

	هر معادله را به روش خواسته شده حل کنید الف) $4x^2 - 3x - 10 = 0$ (روش تجزیه) ب) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (روش مربع کامل)	۳۵
	یک عکس به اندازه ۸ در ۱۵ سانتیمتر درون یک قاب با مساحت ۱۹۸ سانتیمتر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.	۳۶
	معادله یک سهمی را بنویسید که محور طول ها را نقاطی به طول ۱ و ۳- و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند. $(0, 4)$ $(1, 0)$ $(-3, 0)$ $y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,4)} 4 = a(0)^2 + b(0) + c \rightarrow \boxed{c = 4}$ $y = ax^2 + bx + 4$ $\begin{cases} 0 = a + b + 4 \\ 0 = 9a - 3b + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ 9a - 3b = -4 \end{cases} \xrightarrow{3 \times} \begin{cases} a + b = -4 \\ 9a - 3b = -4 \end{cases}$ $12a = -16 \rightarrow \boxed{a = -\frac{4}{3}}$ $\rightarrow \boxed{b = -4 + \frac{4}{3} = -\frac{8}{3}}$ $\Rightarrow y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$	۳۷
	معادله یک سهمی را بنویسید که رأس آن $(-1, 2)$ بوده و از نقطه $(0, 4)$ عبور کند. $y = a(x+1)^2 + 2 \xrightarrow{(0,4)}$ $4 = a(0+1)^2 + 2 \rightarrow \boxed{a = 2}$ $y = 2(x+1)^2 + 2$	۳۸

۳۹

اگر خط تقارن سهمی $y = -3x^2 + 6mx + m - 4$ خط $x = 2$ باشد مختصات رأس این سهمی را بنویسید.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-6m}{2(-3)} = m = 2 \rightarrow y = -3(2)^2 + 12(2) - 2 = 10 \rightarrow \text{رأس} (2, 10)$$

۴۰

m را طوری بیابید که بالاترین نقطه سهمی $y = nx^2 + 2mx + 5$ نقطه $(2, -3)$ باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow \frac{-2m}{2n} = 2 \rightarrow -m = 2n$$

$$\frac{(2, -3)}{\text{رأس}} \rightarrow -3 = 4n + 4m + 5$$

$$\begin{cases} 2n + m = 0 \\ 4n + 4m = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2n + m = 0 \\ 2n + 2m = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2n + m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

۴۱

نامعادله $\frac{x(x-4)^2}{x^2+x-6} \geq 0$ را حل کنید.

$$x = 0$$

$$(x-4)^2 = 0 \rightarrow x-4=0 \rightarrow x=4$$

$$x^2+x-6=0 \rightarrow (x+3)(x-2)=0$$

$$x = -3, x = 2$$

جواب: $(-\infty, -3) \cup (2, 4) \cup (4, +\infty)$

x	-3	0	2	4
x	-	-	0	+
(x-4) ²	+	+	+	0
x ² +x-6	+	0	-	+
P	-	+	-	+

۴۲

عبارت $F = ax^2 + (b+1)x + 4$ درباره $(1, -2)$ مثبت و خارج این بازه منفی است مقادیر a و b را محاسبه کنید.

x	-2	1
F	-	+

$$(-2, 0) \rightarrow 4a - 2b - 2 + 4 = 0 \rightarrow 4a - 2b = -2$$

$$(1, 0) \rightarrow a + b + 1 + 4 = 0 \rightarrow a + b = -5$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ a + b = -5 \end{cases} \rightarrow 4a - 2b = -2 \rightarrow 4a = -12 \rightarrow a = -3 \rightarrow b = -2$$

۴۳

حدود m را چنان بیابید که نمودار سهمی $y = -3x^2 + 2x + (m-1)$ همواره زیر محور x ها باشد

$$\begin{cases} a < 0 \rightarrow -3 < 0 \\ \Delta < 0 \rightarrow 2^2 - 4(-3)(m-1) < 0 \rightarrow 4 + 12m - 12 < 0 \end{cases}$$

$$12m < 8 \rightarrow m < \frac{2}{3}$$

درستی یا نادرستی هر گزاره را مشخص کنید:

الف) رابطه ای که به هر مثلث مساحت آن را نسبت می دهد تابع نیست.

