrow aq = b$$

$$a | b \Rightarrow ma | mb$$

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

$$a | b \Rightarrow a^n | b^n$$

$$a | b \Rightarrow a | b^n$$

$$\pm a | \pm a$$

$$\pm 1 | \pm a$$

$$a | 0$$

$$0 | a \Rightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} a | b \\ a | c \end{cases} \Rightarrow a | b \pm c$$



اعداد اول

(۱) اگر $a \mid b$ ، آن گاه a مقسوم علیه b (بر a بخش پذیر) و b مضرب a است.
 (۲) اگر $a \neq \pm 1$ ، باشد، رابطه $a^m \mid a^n$ فقط وقتی برقرار است که $m \leq n$.
 (۳) اگر $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$ تجزیه شود، داریم: $n \mid b \Rightarrow p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots \mid b$ (الف)
 همه عامل های $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots$ باید در b وجود داشته باشند.
 (ب) $a \mid n \Rightarrow a \mid p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$
 a فقط عامل های $p_1, p_2, \dots$ و ... با توان کمتر یا مساوی از توان آن در سمت راست می تواند داشته باشد.
 $\text{تعداد مقسوم علیه های مثبت } n = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots$

قضیه تقسیم

$$\begin{array}{r} a \mid b \\ - q \\ \hline r \end{array}$$

$$a = bq + r$$

$$0 \leq r < b$$

$$(1) \text{ مربع هر عدد فرد } = 8k + 1$$

$$(2) p \text{ (اول بزرگتر از } 3) = 6k + 1 \text{ یا}$$

$$6k + 5$$

$$a \equiv b \Leftrightarrow m \mid a - b \Leftrightarrow a \in [b]_m$$

هم نهشتی

به دست آوردن باقی مانده اعداد توان دار

(۱) اگر a عددی بزرگ باشد، هم نهشت آن به پیمانه m که کوچکتر از آن است (منفی یا مثبت مهم نیست) را قرار می دهیم.
 (۲) توانی از a پیدا می کنیم که هم نهشت ۱ یا -۱ به پیمانه m باشد، (اگر نشد سعی می کنیم توانی از a که هم نهشت عدد کوچکی به پیمانه m باشد، پیدا کنیم).
 (۳) با توان رساندن دو طرف و ضرب در اعداد مناسب a^n را می سازیم.
قضیه فرما: اگر p اول باشد. $a \not\mid p$ ، آن گاه $a^{p-1} \equiv 1$.
 اگر پیمانه اول باشد، با قضیه فرما هم می توانیم رابطه هم نهشتی اولیه بنویسیم.

تغییر پیمانه در هم نهشتی

(۱) اگر دو عدد به پیمانه m هم نهشت باشند، به پیمانه مقسوم علیه های m نیز هم نهشت هستند.
 (۲) اگر دو عدد به پیمانه m و n هم نهشت باشند، به پیمانه km و n نیز هم نهشت هستند.

ویژگی ها

$$a + c \equiv b + c \pmod{m}$$

$$ca \equiv cb \pmod{m}$$

$$a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pm mk \pmod{m}$$

$$\text{اگر } n \mid m, \text{ آن گاه } a \equiv b \pmod{n}$$

اتحادها

$$(a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{n} \quad (1)$$

$$(2) \text{ زوج } n: (a - b)^n = (a + (-b))^n \equiv a^n + (-b)^n = a^n + b^n \pmod{n}$$

$$(3) \text{ فرد } n: (a - b)^n = (a + (-b))^n \equiv a^n + (-b)^n = a^n - b^n \pmod{n}$$

$$(4) \text{ اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی باشد (یا } k \mid n), \text{ آن گاه } a^k - b^k \mid a^n - b^n$$

$$(5) \text{ اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی و فرد باشد، آن گاه } a^k + b^k \mid a^n + b^n$$

$$(6) \text{ اگر } \frac{n}{k} \text{ عددی طبیعی و زوج باشد، آن گاه } a^k + b^k \mid a^n - b^n$$

ویژگی ساده سازی عدد از دو طرف هم نهشتی:

$$(1) \text{ اگر } (c, m) = 1, \text{ باشد، } a \equiv b \pmod{m}$$

$$(2) \text{ اگر } (c, m) = d, \text{ باشد، } c \text{ را ساده کرده، ولی پیمانه را باید به } d \text{ تقسیم کنیم.}$$



بخش پذیری بر
اعداد خاص

پیمانه	قاعده	توضیح فارسی
۹ یا ۳	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0 + a_1 + \dots + a_n$	هر عدد به پیمانه ۳ یا ۹، هم‌نهشت مجموع ارقام خودش است.
۱۰ یا ۵ یا ۲	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0$	هر عدد، هم‌نهشت رقم یکان خود به پیمانه ۵ یا ۱۰ یا ۲ است.
۲۰ یا ۴ یا ۲۵ یا ۵۰	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_1 a_0$	هر عدد هم‌نهشت دو رقم آخر (یکان و دهگان) خود به پیمانه ۴ یا ۲۰ یا ۲۵ یا ۵۰ است.
۱۱	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots$	ارقام را از سمت راست یکی در میان - و + می‌گذاریم. هر عدد به پیمانه ۱۱ هم‌نهشت آن است.
۸	$a_n a_{n-1} \dots a_0 \equiv a_7 a_1 a_0$	هر عدد هم‌نهشت سه رقم سمت راست به پیمانه ۸ است.

کاربردها

رقم یکان

رقم یکان هر عدد برابر است با باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰؛ پس برای پیدا کردن رقم یکان اعداد از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ استفاده می‌کنیم.

تقویم‌نگاری

(۱) فاصله روزهای دو تاریخ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید اگر امروز n ماه باشد، تا انتهای ماه $(31 - n)$ روز (برای ۶ ماه اول) یا $(30 - n)$ روز (برای ۶ ماه دوم) مانده است.
(۲) باقی‌مانده عدد به دست آمده به ۷ را پیدا می‌کنیم.
(۳) اگر تاریخ جلوتر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده از مبدأ داده شده جلو می‌رویم و اگر تاریخ عقب‌تر را بخواهیم، به اندازه باقی‌مانده عقب می‌رویم.

حل معادله

معادله سیاله خطی $ax + by = c$

شرط جواب: $c \mid (a, b)$ (یعنی ب.م.م ضرایب عدد ثابت c را عاد کند).
روش‌های حل: الف) هم‌نهشتی ب) استفاده از فرمول

روش هم‌نهشتی

(۱) دو طرف را به پیمانه ضریب کوچک‌تر (علامت مهم نیست)، مثلاً اگر دو طرف را به پیمانه a ببریم؛ می‌شود:

$$ax + by \equiv c \Rightarrow by \equiv c$$

(۲) معادله هم‌نهشتی را حل کرده و y را پیدا می‌کنیم

(۳) با قراردادن y در معادله، x را پیدا می‌کنیم.

روش استفاده از فرمول: اگر بتوانیم با جست‌وجو، یک جواب معادله به صورت (x_0, y_0) را پیدا کنیم، کل جواب‌ها به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad d = (a, b)$$

حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m$

(۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، هم‌نهشت آن‌ها به پیمانه m را قرار می‌دهیم.

(۲) با اضافه کردن مضارب پیمانه به b کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

(۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید.



نظریه گراف

- (۱) تعداد درجه‌ها برابر تعداد رأس‌ها یا مرتبه گراف است.
 (۲) مجموع درجات برابر با $2q$ است.
 (۳) تعداد رأس‌های فرد (رأس‌های با درجه فرد)، عددی زوج است.
 (۴) تعداد رأس‌های زوج (رأس‌های با درجه زوج) از نظر زوج و فردی مثل مرتبه گراف است.
 (۵) $\Delta \leq p-1$
 (۶) اگر k رأس از درجه $p-1$ (رأس فول یا رأسی که به همه وصل است) داشته باشیم، $\delta \geq k$ باید باشد.
 (۷) در بین درجه‌ها حتماً عدد تکراری وجود دارد.

تعداد گراف‌ها

تعداد	نوع گراف
$\frac{p(p-1)}{2}$	گراف ساده با p رأس مختلف
$\frac{p(p-1)}{2} k$	گراف ساده با p رأس مختلف شامل (یا فاقد) k یال مشخص
$\binom{p(p-1)}{2 \atop q}$	گراف‌های ساده q یالی با p رأس مختلف
$p^{p(p-1)}$	گراف‌های جهت‌دار با p رأس مختلف

اسم	نماد
مجموعه رأس‌های گراف	$V(G)$
مجموعه یال‌های گراف	$E(G)$
مرتبه گراف	p
اندازه گراف	q
درجه رأس v	$\deg_G(v)$
ماکزیمم درجه	Δ
مینیمم درجه	δ
همسایگی باز رأس a	$N_G(a)$
همسایگی بسته رأس a	$N_G[a]$

مقدمات گراف

$$0 \leq \delta \leq \deg v \leq \Delta \leq p-1 \quad (۱)$$

$$0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2} \quad (۲)$$

$$|N_G[a]| = 1 + \deg(a), |N_G(a)| = \deg(a) \quad (۳)$$



گراف‌های خاص

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف کامل مرتبه P	K_p	گرافی که هر دو رأس در آن مجاورند. (به هم وصل‌اند).	(۱) درجه همه رأس‌ها $p-1$ است. (۲) گراف $(p-1)$ - منتظم است. (۳) $q = \frac{p(p-1)}{2}$ (۴) بیشترین یال را در بین گراف‌های هم‌مرتبه خود دارد.
گراف مکمل G	$\bar{G}$	رأس‌های $\bar{G}$ همان رأس G است. یال‌های $\bar{G}$ یال‌هایی هستند که در G وجود ندارد.	(۱) $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۲) $\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$
گراف k - منتظم	—	گرافی که درجه هر رأس برابر k است.	(۱) $kp = 2q$ که $0 \leq k \leq p-1$ (۲) گراف فرد منتظم مرتبه فرد نداریم. (از بین p و k حداقل یکی زوج باید باشد).

انواع گراف‌های منتظم

نوع	ویژگی
گراف 0 - منتظم (گراف تهی)	(۱) $q = 0$ (۲) از تعدادی رأس ایزوله تشکیل شده.
گراف 1 - منتظم	از تعدادی یال تشکیل شده است.
گراف 2 - منتظم	از اجتماع تعدادی چندضلعی تشکیل شده است.
گراف کامل K_p	$(p-1)$ - منتظم هستند.

مروارثه شبی آزمون

دوازدهم ریاضی

مسیر - دور

مسیر	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول مسیر	تعداد یال‌های طی شده (یا یکی کمتر از تعداد رأس‌های مسیر)
P_n	مسیر n رأسی به طول $n-1$

- (۱) مسیر رأس تکراری ندارد.
(۲) هر رأس یک مسیر به طول صفر به خودش است؛ پس تعداد مسیرهای به طول صفر برابر مرتبه گراف یا p است.
(۳) تعداد مسیرهای به طول یک، برابر تعداد یال‌های گراف یا q است.
(۴) تعداد مسیرهای به طول حداکثر یک، برابر $p+q$ است.
(۵) برای به دست آوردن تعداد مسیرها از روی درجه‌ها ابتدا گراف را رسم و سپس به صورت مستقیم مسیرها را شمارش می‌کنیم.

$$(1) \quad q < p-1 \quad \leftarrow \text{قطعاً ناهمبند}$$

$$(2) \quad p-1 \leq q \leq \binom{p-1}{2} \quad \leftarrow \text{ممکن است همبند یا ناهمبند}$$

$$(3) \quad q > \binom{p-1}{2} \quad \leftarrow \text{قطعاً همبند}$$

گراف همبند $\leftarrow$ گرافی که بین هر دو رأس آن، مسیر وجود دارد.

- (۱) در گراف غیرکامل به صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.
(۲) تعداد دورهای به طول m در K_p برابر $\frac{p!}{m} \cdot \frac{(m-1)!}{2}$ است.

دور	دنباله‌ای از رأس‌های غیرتکراری (به غیر از اول و آخر) که رأس‌های پشت سر هم به هم وصل‌اند.
طول دور	تعداد یال‌های طی شده
C_n	دور n رأسی به طول n ($n \geq 3$)



- مباحثی در ترکیبات -

یادآوری تعاریف:

$$(n)_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

قضیه جایگشت با تکرار:

اگر n شیء مفروض به طوری که n_1 تای آن‌ها از نوع اول و یکسان، n_2 تای آن‌ها از نوع دوم و یکسان و... و n_k تای آن‌ها از نوع k ام و یکسان باشند، در این صورت تعداد کل جایگشت‌های اشیاء برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

تعریف:

یک جدول مربعی از اعداد 1 و 2 ... به شکل یک مربع $n \times n$ که سطرها و ستون‌های آن با اعداد 1 و 2 ... پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین می‌نامیم.

دو مربع لاتین متعامد:

فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند، به طوری که از کنار هم قرار گرفتن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B است (و یا بر عکس)؛ در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B متعامدند. هرگاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

مثالی از دو مربع لاتین و متعامد A و B :

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 22 & 33 & 44 & 11 \\ \hline 34 & 31 & 12 & 43 \\ \hline 41 & 14 & 23 & 32 \\ \hline 13 & 42 & 31 & 24 \\ \hline \end{array}$$

روش‌هایی برای شمارش:

اصل شمول و عدم شمول: اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند، آن‌گاه داریم:
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
 نتیجه اصل شمول و عدم شمول: اگر A و B زیرمجموعه‌های S باشند، داریم:
 $|S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$
 اصل شمول برای سه مجموعه:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

اصل لانه کبوتری:

اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم، $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار دارد.

تعمیم اصل لانه کبوتری:

اگر $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k+1)$ کبوتر در آن قرار گرفته است.



فیزیک دوازدهم: فصل ۱ حرکت بر خط راست

مسافت (l): طول مسیر طی شده، جابه‌جایی ($\vec{d}$ یا $\Delta \vec{x}$): برداری که نقطهٔ اولیه را به نهایی وصل می‌کند.

شرط برابری مسافت و اندازهٔ جابه‌جایی: حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت باشد. $l \geq |\Delta \vec{x}|$

سرعت متوسط و تندى متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$

اصطلاحات زمانی: ثانیهٔ n: $n-1$ تا n ثانیهٔ n: m تا mn از m تا mn

بردار مکان: برداری که مبدأ را به مکان وصل می‌کند، معادلهٔ مکان - زمان: $x = f(t)$ ، عبور از مبدأ: x صفر شده و تغییر علامت دهد. فاصله از مبدأ: $|x|$

سرعت در حرکت روی محور x : $v > 0$: حرکت به سمت راست، $v < 0$: حرکت به سمت چپ

شرط تغییر جهت: v صفر شده و تغییر علامت دهد.

