

سوال‌ات امتحان نوبت اول درس: ریاضی ۱	رشته: تجربی و ریاضی	تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۲۲ شب
پایه: دهم دوره متوسطه دوم	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۲۹	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
استان: خوزستان	شهرستان: مسجدسلیمان	اطلاع رسانی آزمونهای مسجدسلیمان --آموزشگاه علمی قلم-- آزمونهای خیلی سبز--- https://rubika.ir/azmonkheilisabzmis	

آگاه باشید تنها با یاد خدا دلها آرامش می یابد

محرمانه

ردیف	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	الف) دو خط L و T به معادله های $3x - 2y = 1$ و $y = \frac{m}{3}x + m - 1$ معادله ضلع های مقابل یک متوازی الاضلاع می باشند m چند است؟ $\frac{3}{-2} = \frac{m}{3} \rightarrow 9 = 2m \rightarrow m = \frac{9}{2}$ (جواب: $\frac{9}{2}$) ب) فاصله نقطه $D = (1, -4)$ از خط $6x + 8y = k$ مقدار k چقدر است؟ $6x + 8y - k = 0$ $d = \frac{ 6 - 32 - k }{\sqrt{4^2 + 3^2}} \rightarrow d = \frac{ -26 - k }{5} \rightarrow -26 - k = \pm 5d$ $k + 26 = -5d \rightarrow k = -26 - 5d$ $k + 26 = 5d \rightarrow k = 5d - 26$	
۲	مثلث با رأسهای $A=(1,9)$ و $B=(3,1)$ و $C=(7,11)$ را در نظر بگیرید الف) طول میانه AM را حساب کنید ب) معادله میانه AM را بنویسید $M = (5, 7) \rightarrow AM = \sqrt{(5-1)^2 + (7-9)^2} = 5$ $AM: \frac{y-9}{x-1} = \frac{7-9}{5-1} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$	
۳	دو خط $3x + 2y = 1$ و $2x - 3y = 4$ دو ضلع یک مستطیل و نقطه $A = (2, 5)$ یک راس آن است مساحت مستطیل چند است؟ فاصله A از دو خط را پیدا و در هم ضرب کنیم $d_1 = \frac{ 3 \times 2 + 2 \times 5 - 1 }{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{15}{\sqrt{13}}$ $d_2 = \frac{ 2 \times 2 - 3 \times 5 - 4 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{15}{\sqrt{13}}$ $\rightarrow \frac{15}{\sqrt{13}} \times \frac{15}{\sqrt{13}} = \frac{225}{13}$	
۴	الف) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $5 + \sqrt{3}$, $5 - \sqrt{3}$ باشند. $S = 5 + \sqrt{3} + 5 - \sqrt{3} = 10$ $P = (5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = 25 - 3 = 22$ $x^2 - 10x + 22 = 0$ ب) اگر $y + 2x = 24$ باشد بیشترین مقدار xy چند است؟ $y = -2x + 24$ $P = xy \rightarrow P(x) = x(-2x + 24) = -2x^2 + 24x$ $x = \frac{-b}{2a} = \frac{24}{-4} = -6 \rightarrow y = -2 \times (-6) + 24 = 36$	

(0, 4)

معادله یک سهمی را بنویسید که راس آن (2, 1) باشد و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض 4 قطع کند.

$$y = a(x-2)^2 + 1 \rightarrow 4 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow 4a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}(x-2)^2 + 1$$

الف) اگر عرض مستطیل طلایی 4 سانتی متر باشد طول آن را محاسبه کنید.



$$x + 4 = \frac{x}{\frac{3}{4}} \rightarrow x^2 = 4x + 16 \rightarrow x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4(1)(-16) = 80 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{80}}{2} = 2 + 2\sqrt{5}$$

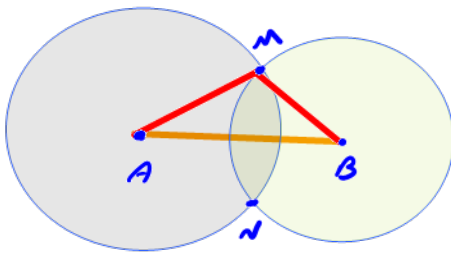
ب) معادله $2\sqrt{2t-1} - t = 1$ را حل کنید.