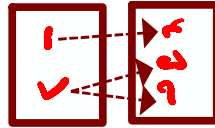
ب) رابطه ای که به هر عدد مثبت ریشه های چهارم آن را نسبت می دهد یک تابع است.

پ) رابطه $\{(x, y) | x = y^2 + y\}$ یک تابع را نشان می دهد.

$$x=0 \rightarrow 0=y^2+y \rightarrow y(y+1)=0$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=-1 \end{cases}$$

ت) تابعی وجود ندارد که دامنه آن شامل ۲ عضو و برد آن شامل ۳ عضو باشد.



تکمیل کنید

الف) حاصل ضرب اعضای برد تابع $f = \{(2, 5), (3, 4), (2, m), (7, -3)\}$ برابر است.

ب) وقتی نمودار یک رابطه نشان دهنده یک تابع است که هر خط موازی ... نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

به ازای چه مقدار m و n رابطه زیر تابع است؟

$$\{(7, m), (m-2, -21), (7, 4), (2, n^2-10n), (n, 11)\}$$

$$m=4 \rightarrow n^2-10n=-21 \rightarrow n^2-10n+21=0$$

$$(n-7)(n-3)=0 \rightarrow n=7 \text{ یا } n=3$$

تحقق: $(7, 11), (7, 4)$

اگر f یک تابع خطی و $f(3) = 3f(1) + 2$ و $f(-2) = 8$ باشد مقدار $f(3)$ چند است؟

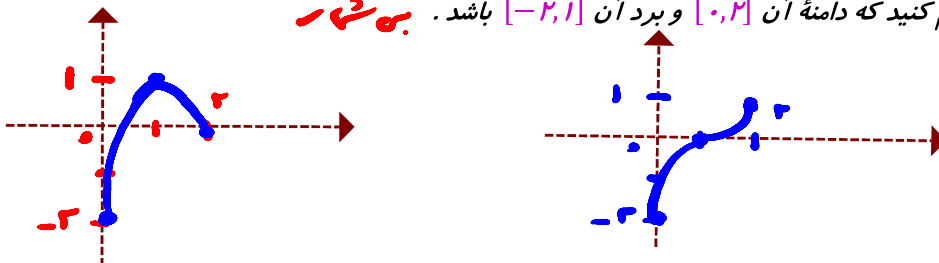
$$f(n) = an + b \rightarrow \begin{cases} 3a + b = 3(a + b) + 2 \\ -2a + b = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - 2b = 2 \\ -2a + b = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a - 4b = 4 \\ -2a + b = 8 \end{cases} \rightarrow -3b = 12 \rightarrow b = -4$$

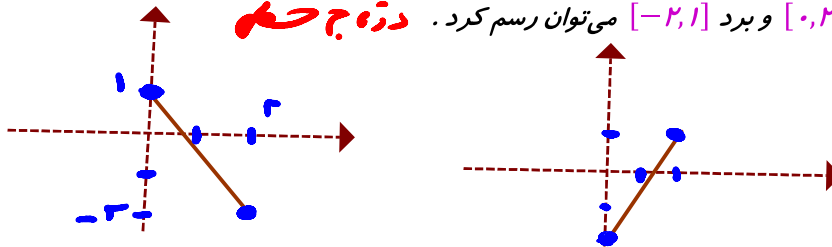
$$a = -2$$

$$f(n) = -2n - 4 \rightarrow f(3) = -2(3) - 4 = -10$$

الف) نمودار تابعی رسم کنید که دامنه آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد. **بسیار**



ب) چند تابع خطی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[-2, 1]$ می‌توان رسم کرد. **دو ج خطی**