شتاب: آهنگ تغییر سرعت: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، سرعت متغیر $a \neq 0 \Rightarrow$ ، سرعت ثابت $a = 0 \Rightarrow$

نوع حرکت $\left\{ \begin{array}{l} \text{تندشونده} \leftarrow |v| \uparrow, a_v > 0 \\ \text{کندشونده} \leftarrow |v| \downarrow, a_v < 0 \end{array} \right.$

شیب مماس بر $x-t$ $\leftarrow$ سرعت لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $x-t$ $\leftarrow$ سرعت متوسط

شیب مماس بر $v-t$ $\leftarrow$ شتاب لحظه‌ای، شیب واصل دو نقطه در $v-t$ $\leftarrow$ شتاب متوسط

نمودارها $\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت زیر نمودار } v-t \text{ در یک بازه: } \Delta x \\ \text{مساحت زیر نمودار } a-t \text{ در یک بازه: } \Delta v \end{array} \right.$

در نمودار $x-t$: قله و دره یعنی تغییر جهت، قطع محور t یعنی عبور از مبدأ

در نمودار $v-t$: قطع محور t یعنی تغییر جهت، نزدیک شدن به محور t ، کندشونده، دور شدن از محور t : تندشونده

حرکت با سرعت ثابت $\left\{ \begin{array}{l} \text{معادلهٔ مکان - زمان: } x = vt + x_0 \\ \text{معادلهٔ مکان - زمان: } x = vt + x_0 \end{array} \right.$

معادلهٔ $v-t$: $v = at + v_0$ ، معادلهٔ $x-t$: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

فرمول‌ها: مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ ، مستقل از زمان: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

مستقل از سرعت ثانویه: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$ ، سرعت متوسط: لحظهٔ وسط $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ ، سرعت متوسط $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

سرعت در لحظهٔ وسط، جابه‌جایی در ثانیهٔ n: $\Delta x_n = (n - 0.5)a + v_0$

در معادلهٔ $x = At^2 + Bt + C$ $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ هم‌علامت } B \leftarrow \text{تغییر جهت نداریم، همواره تندشونده} \\ A \text{ مخالف علامت } B \leftarrow \text{تغییر جهت داریم، ابتدا کندشونده، سپس تندشونده} \end{array} \right.$

نمودارها $\left\{ \begin{array}{l} \text{سرعت - زمان: خطی به شیب } a \text{ و عرض از مبدأ } v_0 \\ \text{مکان - زمان: یک سهمی} \end{array} \right.$

$a > 0$ سهمی رو به بالا، $a < 0$ سهمی رو به پایین.

معادلات و فرمول‌ها: $v = -gt$ ، $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ، $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$ ، لحظهٔ وسط $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ ، $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

سقوط آزاد $\left\{ \begin{array}{l} \text{تناسب‌ها: } t \text{ ثانیه بعد از سقوط } \propto t \text{ و } \Delta y \propto t^2 \\ \text{تندی در هر ثانیه } g \text{ تا زیاد می‌شود.} \end{array} \right.$

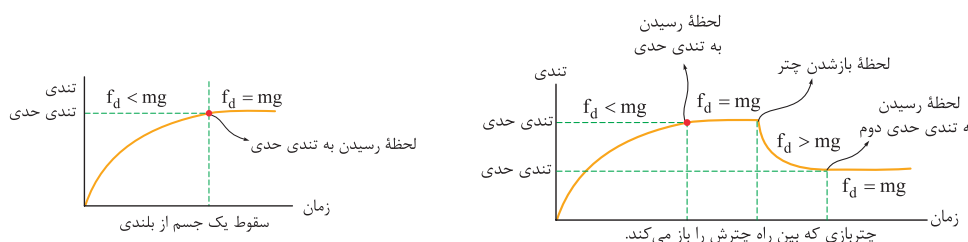
عددهای طلایی: در ثانیه‌های متوالی بعد از سقوط جابه‌جایی به ترتیب ۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵ ... است.



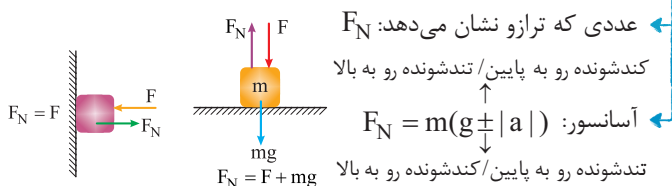
فیزیک دوازدهم: فصل ۲ دینامیک و حرکت دایره‌ای

- قانون اول: (اندازه و جهت سرعت ثابت می‌ماند). $v = \text{ثابت} \Rightarrow F_{\text{net}} = 0$: لختی: تمایل به حفظ حالت قبلی
- قوانین نیوتون
- قانون دوم: $F_{\text{net}} = ma$: نیروی خالص در جهت شتاب جسم هم‌جهت و متناسب هستند.
- قانون سوم: نیروهای کنش و واکنش هم‌اندازه‌اند و در خلاف جهت هم

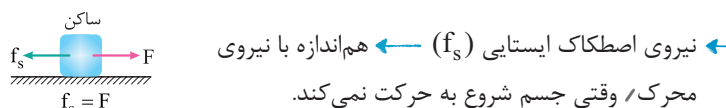
- وزن (W) $\leftarrow W = mg$: جرم: ثابت، وزن: متغیر، جرم: نرده‌ای، وزن: برداری
- نیروی مقاومت هوا (f_d)
- وابسته به تندی و اندازه جسم، همیشه در خلاف جهت حرکت جسم
- تندی حدی: پس از رهاشدن جسم از یک ارتفاع بلند، با افزایش تندی، f_d هم افزایش می‌یابد تا در جایی با mg برابر شود و تندی ثابت بماند.



فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می‌شود. مثلاً



دینامیک $\leftarrow$ نیروهای خاص $\leftarrow$ نیروی عمودی سطح (F_N)

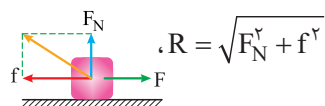


نیروی اصطکاک (f) $\leftarrow$ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s, \max}$) $\leftarrow f_{s, \max} = F_N \cdot \mu_s$ (وقتی جسم در آستانه حرکت است).

جسم شروع به حرکت نمی‌کند: $F_{\text{محرک}} \leq f_{s, \max}$

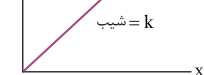
جسم شروع به حرکت می‌کند: $F_{\text{محرک}} > f_{s, \max}$

نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) $\leftarrow f_k = F_N \cdot \mu_k$ (وقتی جسم در حال حرکت است).



نیروی کشسانی $\leftarrow$ اندازه: $F_e = kx$ (تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی)

فنر $\leftarrow$ جهت: در جهتی که جسم و فنر در حالت تعادل پایدار قرار گیرند.



نیروی کششی طناب (T) $\leftarrow$ فرمول ندارد و به کمک قوانین نیوتون محاسبه می‌شود. طناب همیشه جسم را می‌کشد. (نمی‌تواند جسم را هل بدهد).



$p = mv$ ، $\vec{p} = m\vec{v}$ ← تغییرات: $\Delta p = m\Delta v$ ، هر بلایی سر سرعت بیاید سر تکانه هم میاد.

رابطه با انرژی جنبشی: $K = \frac{p^2}{2m}$

تکانه

نیروی خالص برابر است با آهنگ تغییر تکانه

شیب نمودار تکانه - زمان ← نیروی خالص

مساحت زیر نمودار نیروی خالص - زمان در یک بازه ← تغییرات تکانه

$F_{net}\Delta t = m\Delta v$

رابطه با نیروی خالص $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، هر دو جسم نیروی جاذبه گرانشی به هم وارد می کنند.

نیروی گرانش ← شتاب گرانشی سطح سیاره: $g = \frac{GM}{R^2}$

شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین: $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ← $\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

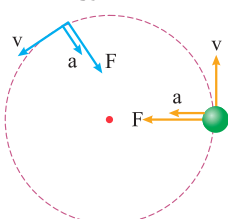
مفاهیم اولیه: تندی: ثابت جهت حرکت: متغیر ← سرعت متغیر (شتاب دار)

$T = \frac{t}{n}$ (تعداد دور در هر دقیقه: rpm)

دوره تناوب:

$V = \frac{\text{محیط}}{\text{دوره}} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$

تندی:



شتاب مرکزگرا و نیروی مرکزگرا: همان شتاب و نیروی خالص که همیشه به سمت مرکز دایره هستند.

$a_c = \frac{v^2}{r}$ و $F_c = \frac{mv^2}{r}$

نیروی مرکزگرا یک نیروی جداگانه نیست و همیشه یک نیرو، نقش مرکزگرایی را برعهده می گیرد.

حرکت دایره ای یکنواخت

تندی بیشینه خودرو در پیچ افقی: $v_{max} = \sqrt{rg\mu_s}$ شعاع پیچ r

شتاب مرکزگرا، همان شتاب گرانش است.

نیروی مرکزگرا، همان نیروی گرانش است.

حرکت ماهواره به دور زمین

$v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ شعاع دوران r

تندی ماهواره:

$T \propto \sqrt{r^3}$

دوره ماهواره:



فیزیک دوازدهم: فصل ۳ نوسان و موج

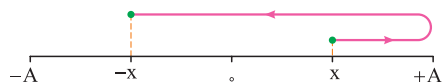
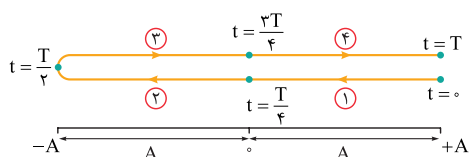
دوره تناوب: $T = \frac{t}{n}$ ، بسامد: $f = \frac{1}{T}$ ، $f = \frac{n}{t}$

معادله مکان - زمان: $x = A \cos(\omega t)$ ، $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ $\leftarrow \begin{cases} \uparrow U, |F|, |a|, |x|, K: \downarrow |v|, |p| \end{cases}$ / کندشونده
نزدیک شدن به مبدأ $\leftarrow \begin{cases} \downarrow U, |F|, |a|, |x|, K: \uparrow |v|, |p| \end{cases}$ / تندشونده

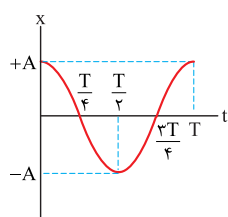
یک نوسان کامل از ۴ مرحله زیر تشکیل شده:

مسافت در هر نوسان: $\ell = 4A$



در مدت نصف دوره $(\frac{T}{2})$ مکان از x به $-x$ می‌رسد. مسافت برابر $2A$ است.

سامانه جرم - فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب فقط به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد.



آونگ ساده: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ، $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ، دوره تناوب فقط به طول آونگ و شتاب گرانش بستگی دارد.

نمودار مکان - زمان: شبیه تابع کسینوس

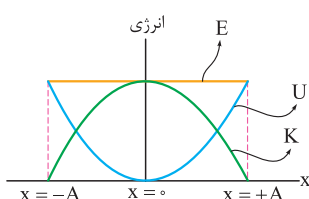
$$F = -m\omega^2 x \text{ و } a = -\omega^2 x \leftarrow F_{\max} = m\omega^2 A \text{ و } a_{\max} = A\omega^2$$

رابطه شتاب و نیرو با مکان: شتاب و نیرو همیشه هم‌علامت هستند و علامتشان مخالف علامت x است.

انرژی مکانیکی نوسانگر:

$$E = U + K = U_{\max} = K_{\max} = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

نمودار انرژی - مکان:



تندی بیشینه: تندی در نقطه تعادل: $v_{\max} = A\omega$

در نقطه‌ای که $U = K$ است، $v = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{\max}$ است.

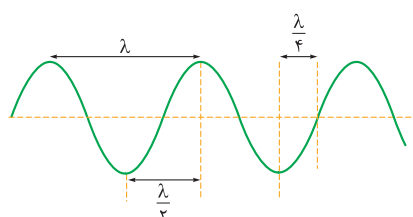
تشدید: به یک نوسانگر نیروی هم‌بسامد با بسامد طبیعی آن وارد شود $\leftarrow$ بیشینه انرژی منتقل می‌شود $\leftarrow$ با دامنه بیشینه نوسان می‌کند.

$$E_{\text{جرم-فنر}} = \frac{1}{2}KA^2$$

$$E_{\text{نوسانگر هماهنگ ساده}} = 2\pi^2 m A^2 f^2$$



- انتقال انرژی بدون انتقال ماده، انواع موج
- از نظر ماهیت
 - مکانیکی: نیاز به محیط مادی دارد.
 - الکترومغناطیسی: نیاز به محیط مادی ندارد.
- از نظر شکل
 - عرضی: راستای نوسان عمود بر راستای انتشار
 - طولی: راستای نوسان موازی راستای انتشار
- طول موج (λ): مسافت طی شده توسط موج در مدت یک دوره، فاصله دو قله متوالی، فاصله دو دوره متوالی



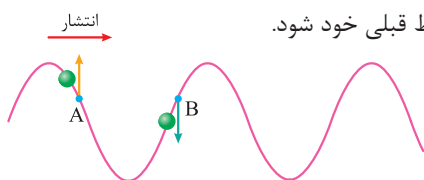
بسامد موج: وابسته به چشمه تندى انتشار: وابسته به محیط

$$\lambda = vT \text{ یا } \lambda = \frac{v}{f}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

فقط طناب

- تندى انتشار امواج عرضى در طناب:
- در یک محیط تندى انتشار امواج طولى از عرضى بیشتر است.
- در موج مکانیکی هر یک از ذرات محیط، شبیه چشمه حرکت نوسانى ساده مى دهند.
- در نقش موج هر ذره با توجه به جهت انتشار قرار است شبیه نقاط قبلى خود شود.



- در موج طولی: مرکز بیشینه جمع شدگی و مرکز بیشینه بازشدگی در نقطه تعادل است. فاصله جمع شدگی تا جمع شدگی $= \lambda$ ، فاصله بازشدگی تا بازشدگی $= \lambda$

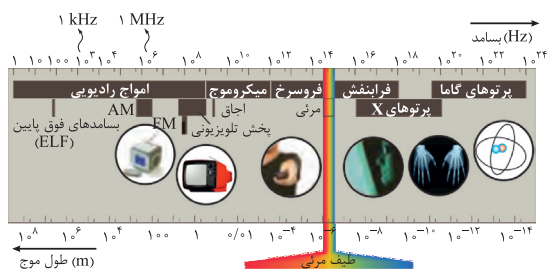
$$P_{av} \propto A^2 f^2$$

انرژی و توان موج:

- میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم و هم گام
- قاعده دست راست: $\vec{E}$: انگشت ۴، $\vec{B}$: کف دست جهت انتشار: انگشت شست

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

طیف امواج الکترومغناطیسی:





صوت

عموماً سرعت صوت در جامدها، بیشتر از مایع‌ها و در مایع‌ها، بیشتر از گازها است.

دمای هوای بیشتر ← تندی صوت بیشتر

$$I = \frac{E}{A_t} = \frac{\rho_{av}}{A_t} = \frac{\rho_{av}}{4\pi r^2}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right), \beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

ارتفاع صوت: درک انسان از بسامد صوت، بلندی صوت: درک انسان از شدت صوت. (دقت کنید که بلندی صوت، شدت صوت نیست).

بلندی و ارتفاع قابل اندازه‌گیری نیست.

