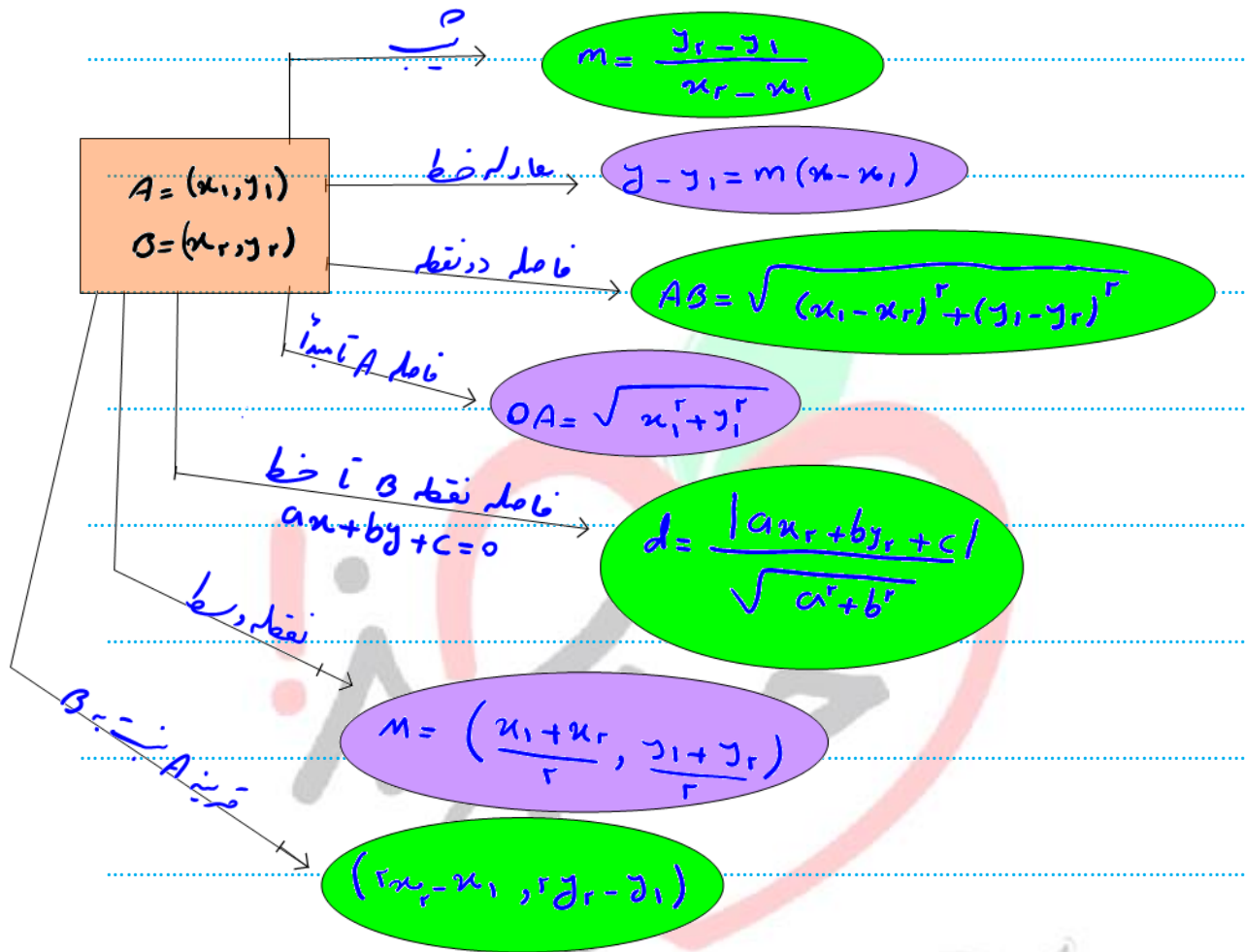




① معادله خطی را بنویسید که در نقطه $A = (2, 1)$ بر خط $3x + my - 4 = 0$

«تالیفی ترکیبی دارد»

عمودانه پس فاصله نقطه $(-1, 4)$ از این خط را محاسبه کنید.