اگر تابع f همانی باشد و $f(x) = (5a - 1)x + b - 2$ در این صورت مقدار $k + c$ از تابع ثابت $f(x) = x$

$$5a - 1 = 1 \rightarrow a = 2$$

$$b - 2 = 0 \rightarrow b = 2$$

$$2x^2 + 2 = k - 3 = 2c - 2$$

برای $x=1$

$$k = 11$$

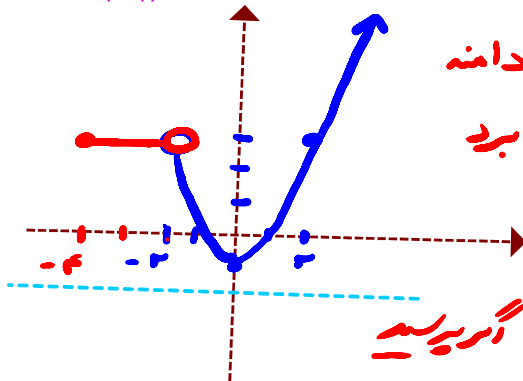
$$c = 5$$

$$\rightarrow k + c = 11 + 5 = 16$$

$$g = \{(a, 2a + b), (b, k - a), (1, 2c - b)\}$$

چند است؟

نمودار تابع چند ضابطه ای $h(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > -2 \\ 3 & -2 \leq x < -2 \end{cases}$ را رسم کنید دامنه و بردش را بنویسید و $h(-\frac{5}{2})$ را محاسبه کنید.



$$[-2, +\infty) - \{-2\}$$

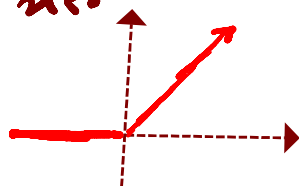
$$[-2, +\infty)$$

$$h(-\frac{5}{2}) = 3$$

$$h(h(-\frac{5}{2})) = h(3) = 8$$

نمودار تابع نمودار تابع $y = x + |x|$ را با تبدیل این تابع به چند ضابطه ای رسم کنید.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \rightarrow y = \begin{cases} x + x & x \geq 0 \\ x - x & x < 0 \end{cases} \rightarrow y = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



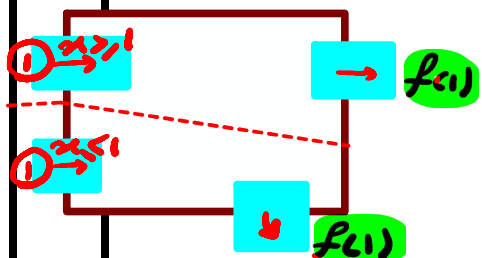
۵۲

اگر $l(x) = \begin{cases} x^2 + mx - 8 & x \geq 1 \\ -2m + x + 1 & x \leq 1 \end{cases}$ تابع باشد، مقدار $l(m)$ چند است؟