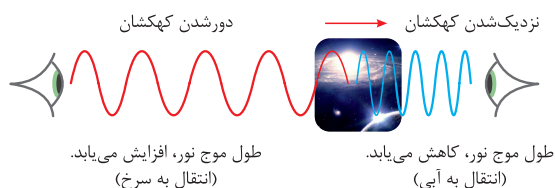
محدوده شنوایی: ۲۰Hz - ۲۰KHz / بیشترین حساسیت گوش انسان: ۲ KHz - ۵ KHz



کاهش طول موج / افزایش طول موج
 (ب) با حرکت رو به جلوی ماشین، تجمع جبهه‌های موج در جلوی ماشین بیشتر و در عقب آن کمتر می‌شود.

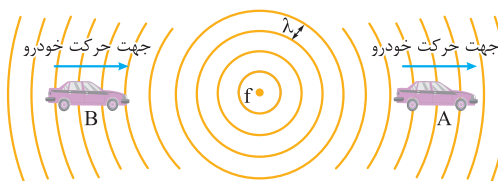


الف) وقتی ماشین ساکن است تجمع جبهه‌های موج در جلو و عقب ماشین یکسان است.



نزدیک شدن کیهکشان / دور شدن کیهکشان
 طول موج نور، کاهش می‌یابد. (انتقال به آبی)
 طول موج نور، افزایش می‌یابد. (انتقال به سرخ)

اگر کیهکسانی به ما نزدیک یا از ما دور شود، بسامد و طول موج دریافتی از آن تغییر می‌کند.

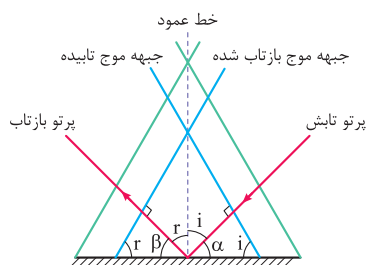
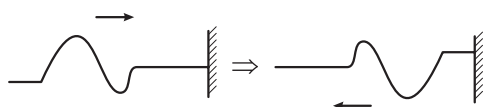


در مدت زمان یکسان خودرویی که به چشمه ساکن صوت نزدیک می‌شود، با جبهه‌های موج بیشتری برخورد می‌کند. درحالی که خودرویی که از این چشمه دور می‌شود، با جبهه‌های موج کمتری برخورد می‌کند.



فیزیک دوازدهم: فصل ۴ برهم کنش‌های موج

بازتاب در یک بعد: موج را نسبت به محور افقی و قائم قرینه می‌کنیم:



$$\hat{\alpha} = \hat{\beta}, \hat{i} = \hat{r}$$

قانون بازتاب عمومی
زاویهٔ جبههٔ موج تابش با سطح: $\hat{i}$
زاویهٔ جبههٔ موج بازتاب با سطح: $\hat{r}$

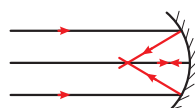
برای هر موج و هر سطحی برقرار است.

بازتاب موج

انواع بازتاب
منظم (آینه‌ای): پرتوهای بازتاب موازی‌اند ← سطح هموار ← $\lambda < \text{ابعاد ناهمواری}$
نامنظم (پخشنده): پرتوهای بازتاب موازی نیستند ← سطح ناهموار ← $\lambda > \text{ابعاد ناهمواری}$

زاویهٔ انحراف در یک بازتاب: $\hat{D} = 180^\circ - 2\hat{i}$ ، زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابش و بازتاب $2\hat{i}$ یا $180^\circ - 2\hat{i}$

زاویهٔ انحراف در دو بازتاب از دو آینهٔ متقاطع
 $\alpha \leq 90^\circ$ (زاویهٔ بین دو آینه) $D = 2\alpha$
 $\alpha > 90^\circ$ (زاویهٔ بین دو آینه) $D = 360^\circ - 2\alpha$
زاویهٔ انحراف به زاویهٔ تابش به آینهٔ اول بستگی ندارد.



بازتاب از سطوح کروی

پژواک: بازتاب صوت از یک سطح ← نکته: حداقل زمان برای متمایز شنیدن پژواک از صدای اصلی $= 1/10$ ثانیه



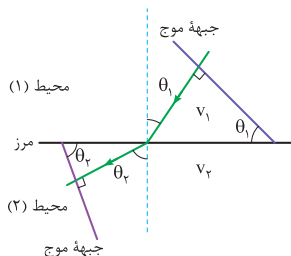
با تغییر محیط: v و λ عوض می شود، f خیر $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \text{ و } D = |\theta_1 - \theta_2| \text{ زاویه انحراف}$$

θ_1 : زاویه پرتو با خط عمود یا جبهه با مرز در محیط (۱)

θ_2 : زاویه پرتو با خط عمود یا جبهه با مرز در محیط (۲)

صوت در آب نسبت به هوا سرعت بیشتری دارند. امواج الکترومغناطیسی بالعکس!



قانون شکست
عمومی

$$v_2 > v_1 \leftarrow \theta_2 > \theta_1, \lambda_2 > \lambda_1$$

$$v_2 < v_1 \leftarrow \theta_2 < \theta_1, \lambda_2 < \lambda_1$$

$n = \frac{c}{v}$ ، محیط غلیظ تر، ضریب شکست بیشتر، سرعت کمتر

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \text{ قانون شکست اسنل}$$

شکست موج

ضریب شکست

در روزهای گرم که سطح زمین داغ است، با کاهش ارتفاع
 ↓ چگالی هوا: ↓
 ↓ ضریب شکست هوا: ↓
 ↑ تندی نور: ↑
 ↑ طول موج نور: ↑
 سراب
 پرتو نور خورشید با نزدیک شدن به زمین منحرف شده و بالا می رود.

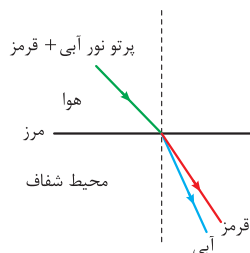
ضریب شکست خلأ برای تمام رنگ ها برابر یک است.

قرمز کمترین ضریب شکست و کمترین انحراف

بنفش n آبی n سبز n زرد n نارنجی n قرمز n

به دلیل متفاوت بودن ضریب شکست، نور می پاشد.

پاشندگی



شکل مهم:



پراش موج ← پراکندگی موج به اطراف هنگام عبور از شکاف یا مانع
هر چه ابعاد مانع یا شکاف به λ نزدیک تر ← پراش بیشتر

انواع تداخل
تداخل سازنده: دو موج هم فاز (هر دو برآمده یا هر دو فرورفته)
تداخل ویرانگر: دو موج در فاز مخالف (یکی برآمده، یکی فرورفته)

تداخل سه موج مهم
امواج سطحی آب: سازنده: دامنه زیاد، ویرانگر: دامنه تقریباً صفر
امواج صوتی: سازنده: صدای بلند (L)، ویرانگر: صدای ضعیف (S)
فاصله L و S با λ متناسب است.
امواج نوری (آزمایش ینگ: سازنده: نوار روشن، ویرانگر: نوار تاریک)
پهنای هر نوار و فاصله نوارها متناسب با λ است.

بسامد هماهنگ: $f_n = \frac{nv}{2\ell}$ ، طول موج هماهنگ: $\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$
n: شماره هماهنگ، n = تعداد شکم، n + 1 = تعداد گره

امواج ایستاده ← گره: انرژی صفر، تداخل ویرانگر، بدون نوسان

شکم: انرژی MAX، تداخل سازنده، نوسان با دامنه MAX

بین دو گره متوالی نوسان نقاط مثل هم است.

$f_n = nf_1$ ، f_1 : بسامد اصلی، $f_{n+1} - f_n = f_1$

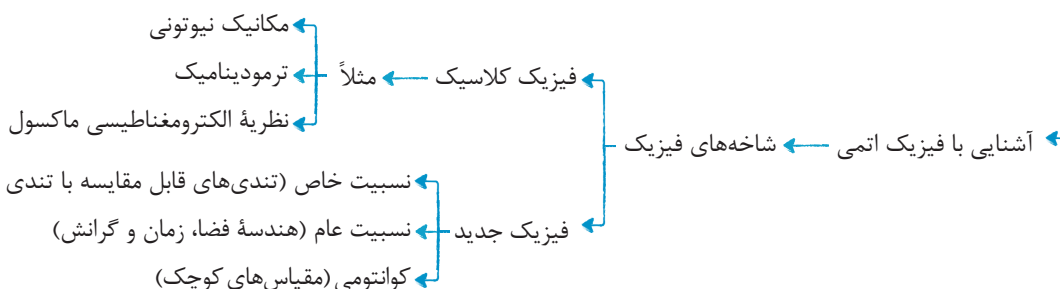
برای صوت در لوله‌های صوتی هم رخ می‌دهد ← طول لوله بیشتر، بسامد اصلی کم‌تر و صدای بم‌تر

برای امواج الکترومغناطیس هم رخ می‌دهد
گره: نقاط سرد (مایکروویو)
شکم: نقاط گرم



فیزیک دوازدهم: فصل ۵ آشنایی با فیزیک اتمی

فیزیک اتمی



انرژی هر فوتون: hf (برحسب ژول یا الکترون‌ولت (eV)، $1\text{eV} = 1/6 \times 10^{-19}\text{J}$)

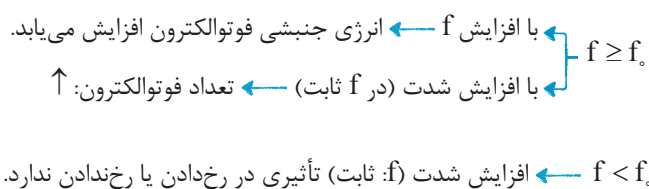
$$E = nhf, E = nh\frac{c}{\lambda}$$

$$Pt = nhf$$

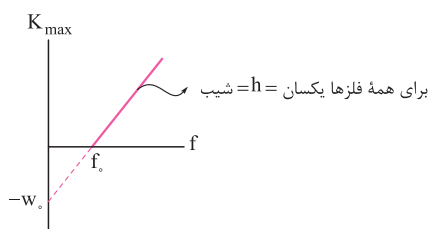
$$I = \frac{E}{At}$$

فوتون: بسته‌های انرژی
امواج الکترومغناطیس

شرط جدا شدن الکترون: $hf \geq W_0$ یا $f \geq f_0$ یا $\lambda \leq \lambda_0$, f_0 : بسامد آستانه، λ_0 : طول موج آستانه
 W_0 : تابع کار، W_0 و f_0 و λ_0 : وابسته به جنس فلز



$$K_{\max} = hf - W_0$$



نمودار $K_{\max}$ برحسب f

نظر فیزیک کلاسیک که اشتباهه در هر بسامدی رخ می‌دهد، شدت مهم است.

طیف گسیلی پیوسته، جامدها، ناشی از برهم کنش قوی ذرات، شامل همه طول موج‌ها
طیف اتمی: طیف گسیلی خطی، گازهای اتمی و رقیق، شامل چند طول موج منحصربه‌فرد برای هر گاز.
طیف جذبی خطی، گازهای اتمی و رقیق، طیف کاملی که چند طول موج منحصربه‌فرد برای هر گاز وجود ندارد.

تامسون: کیک کشمش

رادرفورد: اتم هسته‌ای

مدل‌های اتمی

ویژگی‌ها

$$hf = E_U - E_L \quad \text{مدارمانا} \quad E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad \gamma_n = a_n n^2$$

بور (برای هیدروژن گونه‌ها)

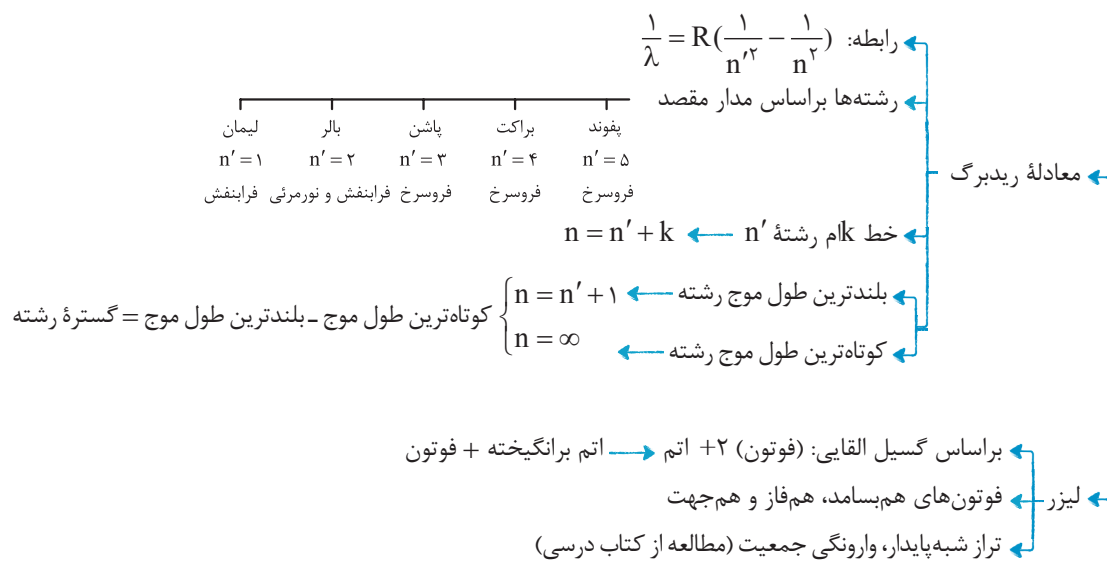
مدار پایه: $n=1$, مدار برانگیخته nk : $n = k+1$

$$E_n = \frac{-13.6\text{eV}}{n^2}$$



مرونامه شب آزمون

فیزیک



دوازدهم ریاضی

مرونامه شب آزمون



فیزیک دوازدهم: فصل ۶ آشنایی با فیزیک هسته‌ای

نوکلئون: پروتون یا نوترون

تعداد پروتون: عدد اتمی (Z)، تعداد نوترون = عدد نوترونی (N)، تعداد نوکلئون = عدد جرمی (A)

$$A = Z + N$$

نمایش هسته: ${}_Z^AX_N$

ایزوتوپ: N و A متفاوت، Z یکسان

ویژگی‌های شیمیایی یکسان، ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم متفاوت

ساختار هسته

نیروی هسته‌ای (جاذبه) بر نیروی الکتریکی پروتون‌ها (دافعه) موازنه می‌کند.

پایداری هسته: نیروی هسته به جرم و بار بستگی ندارد بین p و p یا n و n یا p و n یکسان است.