② قرینه نقطه $A = (1, 3)$ نسبت به خط $x + y - 3 = 0$ نقطه B است

مختصات B را بنویسید

حل معادله گویا: فرج کرها را قسمة بر ۳ ک م م فرج ها را در ۳ تک کرها ضرب کنیم
 پس از ساده کردن معادله به یک معادله درجه اول یا دوم تبدیل کنیم و آن را حل کنیم
 ریشه ها را بدست آورده و نهایتاً بد فرج را منگشته

حل معادله گنگ: با توان رساندن آن را به یک معادله بدون رادیکال تبدیل و حل کنیم
 ریشه ها را بدست آورده اگر ریشه رادیکال را منفرجه گفته قبول نیستند
 همچنین ریشه ها را که دو طرف معادله را را منگشته قبول نیستند

مستطیل طلایی x و y

رابطه $\frac{x+3}{x} = \frac{x}{3}$

نسبت طلایی

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

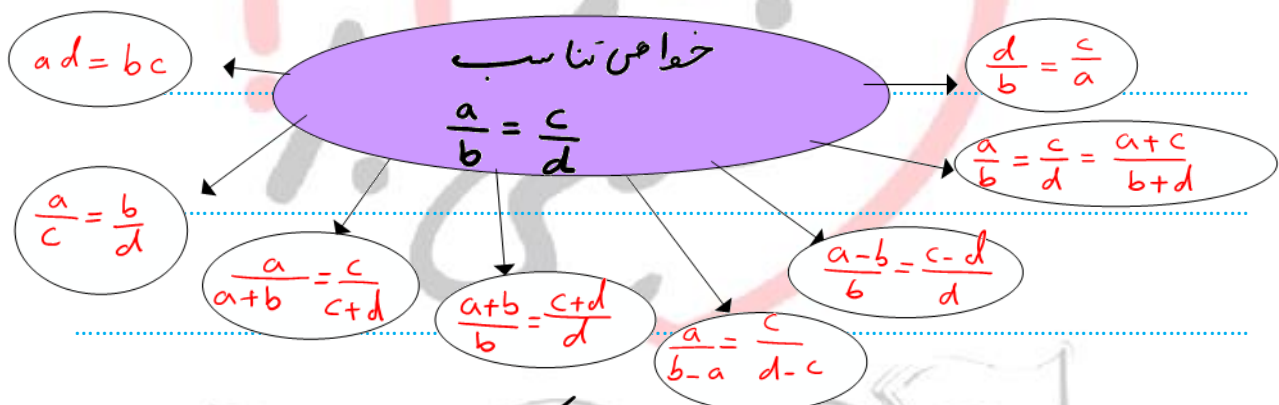
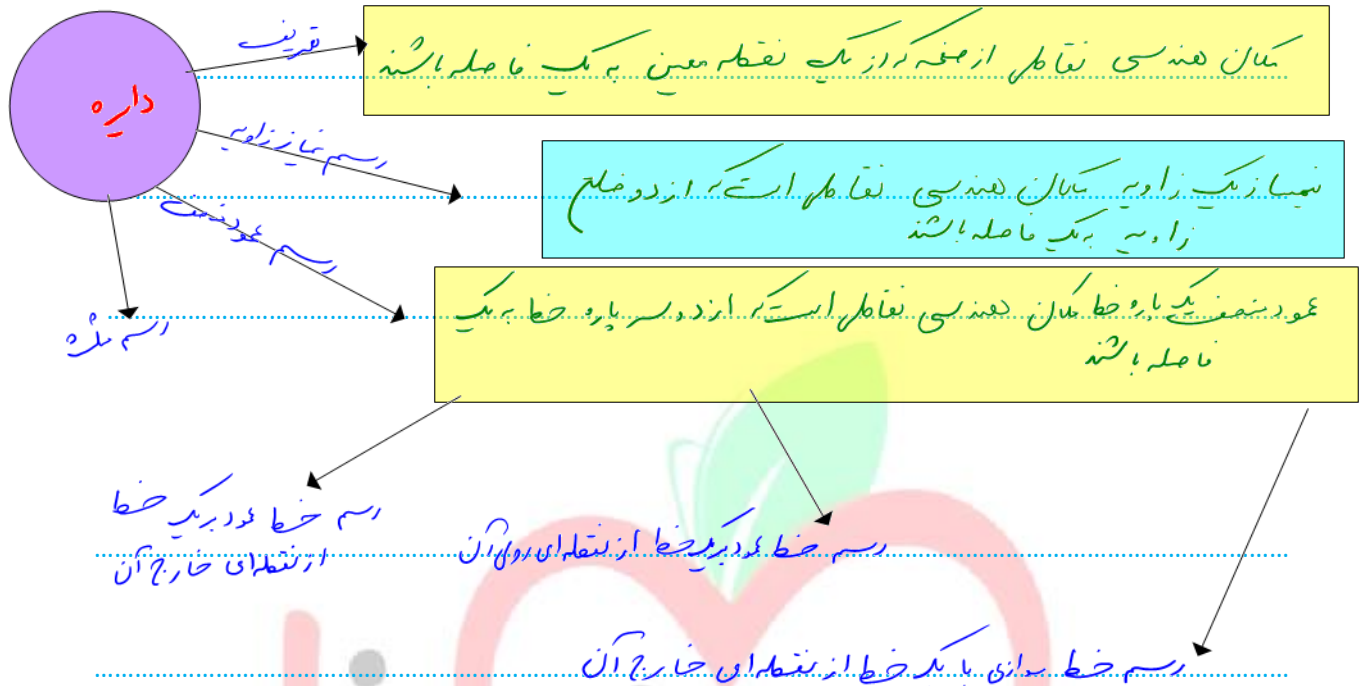
⑤ معادله ها را حل کنید $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$ (الف) $2x = 1 - \sqrt{2-x}$ (ب)