$$2\sqrt{2t-1} = 1+t \xrightarrow{\text{بهر توان}} 4(2t-1) = 1+t+t^2$$

$$8t-4 = 1+t+t^2 \rightarrow t^2-7t+5=0 \xrightarrow{\text{خاص}} t=1$$

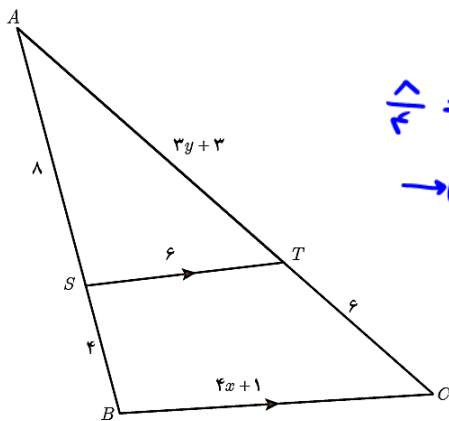
$$t=5$$

مثلی رسم کنید که طول اضلاع آن 5 و 6 و 4 سانتی متر باشد.



$AB=6$ را رسم کنید دو دایره به مرکزهای A و B
در شعاع 4 و 5 به ترتیب رسم کنید هر دو دایره را قطع کند
نقاط برخورد یعنی M و N راس سوم مثلث هستند

به کمک قضیه تالس اندازه مجهول ها را بیابید.

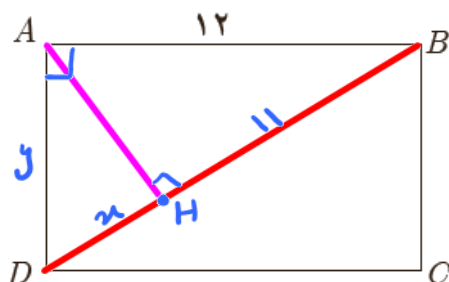


$$\frac{8}{4} = \frac{3y+3}{y} \rightarrow 12y+12=48 \rightarrow 12y=36$$

$$\rightarrow y=3$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{4x+1} \rightarrow 4x+1=9 \rightarrow x=2$$

در شکل زیر طول مستطیل 12 سانتی متر است از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم می کنیم و پای عمود را H می نامیم
اگر طول BH مساوی 11 سانتی متر باشد طول قطر مستطیل و اندازه عرض آن را بیابید.



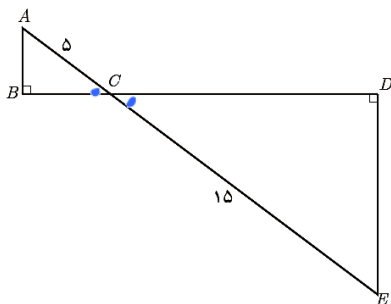
$$12^2 = 11(11+x) \rightarrow 144 = 121 + 11x$$

$$x = \frac{23}{11}$$

$$y^2 = \frac{23}{11} \times \left(\frac{23}{11} + \frac{11}{1}\right) \rightarrow y^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11}$$

$$y = \frac{12}{11} \sqrt{23} \rightarrow BD = \frac{144}{11}$$

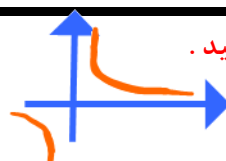
در شکل مقابل نسبت مساحت ها را بنویسید و اگر مساحت مثلث کوچکتر ۱۲ باشد مساحت مثلث بزرگتر را حساب کنید.



دو مثلث به حالت دوزادیه
سازشنا به منته $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$
 $\hat{A} = \hat{A}$

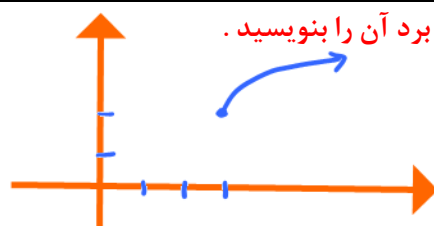
نسبت مساحتها $\frac{1}{9} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \text{نسبت سائب}$

مساحت بزرگ $\frac{1}{9} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 108$



الف) نمودار تابع گویای $y = \frac{1}{x}$ را رسم کنید.