هسته پایدار با بیشترین تعداد

پروتون: ${}_{83}^{209}\text{Bi}$

هسته پایدار سبک: $N \approx Z$

هسته پایدار سنگین: $N > Z$

تعریف: انرژی لازم برای جداکردن نوکلئون‌ها از هم

کاستی جرم هسته: اختلاف جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های آن

کاستی جرم: $\uparrow$ انرژی بستگی: $\uparrow$ پایداری: $\uparrow$

$$E = mc^2$$

انرژی بستگی

هسته

α : هسته هلیوم: ${}_2^4\alpha^{2+}$

β^- : الکترون: ${}_{-1}^0\beta^-$ ، پوزیترون: ${}_{+1}^0\beta^+$

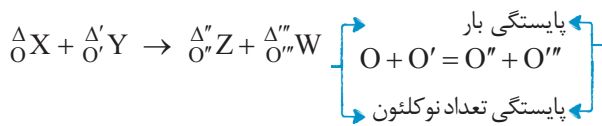
γ : موج الکترومغناطیسی: γ : (بدون جرم و بدون بار)

نکات حفظی پرتوها را بخوان

انواع پرتوها

فیزیک هسته‌ای پرتوهای طبیعی

دو قانون در فرایندهای پرتوایی

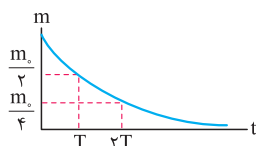


$$\Delta + \Delta' = \Delta'' + \Delta'''$$

$$m \xrightarrow{T} \frac{m}{2} \xrightarrow{T} \frac{m}{4} \xrightarrow{T} \frac{m}{8} \xrightarrow{T} \frac{m}{16}$$

مفهوم به m جرم اولیه: m_0 ، جرم مانده: m ، جرم واپاشی شده: m'

$$n = \frac{t}{T}, m = \frac{m_0}{2^n}, m' = m - m_0$$



نیمه‌عمر

نمودار:

$$100 \xrightarrow{T} 50 \xrightarrow{T} 25 \xrightarrow{T} 12.5 \xrightarrow{T} 6.25 \xrightarrow{T} 3.125$$

درصد:

انواع واکنش هسته‌ای: شکافت هسته‌ای، گداخت هسته‌ای

از کتاب درسی بخوان!

پایه دوازدهم فصل ۱ مولکول در خدمت تندرستی

امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال عمر می‌کنند.

مقایسه امید به زندگی در نواحی مختلف: نواحی برخوردار < میانگین جهانی < نواحی کم‌برخوردار
اما میزان رشد امید به زندگی در نواحی کم‌تر توسعه یافته، بیشتر است.

آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارد.



(۳) نمک خوراکی (ترکیب یونی - NaCl)

(۴) روغن زیتون (ناقطبی - $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$)

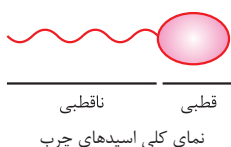
(۵) وازلین (ناقطبی - $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$)

(۶) بنزین (ناقطبی - C_8H_{18})

چربی‌ها:

مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

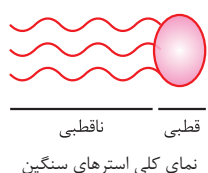
چربی‌ها ناقطبی هستند و نیروهای بین مولکول غالب در آن‌ها، وان‌دروالسی است.



(۱) فرمول کلی: $\text{R} - \text{C}(=\text{O}) - \text{OH}$ (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر کربنی (R) بلند)

(۲) فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ یا $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COOH}$

(۳) دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می‌کند.



(۱) فرمول ساختاری: $\text{R} - \text{C}(=\text{O}) - \text{O} - \text{R}'$

(۲) حاصل واکنش الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها و دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی که در آن بخش ناقطبی بر قطبی غلبه می‌کند.

(۱) محلول: همگن - پایدار - عدم پخش نور - تشکیل شده از یون‌ها و مولکول‌ها

(۲) کلوئید: ناهمگن - پایدار - پخش نور - تشکیل شده از مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی

(۳) سوسپانسیون: ناهمگن - ناپایدار - پخش نور - تشکیل شده از ذرات ریز ماده

صابون ماده‌ای است که می‌تواند هم در آب و هم در چربی حل شود.

جامد ← نمک سدیم اسید چرب (RCOONa)

مایع ← نمک پتاسیم / آمونیوم اسید چرب (RCOONH_4 یا RCOOK)

فرمول عمومی با گروه R خطی و سیرشده: $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{Na}^+$ یا $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO}^-\text{Na}^+$

صابون‌ها دو بخش قطبی و ناقطبی و دو بخش آنیونی و کاتیونی دارند.

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی:

(۱) دما

(۲) نوع پارچه (نخی یا پلی‌استری)

(۳) نوع آب

(۴) وجود یا عدم وجود آنزیم

(۵) نوع و مقدار صابون مصرفی



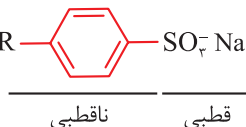
(۱) گوگرد ← از بین برنده قارچ‌های پوستی و جوش‌های صورت

افزودنی‌ها به صابون (۲) مواد شیمیایی کلردار ← قدرت ضد عفونی کنندگی و میکروب کشی ↑

(۳) نمک‌های فسفات ← واکنش با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} و ↑ قدرت پاک کنندگی صابون

تولید شده از بنزن و مواد اولیه دیگر در صنایع پتروشیمیایی با قدرت پاک کنندگی بیشتر نسبت به صابون‌ها

پاک کننده‌های غیر صابونی فرمول ساختاری: $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-\text{Na}^+$ یا $\text{R}-\text{C}_6\text{H}_4-\text{SO}_3^-\text{Na}^+$ ← اتصال به چربی و آب و پخش شدن چربی در آب



عمل براساس برهم کنش میان ذرات مشابه صابون‌ها

پاک کننده‌های خورنده ← عمل براساس واکنش میان ذرات و برهم کنش میان آن‌ها: مانند NaOH (لوله بازکن)، HCl (جوهر نمک) و سفیدکننده‌ها و مخلوط سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و پودر آلومینیم

واکنش این پاک کننده‌ها در لوله‌ها و مجاری مسدود شده:

فراورده‌های دیگر + گاز هیدروژن → آب + مخلوط سدیم هیدروکسید و آلومینیم

ذوب شدن چربی‌ها

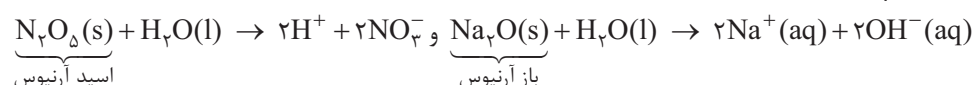
واکنش گرماده ← افزایش دما ↑ قدرت پاک کنندگی

مخلوط دارای خاصیت بازی و ایجاد صابون ← انحلال در آب و افزایش قدرت پاک کنندگی

تولید گاز ← ایجاد فشار و ضربه مکانیکی

آرنیوس با کار بر روی رسانای الکتریکی محلول‌های آبی، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی اسید و باز آرنیوس توصیف کرد.

ماده‌ای که هنگام انحلال در آب، غلظت یون‌های H^+ و OH^- را افزایش دهند، به ترتیب اسید و باز آرنیوس می‌شود:



یونش کامل در آب، الکترولیت‌های قوی و به طور کلی فاقد مولکول‌های یونیده نشده

اسیدهای قوی ← مقایسه غلظت یون‌ها و اسید اولیه: $\text{M}(\text{HX}) = [\text{H}^+] = [\text{X}^-]$

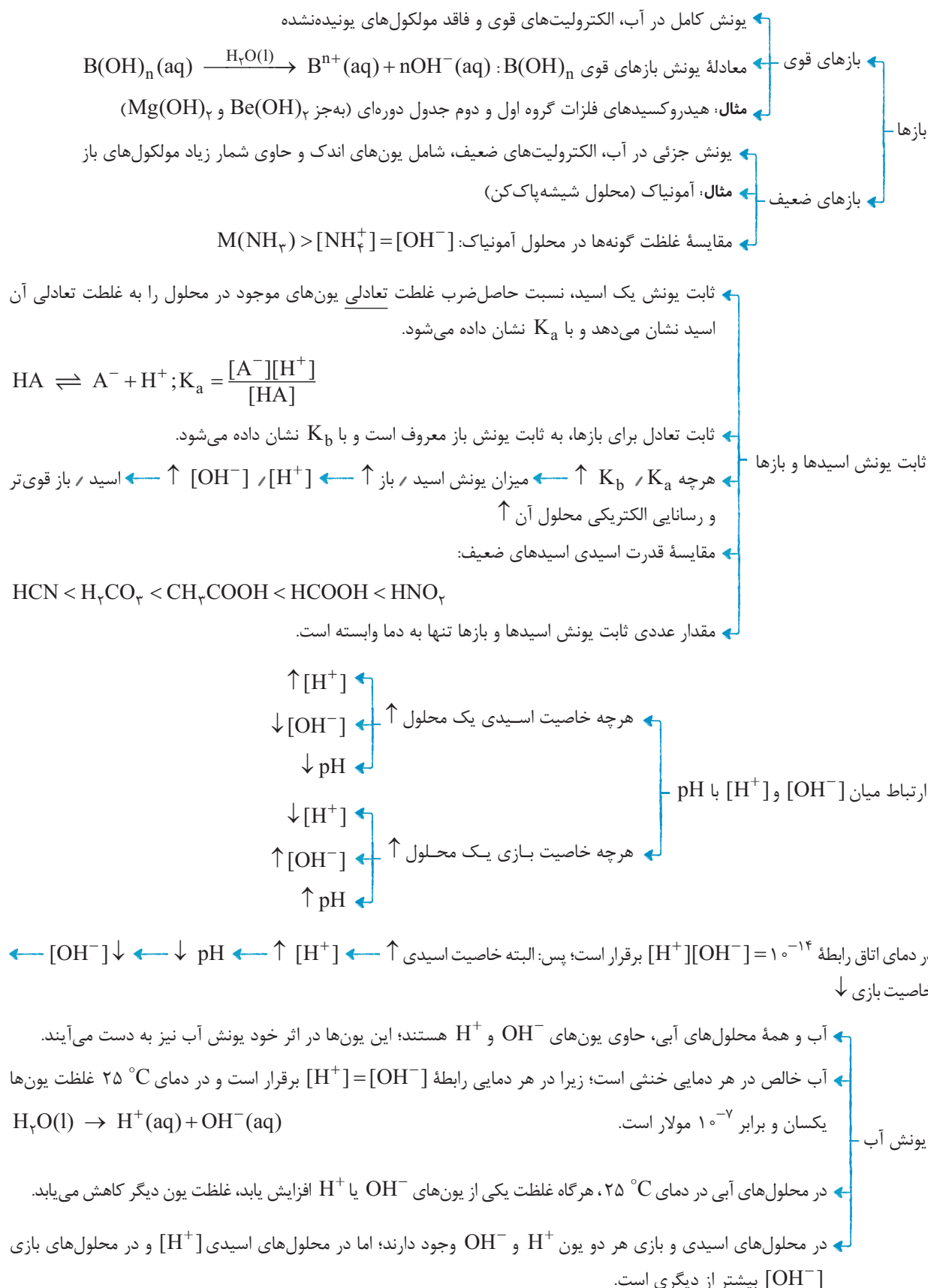
مثال: HCl ، HBr ، HI ، HNO_3 ، H_2SO_4 و ...

اسیدها

یونش جزئی در آب، الکترولیت ضعیف، شمار یون‌ها اندک و حاوی زیاد مولکول‌های اسید

اسیدهای ضعیف ← مقایسه غلظت یون‌ها و اسید اولیه: $\text{M}(\text{HX}) > [\text{H}^+] = [\text{X}^-]$

مثال: HCN ، HF ، کربوکسیلیک اسیدها، HNO_2 و ...





در واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها، یونهای H^+ در واکنش با یونهای OH^- ، به مولکولهای آب تبدیل می‌شوند؛ در حالی که سایر یونها دست‌نخورده باقی می‌مانند. ← معادله این واکنش به طور کلی به صورت زیر است:

$$H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_2O(l)$$

شوینده‌های خورنده ← برای بازکردن لوله‌های مسدودشده با اسیدهای چرب، می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد. فرآورده این واکنش محلول در آب و پاک‌کننده است و چربی‌های اضافی را می‌زداید.

اگر موادی که سبب گرفتگی لوله‌ها و مجاری می‌شوند، خاصیت بازی داشته باشند، برای زدودن آن‌ها از محلول غلیظ HCl استفاده می‌شود.

غلظت یون H^+ در شیره معده، حدود 0.3% مولار است.

↑ مقدار اسید معده ← ↑ شمار یونهای جذب‌شده توسط دیواره معده ← نابودی سلول‌های دیواره معده ← درد، التهاب و خونریزی ← ضد اسیدها

ضد اسیدها داروهایی هستند که با خنثی کردن مقداری از اسید معده سبب کاهش میزان اسید معده می‌شوند.

مواد موجود در سه نمونه از ضد اسیدها: (۱) $NaHCO_3$ - (۲) $Al(OH)_3$ - (۳) $Mg(OH)_2$ - (۴) $Al(OH)_3$ - (۵) $NaHCO_3$

شیر منیزی، یکی از رایج‌ترین ضد اسیدهاست که شامل $Mg(OH)_2$ است و به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود.

مسائل

واکنش $NaOH$ با اسید چرب: $RCOOH + NaOH \rightarrow RCOO^-Na^+ + H_2O$

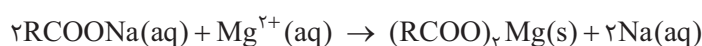
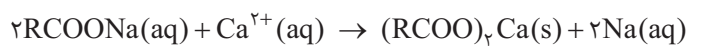
واکنش تولید صابون ← واکنش $NaOH$ با استر بلندزنجیر:

قسمت (۱) ←

$$C_3H_5(RCOO)_3 + 3NaOH \rightarrow 3RCOONa + C_3H_5(OH)_3$$

↓
الکل

واکنش صابون با آب سخت:



محاسبه درجه یونش اسیدها (α): $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$

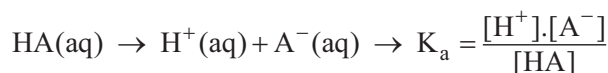
قسمت (۲) ←

$$\alpha = \frac{\text{غلظت مولی } H^+ \text{ یا } A^- \text{ تولیدی}}{\text{غلظت مولی اولیه اسید}} = \frac{\text{تعداد مولکولهای یونیده‌شده}}{\text{تعداد کل مولکولهای حل‌شده}} \quad \alpha = 100 \times \alpha\%$$

$$\alpha = \frac{[A^-]}{M} = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow [H^+] = [A^-] = M\alpha$$

محاسبه ثابت تعادل برای واکنش $aA + bB \rightarrow cC + dD$

$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b} \rightarrow \text{یکا: } \left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^{(c+d)-(a+b)}$$



محاسبه ثابت یونش اسیدی:

اسیدهای قوی $\alpha = 1 \leftarrow K_a$ بزرگ

مقادیر K_a برای اسیدها

اسیدهای خیلی ضعیف $(K_a < 10^{-3} \text{ یا } \alpha < 0.05)$

$$\left[\begin{array}{l} K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \\ K_a = \frac{M\alpha^2}{1 - \alpha} \end{array} \right] \leftarrow \alpha < 1 \text{ اسیدهای ضعیف}$$

قسمت (۳)

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M}, K_a = M\alpha^2 = [H^+].\alpha \Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a.M}$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = M.\alpha \Rightarrow pH = -\log[H^+]$$

ظرفیت اسید

اسیدها:

محاسبه pH

بازها:

$$[OH^-] = M.\alpha \Rightarrow \text{در دمای اتاق: } [H^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow pH = -\log[H^+]$$

ظرفیت باز

قسمت (۴) ← محاسبه pH محلول حاصل از اختلاط اسیدهای قوی: (M: غلظت مولی محلول ها و V: حجم محلول ها)

$$[H^+] = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

غلظت محلول و H^+ ، $\frac{1}{n}$ برابر می شود.