⑧ دیگر دارم که سرعت کاریم به برابر دیگری است با هم کاری را ۲۴ روزه انجام دهند
 هر کدام به تنهایی می توانند چند روزه کار را انجام دهند

⑨ نقطه ای روی محور x و y پیدا کنید که فاصله آن از نقطه $(2,3)$ مساوی
 ۴ سانتیمتر باشد (تایید دارد)

⑩ فاصله دو نقطه A و B یک کیلومتر است از بهی از A به B می رست
 ثابت این مسیر را می گویند اگر در جهت از B به A سرعت اتوبیل ۱۰ کیلومتر
 بر ساعت افزایش یابد ۲۰ دقیقه زودتر به A برسد طول زمان از A به B
 را محاسبه کنید

فصل دوم



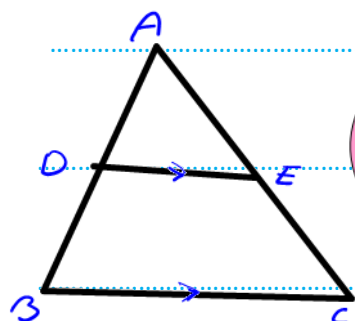
- ۱۱) مثلث با اضلاع ۳، ۵ و ۶ سانتی متر رسم کنید مراحل رسم را توضیح دهید
- ۱۲) نقطه A به فاصله ۲ سانتی متری خط d قرار دارد نقاط از منتهی را مشخص کنید که از A به فاصله ۳ سانتی متر و از d به فاصله یک سانتی متر باشند

۱۳) اگر $\frac{3a+11}{11+4a} = \frac{3b+5}{5+4b}$ باشد مقدار $\frac{a}{b}$ را بیابید

۱۴) اگر $\frac{a}{3} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ مقدار $\frac{b}{a+b+c}$ را بنویسید