ب) آیا دو تابع $y = \frac{3x}{x}$ و $y = 3$ مساویند؟ چرا؟
دامنه $D = \mathbb{R}$ $D = \mathbb{R} - \{0\}$

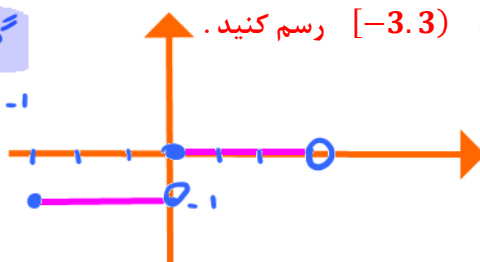


نمودار تابع $y = \sqrt{x-3} + 2$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.

دامنه $[3, +\infty)$

برد $[2, +\infty)$

تکامل کردن: $r = \frac{1}{p}$
 $-r_1 < x < r_2 \xrightarrow{x \cdot \frac{1}{p}} -1 < \frac{1}{p}x < 0 \rightarrow y = -1$
 $0 < x < r \xrightarrow{x \cdot \frac{1}{p}} 0 < \frac{1}{p}x < 1 \rightarrow y = 0$



نمودار تابع $y = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$ را در بازه $[-3, 3]$ رسم کنید.

$$y = \sqrt{\frac{x-5}{3}} \rightarrow 3y = \sqrt{x-5}$$

$$3y + 5 = x \rightarrow x = \frac{3y+5}{1} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3y+5}{1}$$

سیاست
نرخ

وارون تابع $f(x) = \frac{7x-5}{3}$ را بیابید.

۱۵

الف) اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ تابع $f - 2g$ و دامنه اش را بیابید.

$$Df = \mathbb{R}, Dg = [-4, +\infty), D(f-2g) = Df \cap Dg = [-4, +\infty)$$

$$(f-2g)(x) = 3x - 1 + 2\sqrt{x+4}$$

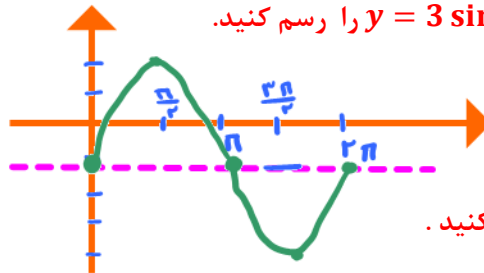
ب) اگر $f = \{(2,1), (3,5), (-1,4), (5,7)\}$ و $g = \{(2,10), (3,0), (-2,4), (5,13)\}$ توابع $\frac{f}{g}$ و $f+g$ را بنویسید

$$\frac{f}{g} = \left\{ (2, \frac{1}{10}), (3, \frac{5}{0}), (5, \frac{7}{13}) \right\}$$

$$f+g = \{(2, 11), (3, 5), (5, 7)\}$$

۱۶

الف) نمودار تابع مثلثاتی $y = 3 \sin x - 1$ را رسم کنید.



$$2 \tan \frac{19\pi}{4} + \sin^2 \frac{5\pi}{3}$$

ب) مقدار عبارت مقابل را محاسبه کنید.

$$2 \tan \left(\frac{19\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) = -2$$

$$\sin \frac{5\pi}{3} = \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 \frac{5\pi}{3} = \frac{3}{4}$$

$$-2 + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$

پ) سه رادیان تقریباً معادل چند درجه است؟

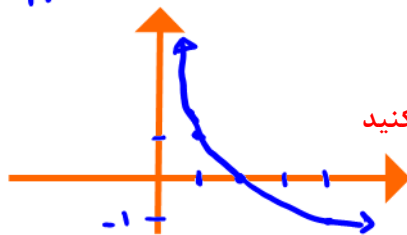
هر رادیان تقریباً ۵۷ درجه است پس سه رادیان ۱۷۱ درجه

۱۷

الف) معادله لگاریتمی مقابل را حل کنید

$$\log(x - \sqrt{21}) + \log(x + \sqrt{21}) = 2$$

$$\log(x - \sqrt{21}) + \log(x + \sqrt{21}) = 2 \rightarrow x^2 - 21 = 100 \rightarrow x^2 = 121 \rightarrow x = 11$$



ب) نمودار تابع $y = -\log_2 x + 1$ را رسم کنید

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{1/3} > \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