غلظت OH^- ، n برابر می شود.

$$pH_{\text{جدید}} = pH_{\text{اولیه}} + \log n$$

محلول اسیدهای قوی را تا حجم n برابر رقیق کنیم.

قسمت (۵) ← تغییر pH بر اثر رقیق کردن

غلظت محلول و OH^- ، $\frac{1}{n}$ برابر می شود.

غلظت H^+ ، n برابر می شود.

$$pH_{\text{جدید}} = pH_{\text{اولیه}} - \log n$$

محلول بازهای قوی را تا حجم n برابر رقیق کنیم.



$$M_a \cdot V_a \cdot n_a = M_b \cdot V_b \cdot n_b$$

خنثی شدن کامل اسیدها و بازها: (n = ظرفیت اسید یا باز)

خنثی شدن ناقص اسیدها و بازها:

مرحله ۱) برای هریک از محلول‌ها، مقادیر زیر را محاسبه می‌کنیم، در واقع شمار مول‌های یون‌های H^+ و OH^- را محاسبه می‌کنیم:

$$M_a \cdot V_a \cdot n_a = n \times \text{مقدار مول اسید}$$

$$M_b \cdot V_b \cdot n_b = n \times \text{مقدار مول باز}$$

قسمت (۶) ← مرحله ۲)

$$۱) M_a \cdot V_a \cdot n_a > M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول اسیدی}} [H^+] = \frac{M_a \cdot V_a \cdot n_a - M_b \cdot V_b \cdot n_b}{V_a + V_b}$$

$$۲) M_a \cdot V_a \cdot n_a < M_b \cdot V_b \cdot n_b \xrightarrow{\text{محلول بازی}} [OH^-] = \frac{M_b \cdot V_b \cdot n_b - M_a \cdot V_a \cdot n_a}{V_a + V_b}$$

مرحله ۳) pH محلول نهایی را با استفاده از غلظت‌های به‌دست‌آمده محاسبه می‌کنیم.

پایه دوازدهم فصل ۲ آسایش و رفاه در سایه شیمی

اکسایش: به معنای از دست دادن الکترون $\leftarrow$ گونه‌ای که با دادن الکترون به گونه‌های دیگر، آن‌ها را کاهش می‌دهد و خودش اکسایش می‌یابد، کاهنده نامیده می‌شود.

انجام واکنش با سفر الکترون $\leftarrow$ کاهش: به معنای گرفتن الکترون $\leftarrow$ گونه‌ای که با گرفتن الکترون از گونه‌های دیگر، سبب اکسایش آن‌ها و سبب کاهش خود می‌شود، اکسنده نامیده می‌شود.

شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای کاهش و اکسایش را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند که باید از لحاظ جرم اتم‌ها و بار الکتریکی موازنه باشد.

$+ne^-$ گونه اکسایش یافته $\rightarrow$ گونه کاهنده: نیم‌واکنش اکسایش

گونه کاهش یافته $\rightarrow +ne^-$ گونه اکسنده: نیم‌واکنش کاهش

در واکنش‌های اکسایش - کاهش که به صورت طبیعی انجام می‌شوند، فرآورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌هاست؛ پس این واکنش‌ها گرماده بوده و ΔH شان منفی است.

اغلب فلزها در واکنش با نافلزها، الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

تغییر علامت E°

- E° منفی تر $\leftarrow$ گونه کاهنده، کاهنده قوی‌تری است.
- E° مثبت تر $\leftarrow$ گونه اکسنده، اکسنده ضعیف‌تری است.
- E° مثبت تر $\leftarrow$ گونه کاهنده، کاهنده ضعیف‌تری است.
- E° منفی تر $\leftarrow$ گونه اکسنده، اکسنده قوی‌تری است.

نکته مهم: برای مقایسه قدرت اکسندگی، گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش کاهش و برای مقایسه قدرت کاهندگی، گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش کاهش را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلز که در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند به ترتیب بیشتر از قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلزی است که در سمت فرآورده‌ها قرار دارند.

در سری الکتروشیمیایی ظرفی از جنس فلز راست بالا، برای نگهداری محلول حاوی کاتیون‌های چپ پایین‌تر مناسب است.



سلول گالوانی	سلول الکترولیتی
انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.	انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.
یک واکنش شیمیایی در جهت طبیعی پیش می‌رود.	با اعمال یک ولتاژ بیرونی یک واکنش «اکسایش - کاهش» دلخواه انجام می‌شود.
دارای دو الکترولیت است که توسط دیواره‌ای متخلخل از هم جدا شده‌اند (الکترولیت‌ها حاوی کاتیون‌هایی از جنس الکترودها هستند).	دو الکتروود درون یک الکترولیت قرار گرفته‌اند (الکترولیت یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است).
آند، قطب منفی و کاتد، قطب مثبت است.	آند قطب مثبت و کاتد، قطب منفی است.
معمولاً الکترودهای آند و کاتد در واکنش شرکت می‌کنند.	معمولاً الکترودهای آند و کاتد بی‌اثرند و در واکنش شرکت نمی‌کنند.
اکسایش در آند و کاهش در کاتد انجام می‌شود.	
جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.	
کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند مهاجرت می‌کنند.	

تفاوت‌ها

شباهت‌ها

شیمی‌دان‌ها، SHE را به عنوان مبنا انتخاب کردند و پتانسیل آن را برابر صفر در نظر گرفتند.

شامل یک الکتروود پلاتینی (Pt) است.

دارای محلول یک مولار از یون‌های H^+ در دمای $25^\circ C$ است که گاز هیدروژن با فشار 1 atm درون این نیم‌سلول‌ها وجود دارد.

نیم‌سلول استاندارد هیدروژن (SHE)

SHE

فلز لیتیم در فناوری‌های جدید ساخت باتری، فلز Li دارای نقش مهمی است؛ زیرا لیتیم کم‌ترین چگالی و E° را در میان فلزها دارد. باتری‌های لیتیومی می‌توانند قابل شارژ و یا غیر قابل شارژ باشند، اما همه باتری‌ها، از لیتیم ساخته نمی‌شوند؛ مثل باتری‌های دگمه‌ای روی - نقره ($Zn - Ag$)



سلول سوختی، نوعی سلول گالوانی است که افزون بر کارایی بیشتر، رد پای CO_2 را کاهش می‌دهد.

سوزاندن هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰٪ دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی، بازدهی را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.

سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن»

گاز H_2 به صورت غیرمستقیم و کنترل‌شده با O_2 واکنش داده و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی این واکنش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

سلول سوختی اجزا:
 الکتروآند
 الکتروکاتد
 دارای کاتالیزگرهایی که به نیم‌واکنش‌ها سرعت می‌بخشند.
 غشای مبادله‌کننده یون H^+

جهت حرکت e^- ها از آند به کاتد و از طریق مدار بیرونی (رسانای الکترونی) و جهت حرکت H^+ ها در غشای مبادله‌کننده (رسانای یونی) به سمت کاتد است.

نیم‌واکنش اکسایش: $(\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^-) \times 2; E^\circ = 0 \text{ V}$

نیم‌واکنش کاهش: $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g}); E^\circ = 1/23 \text{ V}$

واکنش کلی: $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g}); E^\circ = 1/23 \text{ V}$

سلول سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کند.
 حالت گازی

سلول سوختی «متان - اکسیژن» معادله کلی واکنش انجام‌شده:



انجام در سلول‌های الکترولیتی و با عبور

جریان الکتریکی و تبدیل مولکول‌های آب، به عناصر سازنده

برقکافت آب
 حجم گاز H_2 تولیدشده در اطراف کاتد، ۲ برابر حجم گاز O_2 تولیدشده در اطراف آند است.

در محلول پیرامون آند، $\text{pH} \downarrow$ و در محلول پیرامون کاتد، $\text{pH} \uparrow$ می‌یابد.

فلز سدیم را می‌توان از برقکافت سدیم

کلرید مذاب (نه محلول!) در یک سلول الکترولیتی تهیه کرد.

برقکافت سدیم کلرید
 فلز سدیم در سمت کاتدی (قطب -) و گاز زردرنگ Cl_2 در سمت آندی (قطب +) تولید می‌شود.

نیم‌واکنش اکسایش: $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$

نیم‌واکنش کاهش: $(2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2\text{OH}^-(\text{aq})) \times 2$

واکنش کلی: $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g})$

نیم‌واکنش اکسایش: $2\text{Cl}^-(\text{l}) \rightarrow \text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^-$

نیم‌واکنش کاهش: $2\text{Na}^+(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Na}(\text{l})$

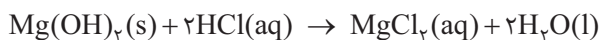
واکنش کلی: $2\text{Na}^+(\text{l}) + 2\text{Cl}^-(\text{l}) \rightarrow 2\text{Na}(\text{l}) + \text{Cl}_2(\text{g})$
 $2\text{NaCl}(\text{l})$



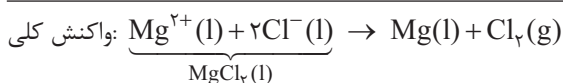
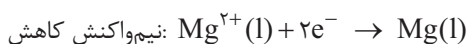
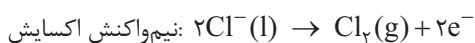
در صنعت، فلز Mg را از برقکافت منیزیم کلرید مذاب (نه محلول!) تهیه می کنند که یکی از منابع فلز منیزیم، آب دریاست.



مرحله ۲) عبور از صافی و واکنش با یک اسید قوی (HCl)



تهیه فلز منیزیم ← مرحله ۳) ابتدا خشک کردن MgCl_2 و سپس ورود مذاب آن به سلول الکترولیتی:



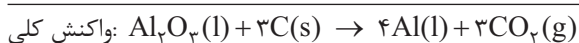
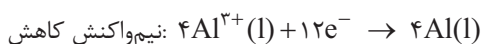
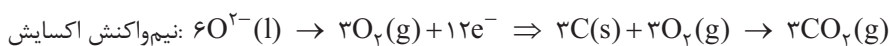
نکته مهم: چگالی: $\text{Mg}(\text{l}) < \text{MgCl}_2(\text{l})$

Al، فلز فعالی است که به سرعت در هوا اکسید می شود اما این فلز با تشکیل لایه چسبنده و متراکم Al_2O_3 ، از ادامه اکسایش جلوگیری می کند و خورده نمی شود.

فرایند هال ← رایج ترین روش تولید Al که در سلول الکترولیتی با آند و کاتد از جنس گرافیت انجام می شود.

فرایند هال ← آند (قطب +)، میل های گرافیتی داخل الکترولیت / کاتد (قطب -)، پدنه گرافیتی و کف سلول

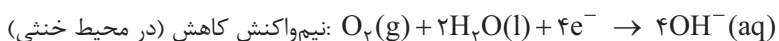
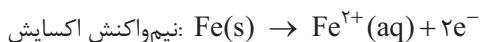
فرایند هال ← نکته مهم: چگالی: $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{l}) < \text{Al}(\text{l})$



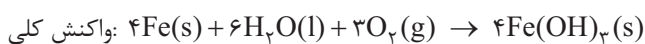
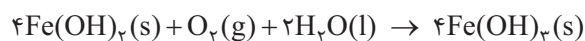
تولید قوطی های آلومینیومی از قوطی های کهنه، تنها به ۷٪ انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

O_2 ، چون یک کاهنده قوی است، در دمای بالا در آند فرایند هال با الکتروآند (گرافیت) واکنش داده و گاز CO_2 تولید می کند.

فرایند خوردگی آهن، یک سلول گالوانی تشکیل می شود که قسمت های گوناگون سطح آهن، آند و کاتد و قطره آب، محلول الکترولیت را تشکیل می دهند:



خوردگی آهن ← یون های Fe^{2+} تولید شده در آند، وارد بخش کاتدی شده و در آن جا به صورت $\text{Fe}(\text{OH})_2$ رسوب می کنند. این رسوب دوباره با آب و اکسیژن واکنش داده و به زنگ آهن تبدیل می شود.



نکته مهم: در محیط اسیدی، نیم واکنش کاهش به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^{+}(\text{aq}) + 4\text{e}^{-} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ انجام می شود

که E° بزرگ تری نسبت به نیم واکنش کاهش محیط خنثی داشته و سبب افزایش سرعت زنگ زدن آهن می شود.



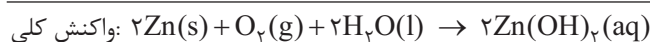
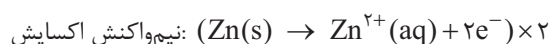
در روش حفاظت کاتدی، فلز با E° کوچکتر (منفی تر) آند بوده و دچار خوردگی می شود اما فلز با E° بزرگتر (مثبت تر) کاتد بوده و در سطح آن، واکنش کاهش اکسیژن صورت می گیرد اما خود فلز خورده نمی شود.

حفاظت کاتدی نیمه واکنش کاهش در حفاظت کاتدی مشابه نیمه واکنش کاهش در خوردگی آهن است که در هر دو حالت، اکسیژن کاهش می یابد.

ورقه آهنی با پوششی از فلز روی - کاربرد در ساخت تانکر آب و کانال کولر

قبل از ایجاد خراش فلز روی به عنوان پوشش، مانع از ورود رطوبت و اکسیژن به سطح آهن می شود

آهن گالوانیزه (سفید) با ایجاد خراش فلز روی خورده می شود تا از خورده شدن فلز آهن جلوگیری کند (حفاظت کاتدی).



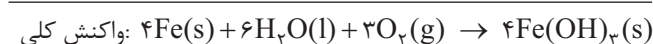
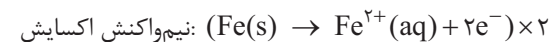
ورقه آهنی پوشیده شده با لایه نازک قلع - کاربرد در ساخت قوطی کنسرو روغن نباتی

قبل از ایجاد خراش حفاظت فلز قلع از آهن به عنوان پوشش

بعد از ایجاد خراش آهن به دلیل E° کوچکتر (منفی تر) از قلع، به عنوان آند اکسایش یافته و خورده می شود.

قوطی های حلبی در اثر خراش زودتر دچار خوردگی می شوند.

برای ساخت ظروف بسته بندی مواد غذایی از حلبی استفاده می شود و از آهن سفید نباید استفاده کرد.



پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی، آبکاری نام دارد که در سلول های الکترولیتی انجام می شوند.

آبکاری

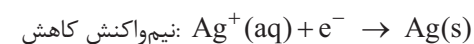
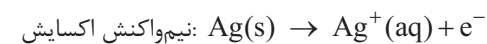
فلز پوشاننده (نقره) در آند خورده شده و به صورت یون (Ag^+) وارد محلول الکترولیت می شود.

کاتیون های فلز پوشاننده (Ag^+) در کاتد کاهش یافته و روی جسم مورد نظر (جسم فولادی) می نشیند.

الکترولیت باید حاوی کاتیون های فلز آند (Ag^+) باشد.

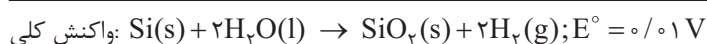
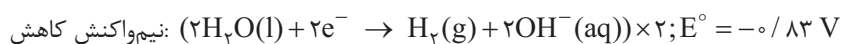
جسمی که به عنوان کاتد (فولاد) قرار است توسط فلز نقره پوشیده شود، باید رسانای جریان برق باشد.