قضیه تالس

اگر در مثلثی پاره خطی موازی یکی از ضلع‌ها رسم شود و دو ضلع دیگر را قطع کند روی آن پاره خط‌های متناسب ایجاد کند



$$DE \parallel BC$$

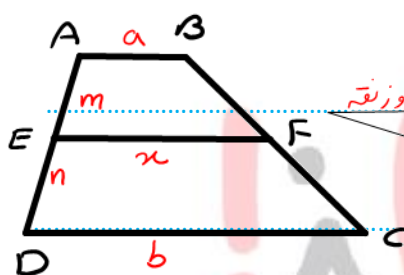
جزء به جزء

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

جزء به کل

قضیه تالس یا B.C یا D.E

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

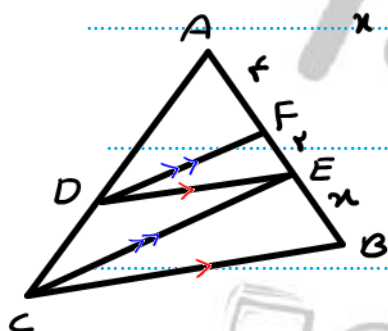


تالس در ذوزنقه

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

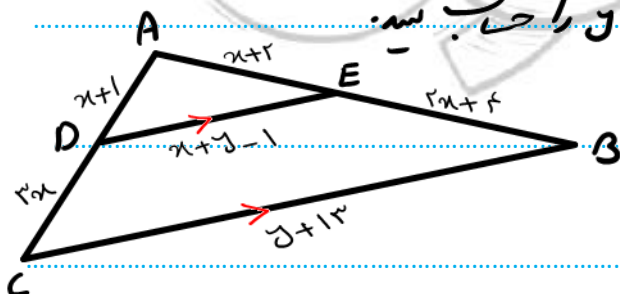
$$x = \frac{m \times b + n \times a}{m + n}$$

⑮ در مثلث $DE \parallel BC$ ، $DF \parallel CE$ است اندازه x را بنویسید



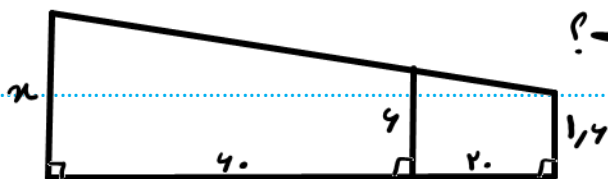
⑯ تالس در ذوزنقه را اثبات کنید

⑰ در مثلث مقابل اندازه x و n را حساب کنید



«تالسی سطح متوازی»

⑱ مقدار x در شکل زیر چند است؟



مخالفت با حکم یعنی فرض کنیم حکم نادرست است

انجام عملیات ریاضی و منطقی درستی به تناقض با فرض یا یک امر بدیهی

بدترفضی درستی حکم

برهان خلف

(۱)

(۲)

(۳)

سؤال نقض

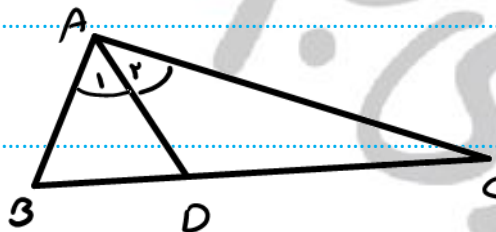
مثال: درستی یک عبارت کلی را رد کنید

۱۹. اگر n عددی طبیعی و n فرد باشد ثابت کنید n نیز فرد است.

۲۰. عکس قضیه تالس را بیان و آن را اثبات کنید.

۲۱. از یک نقطه خارج یک خط تنها یک عمود می‌توانیم بر آن خط رسم کنیم.

۲۲. در شکل مقابل AD نیم‌ایز زاویه A است اگر $BD \neq DC$ باشد



آنگاه $AB \neq AC$ است.

۲۳. بار هر مورد نادرست سؤال نقض بزنید.

الف) هیچ عدد اولی بزرگتر از ۱۲۷ وجود ندارد.

ب) درست هم هست و غلط هم هست.

پ) شش مرتبه سادی الاغلام به ضلع a سادی $a^{\frac{3}{4}}$ است.