پ) مقایسه کنید

۱۸

حاصل حد ها را بنویسید

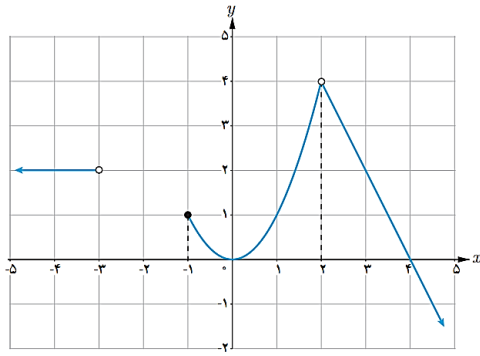
$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} [x] = \text{ب)}$$

$$[-\sqrt{3}] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9} = \text{الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{6}$$

باتوجه به نمودار جواب هر عبارت را بنویسید.



الف) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \times f(3)$ $\Rightarrow$ جواب 4×2

ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$

پ) نقطه ای مشخص کنید که تابع در آن حد نداشته باشد $x = -3$

تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < 1 \\ 5-a & 1 = x \\ 10x+ab & x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است مقدار $a + 5b$ چند می شود؟
 جواب: $5-a = 10+ab = 3 \rightarrow 5-a=3 \rightarrow a=2$
 $10+2b = 3 \rightarrow b = -3/2$
 $a+5b = 2+5(-3/2) = -13/2$

احمد به احتمال $0/7$ در تیم کوهنوردی مدرسه و به احتمال $0/8$ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب میشود.
 احتمالات زیر را محاسبه کنید.
 الف) در هر دو تیم مورد نظر انتخاب شود.
 ب) در هیچکدام از دو تیم انتخاب نشود.
 ث) حداقل در یکی از تیمها انتخاب شود.
 الف) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 1/7 \times 1/8 = 1/56$ چون مستقل هستند
 ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/7 + 1/8 - 1/56 = 1/4$
 ث) $1 - 1/4 = 3/4$

برای داده های ۴ و ۴ و ۵ و ۶ و ۸ و ۳ انحراف معیار و ضریب تغییرات را بنویسید.
 $\bar{x} = \frac{30}{6} = 5$ واریانس $= \frac{(3-5)^2 + (8-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2}{6} = \frac{14}{6}$
 انحراف معیار $= \sqrt{\frac{14}{6}}$

اختصاصی رشته ریاضی حسابان ۱

مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند چقدر می شود؟
 ۹۹۶
 $102, 108, \dots, 996 \rightarrow S_n = \frac{102 + 996}{2} \times n$
 $9n = 9n + 96 \rightarrow n = 150$

اگر یک ریشه معادله $-x^2 + 10x - m = 0$ چهار برابر ریشه دیگر باشد مقدار ریشه ها و عدد m را بیابید
 $\alpha = 4\beta \rightarrow \alpha + \beta = 10 \rightarrow 5\beta = 10 \rightarrow \beta = 2$
 $\alpha = 8$
 $\alpha\beta = \frac{c}{a} \rightarrow 16 = \frac{-m}{-1} \rightarrow m = 16$

اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه ای در ناحیه دوم باشد نسبت های مثلثاتی 2α را محاسبه کنید .

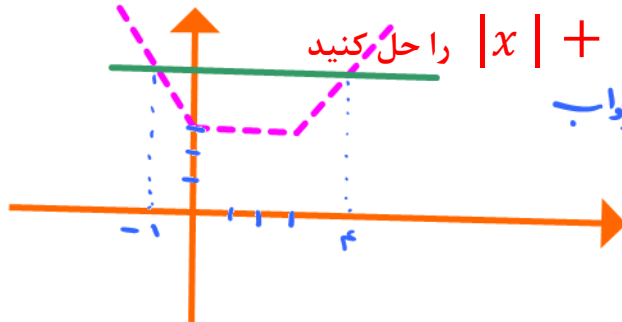
$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{3}{5} \times -\frac{4}{5} = -\frac{24}{25} \rightarrow \tan 2\alpha = -\frac{24}{7}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \frac{16}{25} - 1 = \frac{7}{25}$$

۲۴

به روش هندسی نامعادله $|x| + |x - 3| \leq 5$ را حل کنید



جواب $[-1, 4]$

۲۵

و خدایی که در این نزدیکی است، لای این شب بوها پای آن کاج بلند روی آگاهی آب روی قانون گیاه...

موفق باشید
الیاسی

سهراب سپهری