آبکاری یک فلز فولادی با فلز نقره





برای انجام فرایندهای اکسایش و کاهش از نور استفاده می‌کنند. نمونه‌ای از آن‌ها برای تهیه گاز H_2 به کار می‌رود:



سلول‌های نور الکتروشیمیایی

مزایا:

(۱) استفاده از نور خورشید، ارزان است.

(۲) آلودگی کم‌تری تولید می‌شود.

عدد اکسایش عنصرها در حالت آزاد برابر صفر و در حالت یون تک‌اتمی برابر بار آن‌هاست.

عدد اکسایش فلزها در ترکیب‌ها: فلزهای گروه (۱) برابر (+۱)، فلزهای گروه (۲) برابر (+۲) و Al برابر (+۳)

عدد اکسایش فلزها در ترکیب‌های مختلف آن، برابر (-۱) است.

عدد اکسایش هیدروژن معمولاً برابر (+۱) است. به جز در ترکیب نافلزها که برابر (-۱) است.

عدد اکسایش اکسیژن، معمولاً برابر (-۲) است؛ به جز در ترکیب‌های: OF_2 ، $HO\dot{F}$ ، $\overset{+2}{O}F_2$ و $\overset{-1}{O}_2F_2$ و $\overset{+1}{O}_2F_2$

مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک مولکول، برابر صفر و در یک یون چنداتمی برابر با بار یون است.

(۲) مسائل

در واکنش‌های «اکسایش - کاهش»، برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

ضریب گونه کاهنده $\times$ زیروند گونه کاهنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده
یا
ضریب گونه اکسنده $\times$ زیروند گونه اکسنده $\times$ میزان تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده

محاسبه نیروی الکتروموتوری (emf) یک سلول گالوانی: $emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{سلول})$

برای محاسبه تغییر جرم آند و کاتد در سلول‌های گالوانی، ابتدا واکنش انجام‌شده را نوشته و سپس با استفاده از روش کسرهای تناسب یا کسرهای تبدیل، مسئله را حل می‌کنیم:

$$\frac{\text{شمار } e^- \text{ مبادله‌شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}} \times N_A = \frac{\text{مول } e^- \text{ مبادله‌شده}}{\text{ضریب } e^- \text{ در واکنش}}$$

وقتی تیغه‌ای را وارد محلول یونی با خاصیت اکسندگی بیشتر می‌کنیم، تغییر جرم تیغه برابر است با:

$$| \text{جرم فلز کاتدی کاهش‌یافته} - \text{جرم فلز آندی اکسایش‌یافته} | = \text{تغییر جرم تیغه}$$

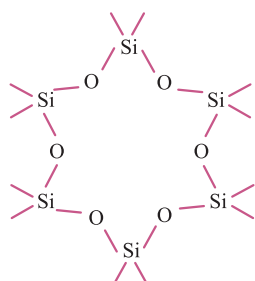
اگر همه رسوب تشکیل‌شده روی تیغه قرار گیرد، می‌توانیم از کسر تناسب زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{(\text{جرم مولی فلز کاهنده} \times \text{ضریب}) - (\text{جرم مولی یون اکسنده} \times \text{ضریب})} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}$$

فصل ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری

سیلیس (SiO_2)

- یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و شن و ماسه است.
- فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین به شمار می‌رود.
- کوآرتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص آن است.
- جزء جامدهای کووالانسی است؛ به همین دلیل دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد.
- به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- در ساختار آن، فقط پیوندهای اشتراکی $\text{Si}-\text{O}$ وجود دارد.
- در ساختار آن هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن متصل است و اتم‌های سیلیسیم در آن با پل‌های $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$ به دیگر واحدها متصل می‌باشند.
- از حلقه‌های چندضلعی ساخته شده و در همه حلقه‌ها، شمار اتم‌های سیلیسیم با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است.



- Si (شبه فلزی از خانواده کربن) در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس یافت می‌شود.
- سیلیسیم، رسانایی گرمایی بالا، ولی رسانایی الکتریکی اندکی دارد؛ براق، صیقلی و شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود. این عنصر، عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است.
- از دو عنصر C و Si تاکنون یون تک‌اتمی مشاهده نشده است.
- مطابق شکل مقابل در ساختار سیلیس، هر اتم سیلیسیم با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم اکسیژن دیگر متصل است و هر اتم اکسیژن با دو پیوند اشتراکی به ۲ اتم سیلیسیم متصل است.
- با توجه به استحکام بیشتر پیوند $\text{Si}-\text{O}$ در مقایسه با پیوند $\text{Si}-\text{Si}$ ، سیلیسیم در طبیعت به صورت خالص یافت نشده و به طور عمده، به صورت سیلیس یافت می‌شود. میانگین آنتالپی پیوند: $\text{Si}-\text{O} < \text{Si}-\text{Si}$ ← پایداری: $\text{Si} < \text{SiO}_2$



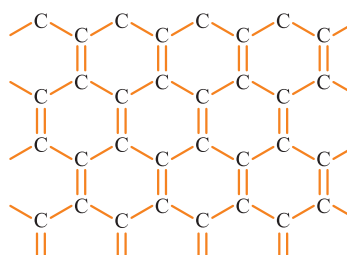
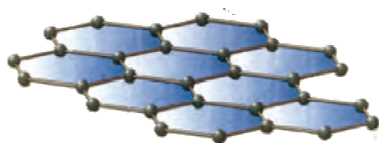
- دگرشکل (آلوتروپ) های کربن -

ویژگی	آلوتروپ	الماس	گرافیت
نماد و عنصر تشکیل دهنده	کربن	کربن	کربن
نوع جامد	کووالانسی سه بعدی	کووالانسی دو بعدی	کووالانسی دو بعدی
رنگ	شفاف	تیره	تیره
سختی یا نرمی	بسیار سخت	نرم	نرم
نقطه ذوب	بالا	ندارد	ندارد
رسانایی الکتریکی	کاربردها	مغز مداد و الکتروود	اشتراکی
نوع پیوند میان اتم ها	تعداد پیوندهای هر اتم کربن	طول پیوند کربن - کربن	آنتالپی پیوند کربن - کربن
شمار اتم های متصل شده به هر اتم کربن	چگالی	پایداری	قدرمطلق آنتالپی سوختن و ارزش سوختی
گرمای ویژه	کمتر	بیشتر	کمتر

- گرافن -

۱) گرافن، تک لایه ای از گرافیت است که در آن، اتم های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه های شش گوشه تشکیل داده اند. چنین ساختاری با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه ای دارد؛ به طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

۲) ساختار گرافن به صورت زیر است:



۳) در ساختار گرافیت و گرافن، حدود یک سوم از پیوندهای کربن - کربن دوگانه بوده و الباقی پیوندها یگانه هستند. این در حالی است که در ساختار الماس، همه پیوندهای کربن - کربن یگانه هستند.

۴) ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است؛ پس انتظار می رود که گرافن شفاف و انعطاف پذیر باشد.

۵) گرافن نیز یک جامد کووالانسی دو بعدی است که مانند گرافیت، رسانای جریان برق است.

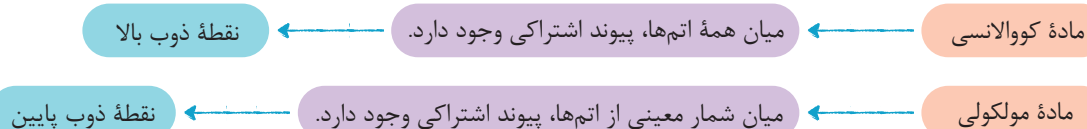
– سیلیسیم کرید –

- ۱ سیلیسیم کرید با فرمول شیمیایی SiC ، یک سایندۀ ارزان قیمت است که در دستۀ جامدهای کووالانسی قرار می گیرد.
- ۲ سیلیسیم کرید، ساختاری مشابه الماس و سیلیسیم دارد و از آن در تهیه سنباده استفاده می شود.
- ۳ در ساختار SiC ، اطراف هر اتم Si ، ۴ اتم C و اطراف هر اتم C ، ۴ اتم Si وجود دارد.
- ۴ این ماده یک جامد کووالانسی سه بعدی محسوب می شود.
- ۵ مقایسۀ سختی و نقطۀ ذوب جامدهای کووالانسی با ساختار مشابه:

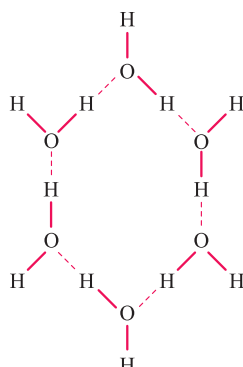
سیلیسیم > سیلیسیم کرید > الماس :سختی

سیلیسیم > سیلیس > سیلیسیم کرید > الماس :نقطۀ ذوب

– مقایسۀ مواد مولکولی و کووالانسی –



یخ ($\text{H}_2\text{O(s)}$):



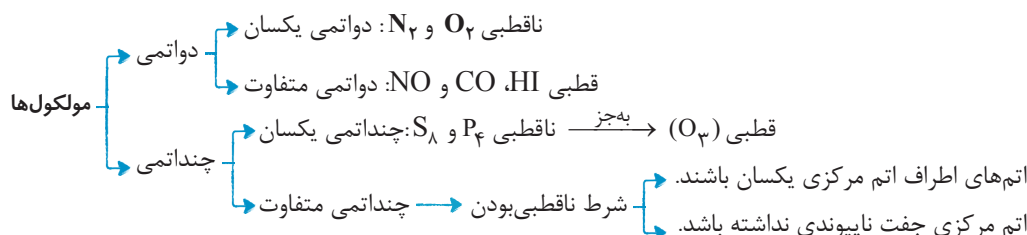
- ۱ آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه های شش گوشه
- ۲ هر اتم اکسیژن، به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن از مولکول های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.
- ۳ در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۴ پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- ۴ اتم های اکسیژن در رأس حلقه های شش ضلعی قرار دارند و در این حلقه های شش ضلعی، هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی و یک پیوند هیدروژنی است. (دقت کنید که در ساختار سیلیس، همه اتمها با پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده اند.)
- ۵ هر یک از حلقه های شش ضلعی، شامل ۶ پیوند اشتراکی و ۶ پیوند هیدروژنی، یعنی مجموعاً ۱۲ پیوند است.

– رفتار مولکولها و توزیع الکترون –

- ۱ در نقشۀ پتانسیل الکترواستاتیکی، به اتمی که تراکم بار الکتریکی روی آن بیشتر است، بار جزئی منفی (δ^-) و به اتم دیگر، بار جزئی مثبت نسبت (δ^+) می دهند.
- ۲ گشتاور دوقطبی مولکول های قطبی دارای باز جزئی مثبت و منفی بزرگتر از صفر است و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.
- ۳ ترتیب داده شده را برای اتم های δ^- را حفظ کنید:



– شناسایی سریع مولکول های قطبی و ناقطبی –





- بررسی مولکول‌های دواتمی -

از دواتم متفاوت تشکیل شده‌اند (مانند HCl ، NO و CO)

تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های سازنده آن‌ها یکسان نیست.

احتمال حضور الکترون‌های پیوندی اطراف هسته اتمی با خاصیت نافلزی بیشتر، بیشتر است.

قطبی هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها بزرگ‌تر از صفر است.

در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

مولکول‌های
دواتمی
ناجور هستهاز دواتم یکسان تشکیل شده‌اند (مانند O_2 ، Cl_2 و N_2)

احتمال حضور الکترون‌های پیوندی در فضای بین دو هسته بیشتر است.

توزیع الکترون‌ها در آن‌ها، یکنواخت و متقارن است.

گشتاور دوقطبی آن‌ها صفر است و مولکول‌های ناقطبی هستند.

در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

مولکول‌های
دواتمی
جور هسته

- بررسی کامل برخی از مولکول‌های مهم -

نام ترکیب	آب	کربن دی‌اکسید	اتین	کربنیل سولفید	گوگرد تری‌اکسید	آمونیاک
فرمول ترکیب	H_2O	CO_2	C_2H_2	SCO	SO_3	NH_3
نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی						
نوع ساختار	سه‌اتمی غیرخطی (شکل V)	سه‌اتمی خطی	چهاراتمی خطی	سه‌اتمی خطی	چهاراتمی مسطح (مثلی شکل)	چهاراتمی غیرمسطح
قطبی	✓	×	×	✓	×	✓
دلیل قطبیت	وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی	-	-	اتصال اتم‌های متفاوت به اتم مرکزی	-	وجود الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی

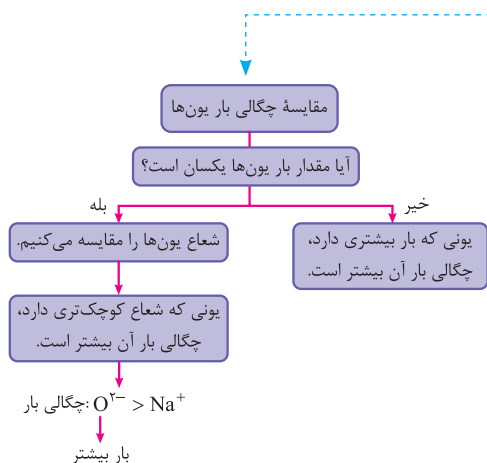
- عدد کوئوردیناسیون -

۱ در ترکیب‌های یونی به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند.

۲ بار کاتیون α عدد کوئوردیناسیون کاتیون $\equiv$ شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام پیرامون هر کاتیونبار کاتیون α عدد کوئوردیناسیون آنیون $\equiv$ شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام پیرامون هر آنیون
$$\frac{\text{شمار کاتیون در فرمول شیمیایی}}{\text{شمار آنیون در فرمول شیمیایی}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{شمار آنیون در فرمول شیمیایی}}{\text{شمار کاتیون در فرمول شیمیایی}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}$$

۳ عدد کوئوردیناسیون یون‌ها در شبکه بلور، به اندازه نسبی کاتیون‌ها و آنیون‌ها و در نتیجه ساختار کلی شبکه بلور بستگی دارد.

مقایسه شعاع یونها و چگالی بار یون



۱ شعاع اتم‌ها در یک دوره با افزایش شماره گروه کاهش یافته و همچنین در یک گروه با افزایش شماره دوره، شعاع اتم‌ها افزایش می‌یابد.

۲ برای مقایسه شعاع یون‌هایی با تعداد الکترون یکسان (یون‌های هم‌الکترون)، یونی که تعداد پروتون کم‌تری در ساختار هسته خود دارد، شعاع بیشتری دارد؛ زیرا جاذبه هسته بر آخرین لایه الکترونی آن کم‌تر می‌شود.

۳ به طور کلی آنیون‌ها اندازه‌ای بیشتر از اتم خنثای خود دارند و کاتیون‌ها در مقایسه با اتم خنثای خود، کوچک‌تر هستند.