$$1^2 + m(1) - 8 = -2m + 1 + 1$$

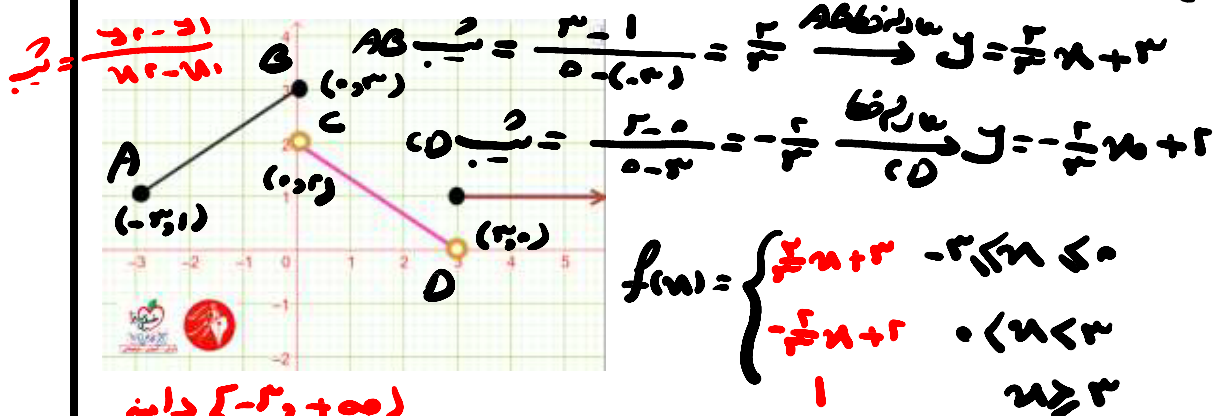
$$3m = 18 \rightarrow m = 6$$

$$l(6) = 4^2 + 4 \times 6 - 8 = 44$$



۵۳

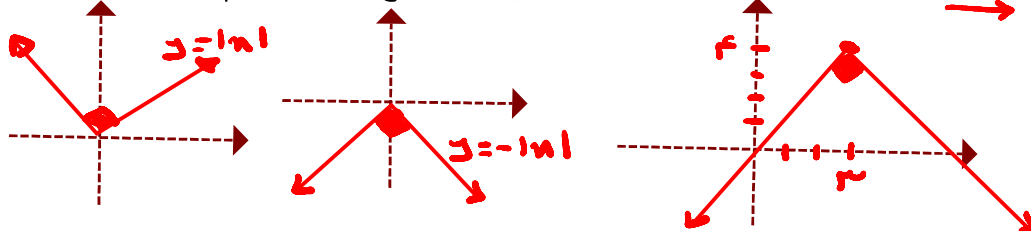
نمودار تابع قطعه ای f در شکل زیر داده شده ضابطه آن را بنویسید دامنه و بردش را مشخص کنید.



دامنه $[-3, +\infty)$
بردار $[0, 3]$

۵۴

نمودار تابع $m(x) = -|x - 3| + 4$ را به کمک انتقال و قرینه یابی از روی تابع $y = |x|$ رسم کنید.



فصل ۶ و ۷

۵۵

به چند طریق می توان با ارقام ۵ و ۲ و ۸ و ۴ و ۰ یک عدد ۴ رقمی با ارقام متمایز ساخت؟

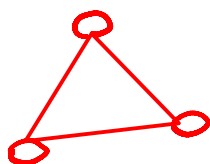
ی > ص > ی > ی
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$



۵۶

می خواهیم رأسهای مثلث زیر را با سه رنگ قرمز و آبی و سبز رنگ کنیم

الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟ $3 \times 2 \times 1 = 6$

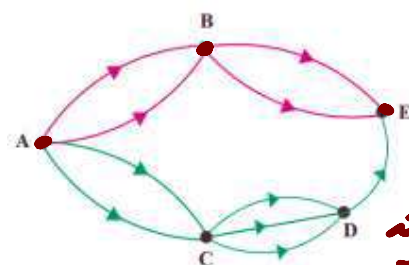


ب) به چند طریق می توان این رنگ آمیزی را انجام داد، به گونه ای که رأس هایی که به هم وصل اند، هم رنگ نباشند

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

۵۷

اگر شکل مقابل نشان دهنده جاده های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد و همه جاده ها یک طرفه باشند، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E رفت؟



$$B_{\text{سیه}} = 2 \times 2 = 4$$

$$4 + 2 = 10 \text{ کل}$$

$$C_{\text{سیه}} = 2 \times 2 \times 1 = 4$$

پس شده سطح سوالات جواب آن به صورت زیر است:

$$2 \times 2 + 2 \times 2 \times 1$$

۵۸

حاصل ضرب زیر را با استفاده از نماد فاکتوریل نمایش دهید.

$$10 \times 12 \times 11 \rightarrow 12 \times 11 \times 10 \times \frac{9!}{9!} = \frac{12!}{9!}$$

۵۹

به چند طریق ممکن است از میان ۱۶ تیم شرکت کننده در یک لیگ سه تیم اول و دوم و سوم مشخص شوند؟

$$P(16, 3) = \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16 \times 15 \times 14 \times 13!}{13!} = 3360$$

۶۰

با حروف کلمه flowers و بدون تکرار حروف چند کلمه با شرایط زیر می توان نوشت؟

الف) ۷ حرفی

ب) ۷ حرفی که با کلمه flo شروع شوند.

ث) ۷ حرفی که سه حرف wer در آن کنار هم به کار رفته باشد.

flo s wer

$$5! \times 3!$$

۶۱

از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم.

اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب ها چند تا است؟

$$P(n, 3) = 210 \rightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 210 \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 210$$

$$n(n-1)(n-2) = 210 \xrightarrow{\text{تجزیه}} \boxed{n=7}$$

۶۲

تعداد زیر مجموعه های ۳ یا ۴ عضوی از مجموعه {۲، ۵، ۸، ۹، ۶} چند تا است؟

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} = 10 + 5 = 15$$

$$\frac{5!}{3! 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!}$$

۶۳

در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته‌ای از داوران تشکیل شود. چقدر احتمال دارد کمیته ۵ نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

فرض کنیم همه آدم هستند

$$n(5) = \binom{9}{5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4!} = 126$$

$$\frac{\binom{4}{2} \binom{5}{3}}{126} = \frac{6 \times 10}{126} = \frac{40}{126}$$

۶۴

در یک کلاس تعدادی از دانش آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

$$\binom{n}{2} = 28 \rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 28$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 28 \rightarrow n(n-1) = 56 \rightarrow \boxed{n=8}$$

۶۵

یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3! \times 7!} = 120$$

(الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟

(ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

ab c d e f g h i j

↓
a b

$$\boxed{ab}^{(1)} = 8$$

مطلب = ۸ مطلب - کل

$$120 - 8 = 112$$

۶۶

از میان ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی ۲ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم چقدر احتمال دارد

$$n(5) = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2! \times 6!} = 28$$

(الف) هر دو مهره هم‌رنگ باشند

(ب) یکی قرمز و یکی آبی باشد

(پ) حداقل یک مهره قرمز انتخاب شود

(الف) $\frac{\binom{5}{2} + \binom{3}{2}}{28} = \frac{10}{28}$

(پ) $\frac{\binom{5}{1}\binom{3}{1} + \binom{5}{2}}{28} = \frac{23}{28}$

(ب) $\frac{\binom{5}{1}\binom{3}{1}}{28} = \frac{15}{28}$

۶۷

یک تاس آبی و یک تاس قرمز را همزمان پرتاب می کنیم موارد زیر را مشخص کنید :



$$n(S) = 4^2 = 16$$

الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای

ب) پیشامد اینکه مجموع دو عدد ظاهر شده ۹ باشد و احتمال آن

$$A = \{(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

پ) احتمال اینکه مجموع عدد دو تاس ۶ شود یا هر دو عدد ظاهر شده فرد باشد.

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$= \frac{9}{16} + \frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$$

۶۸

تاسی را پرتاب می کنیم اگر زوج آمد سکه پرتاب می کنیم اگر فرد آمد تاس را مجدد پرتاب می کنیم فضای نمونه ای را بنویسید.



$$n(S) = 6 \times 2 + 6 \times 2 = 24$$

۶۹

فرض کنید می دانیم خانواده ای ۴ فرزند دارد؛ اما از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم اگر ترتیب به دنیا آمدن فرزندان اهمیت داشته باشد؛ احتمال اینکه دقیقاً یک فرزند دختر در این خانواده متولد شده باشد چقدر است؟

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{DPPP, PDP, PPDP, PPPD\}$$

$$\rightarrow n(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

۷۰

الف) فرق آمار با علم آمار چیست؟ تعریف تب

ب) متغیر را تعریف کنید. — خاصیت، در مورد آن اطلاعات جمع آورده می شود

ع

اختیار کند این متغیر کمی پیوسته است

الف) متغیر می تواند مقادیر $۰/۱$ و $۰/۲$ و $۰/۳$ تا $۰/۹$ از بازه $[۰, ۱]$

ع

ب) رنگ چشم یک متغیر کیفی ترتیبی است.

ع

پ) اعضای جامعه از بین اعضای نمونه انتخاب می شوند.

ع

ت) تعداد درختان بلوط زاگرس یک متغیر کمی گسسته است.



و خدایی که در این نزدیکی است، لای این شب بوها پای آن کاج بلند روی آگاهی آب روی قانون گیاه...

سهراب سپهری

موفق باشید

اصلان الیاسی اردیبهشت ۱۴۰۴

دبیر ریاضی خوزستان مسجدسلیمان




[@azmonkheilisabzmis](https://t.me/azmonkheilisabzmis)