۴ در زیر به مقایسه اندازه شعاع و چگالی بار یون‌های گروه ۱ و ۲ از دوره‌های دوم و سوم جدول دوره‌ای می‌پردازیم:

شعاع یون: $K^+ > Na^+ > Ca^{2+} > Mg^{2+}$

چگالی بار یون: $Mg^{2+} > Ca^{2+} > Na^+ > K^+$

۵ اکنون به مقایسه اندازه شعاع و چگالی بار یون‌های گروه ۱۶ و ۱۷ از دوره دوم و سوم می‌پردازیم:

شعاع یون: $S^{2-} > Cl^- > O^{2-} > F^-$

چگالی بار یون: $O^{2-} > S^{2-} > F^- > Cl^-$

آنتالپی فروپاشی

۱ گرمای مصرف‌شده (تولیدشده) در فشار ثابت برای تبدیل یک مول (نه یک گرم) از شبکه بلوری یک ترکیب یونی جامد به یون‌های (نه اتم‌های) گازی مجزا را آنتالپی فروپاشی شبکه می‌نامند و آن را با $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ نمایش می‌دهند. به طور مثال آنتالپی واکنش زیر، فروپاشی ΔH سدیم کلرید است:



۲ فروپاشی ΔH همواره مثبت (فرایندی گرماگیر) است.

۳ هرچه چگالی بار یون‌های سازنده یک شبکه یونی بیشتر باشد، انرژی لازم برای فروپاشی آن شبکه بیشتر است.

۴ برای مقایسه آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

۱) هرچه مجموع قدر مطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ شبکه آن بزرگ‌تر است.

۲) در صورت برابر بودن مجموع قدر مطلق بار یون‌ها، شعاع یون‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. ترکیبی که دارای شعاع یون‌های کوچک‌تری باشد، $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ بالاتری دارد. برای مثال، داریم:



۵ نمودار زیر، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور هالیدهای فلزات قلیایی را مقایسه می‌کند:



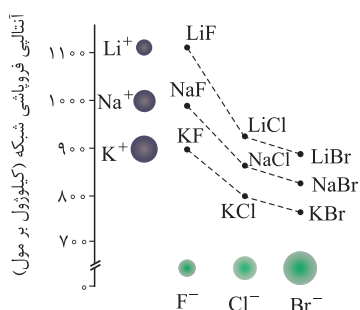
۶ با افزایش شعاع کاتیون فلزهای قلیایی، آنتالپی فروپاشی شبکه و چگالی بار آن‌ها کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه آنتالپی فروپاشی هالید آن‌ها (MX)، کاهش می‌یابد.

برای مثال: $LiX > NaX > KX$: آنتالپی فروپاشی شبکه

۷ با افزایش شعاع آنیون هالید، آنتالپی فروپاشی شبکه کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه آنتالپی فروپاشی هالیدهای یک فلز قلیایی (MX) کاهش می‌یابد.

برای مثال: $MF > MCl > MBr$: آنتالپی فروپاشی شبکه

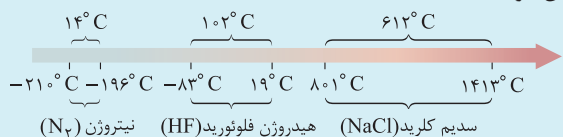
۸ تفاوت فروپاشی ΔH شبکه بلور یونی هالیدهای فلزات قلیایی با افزایش شعاع هالوژن کاهش می‌یابد. هم‌چنین تفاوت آنتالپی LiX و NaX بیشتر از تفاوت آنتالپی NaX و KX است، زیرا تفاوت شعاع یون Li^+ و Na^+ بیشتر از تفاوت شعاع Na^+ و K^+ است.



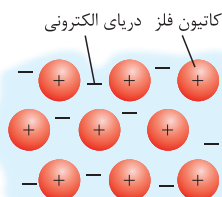


نکته مهم

- بالا بودن نقطه ذوب و جوش ترکیب‌های یونی، از جمله ویژگی‌های مهم این مواد است.
- به طور کلی هرچه نیروهای جاذبه میان ذرات سازنده یک ماده قوی‌تر باشد، تفاوت دمای جوش و ذوب ماده مورد نظر، بیشتر بوده و در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است.



فلزها، عنصرهایی شکل‌پذیر با جلای زیبا -



- ۱ شکل مقابل یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی (نه رفتارهای شیمیایی) آن‌ها ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:
- ۲ بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم (الکترون لایه ظرفیت)، دریایی را ساخته و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

- ۳ در مدل دریای الکترونی، به دلیل حرکت آزادانه الکترون‌ها، نمی‌توان هر الکترون موجود در بلور فلز را تنها متعلق به یک اتم معین دانست.
- ۴ دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را به دلیل جاذبه‌ای که با آن‌ها ایجاد می‌کند، در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند. هم‌چنین این الکترون‌ها هستند که باعث خاصیت چکش‌خواری و رسانایی الکتریکی فلزات می‌شوند.
- ۵ با وارد شدن یک نیروی خارجی مثل ضربه به بلور ترکیب یونی، لایه‌های سازنده این ترکیب جابه‌جا شده و یون‌های هم‌نام موجود در آن مقابل هم قرار می‌گیرند. در چنین شرایطی، نیروی دافعه ایجاد شده میان یون‌های هم‌نام باعث شکستن شبکه بلور و جدا شدن قطعات آن از هم می‌شوند؛ بنابراین جامدهای یونی شکننده هستند.

- وانادیم -

- ۱ وانادیم یک عنصر از دسته d است که اعداد اکسایش متفاوتی دارد و با عددهای اکسایش متفاوت، رنگ‌های متفاوتی در محلول‌های خود دارد:

محلولی از نمک وانادیم (II)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلول
بنفش	سبز	آبی	زرد	رنگ محلول
$[_{18}Ar]3d^3$	$[_{18}Ar]3d^2$	وانادیوم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	وانادیوم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	آرایش الکترونی وانادیوم

- ۲ با افزودن مقدار کافی گرد Zn به محلول نمک وانادیم، با اکسایش Zn و مشاهده تغییر رنگ محلول، می‌توان عدد اکسایش وانادیم در محلول ایجاد شده را تشخیص داد.
- ۳ یون وانادیم (V) که عدد اکسایش وانادیم در آن برابر +۵ (بالاترین عدد اکسایش) است، تنها قادر به دریافت الکترون و کاهش یافتن می‌باشد؛ بنابراین فقط نقش اکسند را دارد.

- تیتانیم، فلزی فراتر از انتظار -

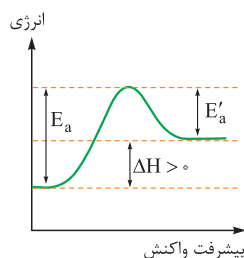
- ۱ در میان عنصرهای دسته d از دوره چهارم جدول تناوبی، تیتانیم (Ti) با ویژگی‌های باورنکردنی، فلزی فراتر از انتظار است. ماندگاری و استحکام مناسب از جمله این ویژگی‌ها است.

۲ جدول زیر برخی ویژگی‌های تیتانیوم را با فولاد زنگ‌نزن مقایسه می‌کند:

فولاد	مقایسه	تیتانیوم	ماده ویژگی
۱۵۳۵	<	۱۶۶۷	نقطه ذوب ($^{\circ}\text{C}$)
۷/۹۰	>	۴/۵۱	چگالی (g.mL^{-1})
متوسط	>	ناچیز	واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
ضعیف	<	عالی	مقاومت در برابر خوردگی
عالی	$\approx$	عالی	مقاومت در برابر سایش

فصل ۴ دوازدهم: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر

انرژی فعال‌سازی (E_a) در واکنش‌های شیمیایی -



۱ به حداقل مقدار انرژی داده‌شده به واکنش‌دهنده‌ها برای آغاز واکنش‌های شیمیایی انرژی فعال‌سازی (E_a) می‌گویند و با یکای کیلوژول گزارش می‌کنند. همه واکنش‌های شیمیایی صرف نظر از این که گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغازشدن به انرژی فعال‌سازی نیاز دارند.

واکنش‌های شیمیایی گرماگیر

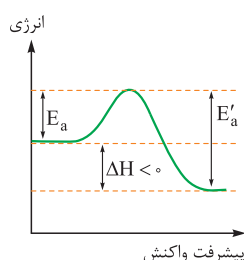
سطح انرژی: قله نمودار < فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها
 $E_a > \Delta H$

پایداری: قله نمودار > فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

واکنش‌های شیمیایی گرماده

سطح انرژی: قله نمودار < واکنش‌دهنده‌ها < فراورده‌ها
 $E_a < |\Delta H|$ یا $E_a > |\Delta H|$

پایداری: قله نمودار > واکنش‌دهنده‌ها > فراورده‌ها



هرچه انرژی فعال‌سازی (E_a) بیشتر ← سرعت واکنش کمتر

هرچه انرژی فعال‌سازی (E_a) کمتر ← سرعت واکنش بیشتر

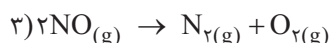
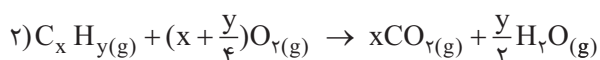
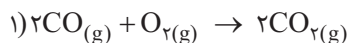
کاتالیزگر

- ۱ کاتالیزگرها اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند و در شرایط انجام واکنش باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشند.
- ۲ کاتالیزگر با تغییر مسیر واکنش (نه الزاماً کوتاه کردن آن!)، مقدار انرژی فعال‌سازی را کاهش داده و سبب می‌شود واکنش‌دهنده‌ها سریع‌تر به فراورده تبدیل شوند، اما توجه داریم که در حضور کاتالیزگر آنتالپی واکنش ثابت مانده و تغییر نمی‌کند.
- ۳ در میان عوامل مؤثر بر سرعت واکنش، تنها کاتالیزگر می‌تواند انرژی فعال‌سازی و شکل نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» را تغییر دهد.
- ۴ در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت و برگشت، به یک اندازه (نه به یک نسبت!) کاهش می‌یابد.



– مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی –

۱) آلاینده‌های مختلف با عبور از قطعه‌ای که بر سر راه خروج آن‌ها از اگزوز خودرو قرار دارد، در واکنش‌های مختلفی شرکت کرده و به فرآورده‌هایی کم‌خطر تبدیل می‌شوند. معادله این واکنش‌ها به صورت زیر است:



۲) واکنش‌های بالا، مقدار E_a بالایی دارند.

۳) میزان اثرگذاری مبدل کاتالیستی در رابطه با آلاینده‌های مختلف به صورت زیر است:

۱) ترتیب میزان آلاینده‌های خارج‌شده از خودرو در غیاب مبدل کاتالیستی: $CO > C_xH_y > NO$

۲) ترتیب میزان آلاینده‌های خارج‌شده از خودرو در حضور مبدل کاتالیستی: $CO > C_xH_y > NO$

۳) پس مقدار کاهش آلاینده بر حسب گرم، در حضور مبدل کاتالیستی به صورت: $CO > C_xH_y > NO$ و درصد کاهش آلایندگی در

حضور مبدل کاتالیستی به صورت: $NO(96/1\%) > C_xH_y(95/8) > CO(89/8)$

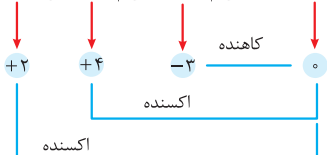
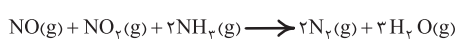
●●● نکته مهم

مبدل کاتالیستی بر ترتیب میزان آلاینده از نظر مقدار تأثیری ندارد.

۴) در ساختار مبدل‌های کاتالیستی، یک قطعهٔ سرامیکی وجود دارد. در سطح این قطعه که به شکل توری به کار می‌رود، فلزهای رودیم (Rh) (دورهٔ ۵ و گروه ۹)، پالادیوم (Pd) (دورهٔ ۵ و گروه ۱۰) و پلاتین (Pt) (دورهٔ ۶ و گروه ۱۰) به عنوان کاتالیزگر نشانده شده است. این فلزها E_a واکنش‌های انجام‌شده در مبدل را کاهش می‌دهند.

۵) در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

– مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی –



۱) این مبدل در برخورد با گازهای C_xH_y و CO ، مشابه به مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی رفتار می‌کند.

۲) در مبدل کاتالیستی مخصوص خودروهای دیزلی، با ورود آمونیاک و انجام واکنش مقابل، گازهای NO و NO_2 به گاز N_2 تبدیل شده و تا حدود زیادی (نه به طور کامل) از ورود آلاینده‌های NO و NO_2 به هواکره جلوگیری می‌شود.

●●● نکته مهم

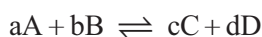
در قسمت ورودی این نوع مبدل کاتالیستی، ۴ آلاینده وجود دارد و در قسمت خروجی این مبدل نوع کاتالیستی، ۳ گاز (CO_2 ، H_2O ، N_2) وجود دارد. (دقت کنید که دیگر O_2 در خروجی این نوع مبدل کاتالیستی وجود ندارد!)

– واکنش‌های تعادلی –

واکنش‌های تعادلی، نوع خاصی از واکنش‌های برگشت‌پذیرند که در شرایط مناسب در آن‌ها، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است و غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش ثابت (نه برابر!) می‌ماند!

ثابت تعادل

۱) تولید فراوردهٔ بیشتر در شرایط معین، به میزان پیشرفت واکنش در آن شرایط بستگی دارد. به عبارت دیگر، در یک شرایط معین هر چه میزان پیشرفت واکنش بیشتر باشد، درصد بیشتری از واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌ها تبدیل می‌شوند.



۲ برای واکنش کلی داده شده عبارت ثابت تعادل به صورت مقابل نوشته می شود:

$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

نکته مهم

- یکای K برابر است با $(\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n}$: مجموع توان مخرج - مجموع توان صورت Δn
- در رابطه ثابت تعادل، فقط مقادیر غلظت های تعادلی (نه غلظت های اولیه!) قرار داده می شود.
- در رابطه ثابت تعادل، حتماً باید غلظت های تعادلی گونه ها بر حسب مول بر لیتر قرار داده شود!
- مقدار عددی ثابت تعادل فقط تابع دما است، به طوری که در هر دمای معین یک عدد خاص بوده و فقط با تغییر دما تغییر می کند؛ بنابراین واکنش های تعادلی در دمای ثابت برقرار می شوند.

- اصل لوشاتلیه -

اثر تغییر غلظت بر تعادل:

۱ هنگامی که در دمای ثابت، غلظت یکی از مواد شرکت کننده (گازی (g) یا محلول (aq)) در سامانه تعادلی افزایش یابد، واکنش در جهت مصرف آن ماده تا حد امکان پیش می رود تا به تعادل جدیدی برسد. در نقطه مقابل، اگر غلظت یکی از مواد شرکت کننده در سامانه تعادلی کاهش یابد، واکنش در جهت تولید آن ماده تا حد امکان پیش می رود تا به تعادل جدیدی برسد. توجه داریم که طی این جابه جایی، مقدار K واکنش ثابت می ماند.

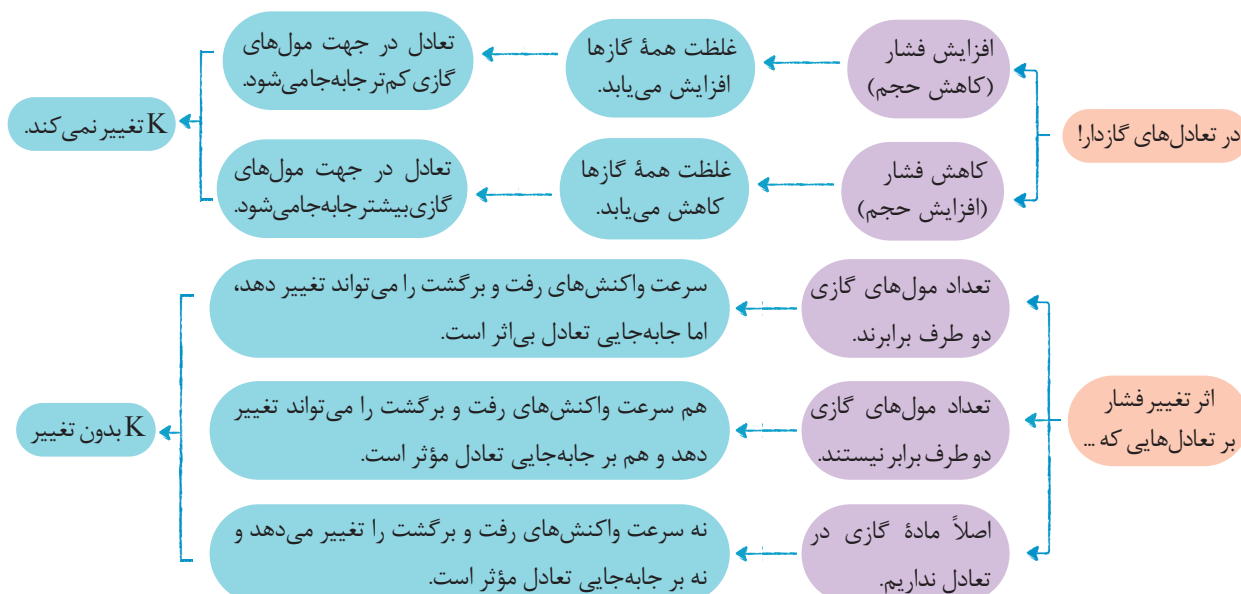
۲ تغییر غلظت مواد جامد (s) و مایع (l) موجب جابه جایی تعادل نمی شود.

۳ اگر عبارت K فقط شامل یک ماده گازی (g) و یا محلول (aq) باشد، تغییر اعمال شده به طور کامل جبران می شود.

۴ اگر عبارت K شامل چند ماده گازی (g) و محلول (aq) باشد، تغییر اعمال شده به طور کامل جبران نمی شود و بر فرض اگر غلظت ماده ای را افزایش دهیم، تعادل در جهت مصرف آن پیش می رود، اما غلظت آن ماده در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه باقی می ماند.

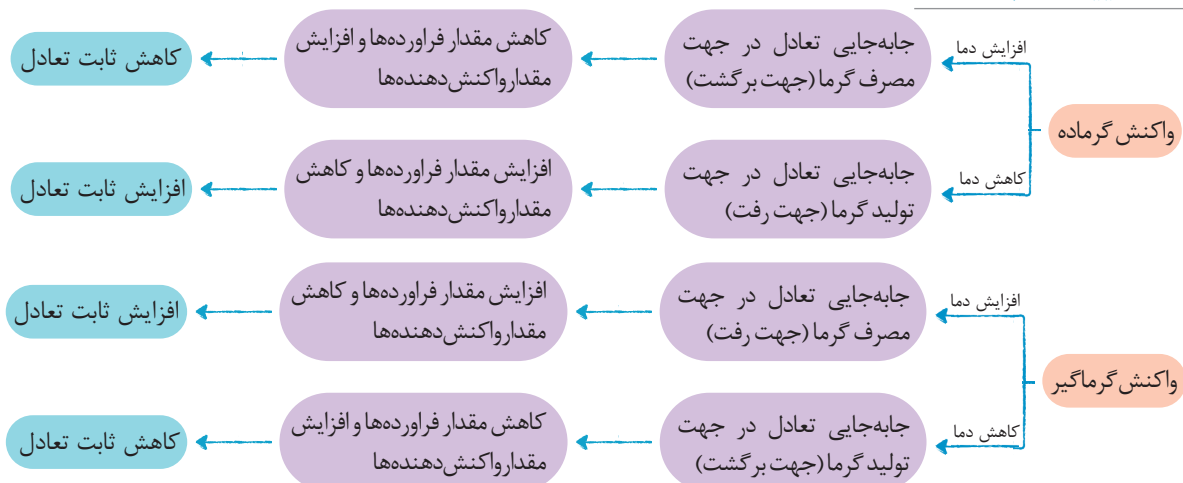
۵ با افزایش غلظت یکی از اجزای واکنش، سرعت واکنش های رفت و برگشت در تعادل جدید برابر، اما بیشتر از تعادل اولیه است و با کاهش یا افزایش غلظت یکی از اجزای واکنش، سرعت واکنش های رفت و برگشت در تعادل جدید برابر، اما کمتر از تعادل اولیه است.

اثر تغییر حجم (تغییر فشار) بر تعادل





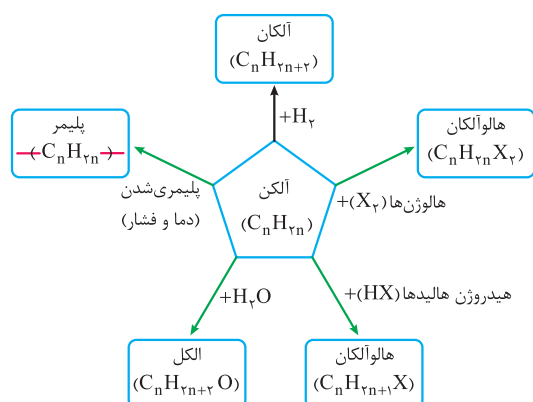
اثر تغییر دما بر تعادل



● با افزایش دما، سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت افزایش می یابد، اما سرعت واکنش در جهت مصرف Q بیشتر افزایش می یابد و این باعث جابه جایی تعادل در جهت مصرف Q می شود. در تعادل جدید، سرعت واکنش های رفت و برگشت با هم برابر، اما بیشتر از تعادل اولیه است و با کاهش دما عکس این اتفاق می افتد!

– سنتز مولکول های آلی –

۱ با استفاده از مواد مناسب و واکنش های شیمیایی ویژه، می توان مواد آلی گوناگون را به یکدیگر تبدیل کرد:

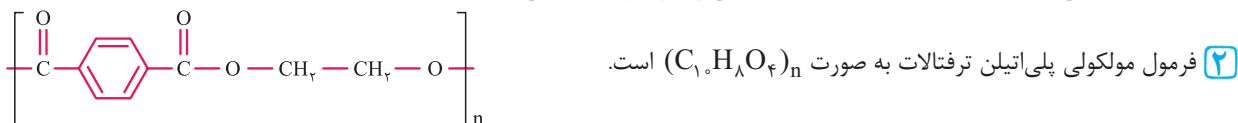


۲ در جدول زیر، برخی از موادی را که با استفاده از گاز اتن تولید می شوند، بررسی می کنیم:

نام واکنش	معادله واکنش	کاربرد فراورده تولید شده
واکنش تولید گاز اتان	$C_2H_4(g) + H_2(g) \xrightarrow{Ni(s)} C_2H_6(g)$	سوخت
واکنش تولید کلرو اتان	$C_2H_4(g) + HCl(g) \rightarrow C_2H_5Cl(g)$	افشانه بی حس کننده موضعی
واکنش تولید پلی اتن	$C_2H_4(g) \xrightarrow{\text{فشار و دما}} (C_2H_4)_n(s)$	سازنده اصلی برخی لوازم پلاستیکی
واکنش تولید اتانول	$C_2H_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH(l)$	ضد عفونی کننده – حلال صنعتی
واکنش تولید اتیل استات	$C_2H_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH(l)$ $C_2H_5OH(l) + C_2H_3CO_2H(l) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5CO_2C_2H_5(l) + H_2O(l)$	حلال چسب

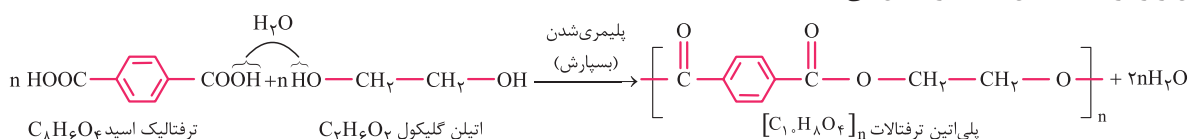
PET

۱) پلی اتیلن ترفتالات پلیمری از خانواده پلی استرها است که از واکنش میان یک الکل دو عاملی به نام اتیلن گلیکول با فرمول مولکولی $C_2H_6O_2$ و یک اسید دو عاملی به نام ترفتالیک اسید با فرمول مولکولی $C_8H_6O_4$ تهیه می شود.



۳) در ساختار این پلیمر حلقه بنزن وجود دارد؛ بنابراین یک ترکیب آلی آروماتیک است.

● شکل زیر فرایند تشکیل PET را نشان می دهد:

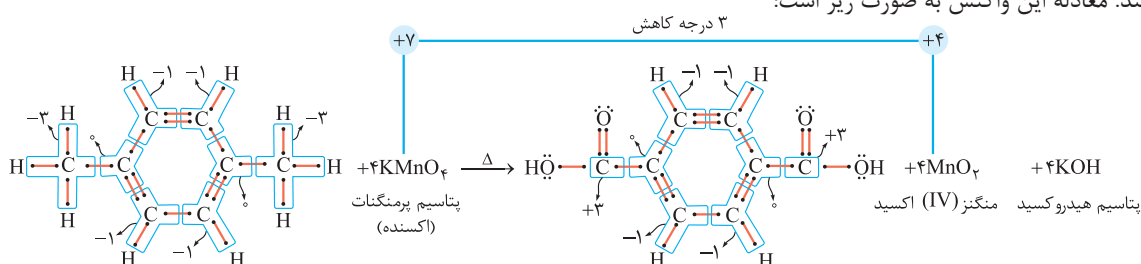


۱) مونومرهای مورد نیاز برای تولید پلی اتیلن ترفتالات (اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید)، در نفت خام وجود ندارند و به همین خاطر، نمی توان آن ها را به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۲) پارازایلن یک هیدروکربن حلقوی با فرمول C_8H_{10} است که به طور مستقیم از نفت خام بدست آمده و می توان از آن در تهیه ترفتالیک اسید استفاده کرد.



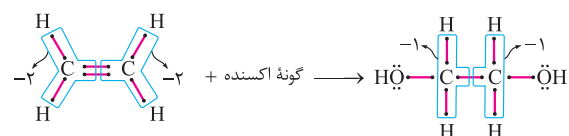
۳) ترفتالیک اسید را می توان از اکسایش پارازایلن به دست آورد. در این واکنش، پتاسیم پرمنگنات اکسنده ای است که محلول غلیظ آن در شرایط مناسب پارازایلن را با بازده نسبتاً خوب بر اساس معادله $C_8H_{10} + 4\text{KMnO}_4 \rightarrow C_8H_6O_4 + 4\text{MnO}_2 + 4\text{KOH}$ به ترفتالیک اسید تبدیل می کند. معادله این واکنش به صورت زیر است:



۴) با وجود غلظت بالای اکسنده پتاسیم پرمنگنات یا یون پرمنگنات باز هم شرایط انجام این واکنش تامین نمی شود؛ مگر این که دمای مخلوط را افزایش دهیم، ولی بازده کماکان مطلوب ما نیست؛ می توان نتیجه گرفت انجام این واکنش بسیار دشوار است.

۵) شیمی دان ها دریافتند که با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگر مناسب، می توان پارازایلن را در شرایط آسان تری به ترفتالیک اسید تبدیل کرد.

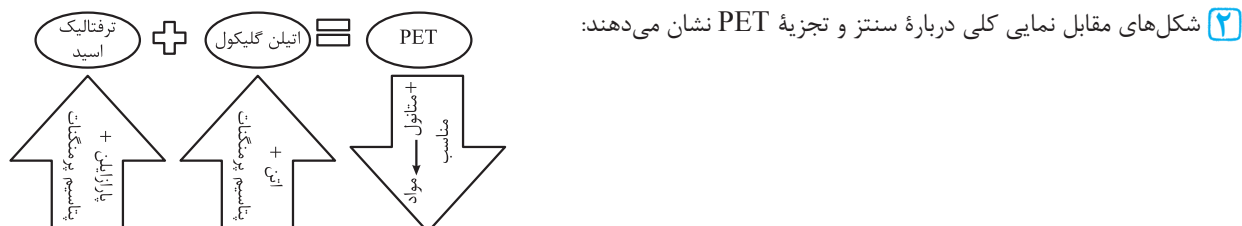
۶) برای تولید اتیلن گلیکول، از اتن (ماده ای که به طور مستقیم از تقطیر نفت خام حاصل می شود)، استفاده می کنیم. گاز اتن در اثر واکنش با محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات در شرایط مناسب به اتیلن گلیکول تبدیل می شود. پتاسیم پرمنگنات در این واکنش نقش اکسنده را برعهده دارد. معادله این واکنش به صورت مقابل است:





متانول (CH_3OH)

۱) پلی اتیلن ترفتالات (PET)، در شرایط مناسب با متانول واکنش داده و به مواد مفیدی تبدیل می شود که می توان آن ها را برای تولید پلیمرهای جدید به کار برد.

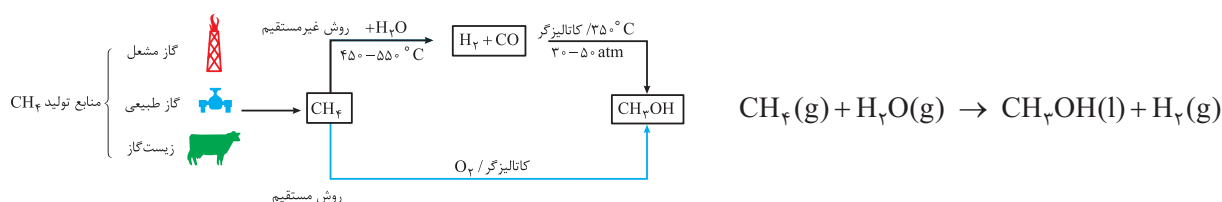


۳) متانول (CH_3OH) مایعی بی رنگ، بسیار سمی و ساده ترین عضو خانواده الک ها است که می توان آن را از چوب تهیه کرد.

۴) متانول در مقیاس صنعتی، از دو روش مستقیم و غیرمستقیم تولید می شود. تولید مستقیم متانول از گاز متان، تعداد مراحل کمتری دارد و به همین دلیل نیاز به انرژی کمتری دارد؛ پس اثرات مخرب زیست محیطی در تولید مستقیم متانول از گاز متان، کمتر است و با مصرف کمتر سوخت های فسیلی و تولید کمتر CO_2 همراه است.

۵) واکنش کلی تولید غیرمستقیم

متانول از متان به صورت زیر است:



● در روش غیرمستقیم، دمای مرحله اول بیشتر و فشار مرحله دوم بیشتر است.