اگر P آنگاه Q در عکس
 $P \iff Q$

اگر درست باشد

$Q \Rightarrow P$

عکس

اگر P آنگاه Q
 $P \Rightarrow Q$

می‌توانیم در شکل بنویسیم

قضیه شرطی

تشابه مثلث ها

دو مثلث متشابه هستند هرگاه :
الف) زوایای تقابلی شان برابر
ب) اضلاع تقابلی شان متناسب باشند

قضیه اساسی
تشابه

اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث
در ضلع دیگر را قطع کند مثلثی ایجاد
خواهد شد که با مثلث اصلی متشابه است

بیان و اثبات این قضیه مهم است

قضیه های تشابه مثلث ها :

① هرگاه دو زاویه از مثلث با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشند دو مثلث متشابه اند



② هرگاه اندازه دو ضلع از مثلث با اندازه دو ضلع از مثلث دیگری متناسب
و زاویه بین دو ضلع برابر باشد دو مثلث متشابه اند



نسبت $\frac{m_a}{a} = \frac{m_b}{b}$

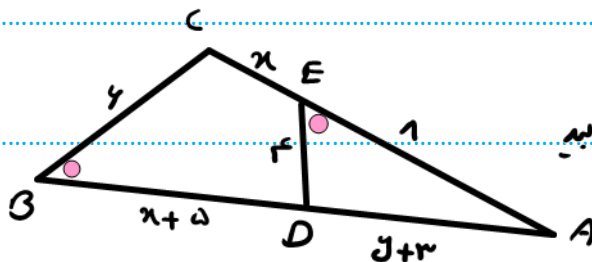
③ هرگاه سه ضلع مثلث با سه ضلع مثلث دیگری متناسب باشند دو مثلث متشابه اند



نسبت $\frac{m_a}{a} = \frac{m_b}{b} = \frac{m_c}{c}$

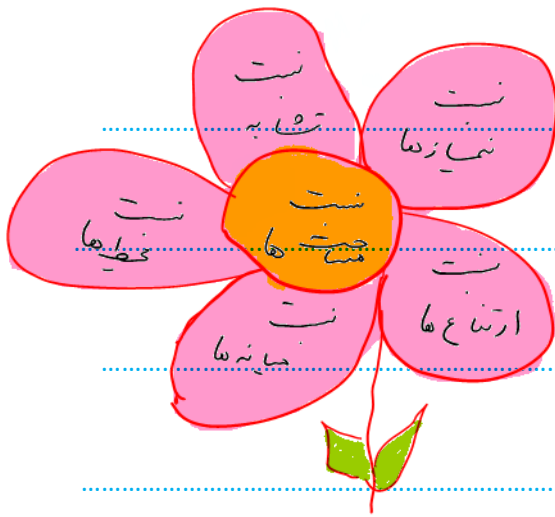
نکته : در مثلث های متشابه اضلاع متناسب و زوایای مساوی و برعکس

④ مثلث را مثلثی در یک طایفه اضلاع یک مثلث را به هم وصل می کنند که با مثلث اصلی متشابه است.



⑤ در شکل مقابل اندازه x و y را بیابید

(تألیف سطح متوسط)

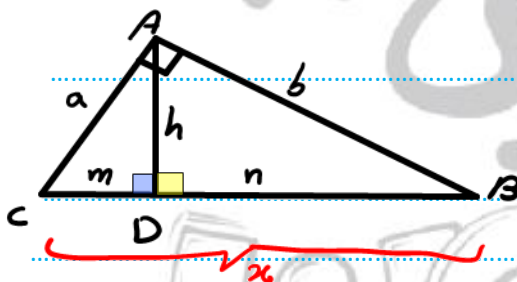


نسبت مساوی ها محذور و غیر محذور است

بجز نسبت مساوی ها بقیه نسبت ها با هم برابرند

۲۶) در مثل متساویانند و نسبت مساوی های آن $\frac{4}{9}$ است اگر اضلاع مثل کوچکتر ۶ و ۸ و ۷ سانتی متر باشد اضلاع مثل بزرگتر را بیابید

۲۷) در مثل متساویانند و نسبت ارتفاع های تطبیق $\frac{3}{5}$ است اگر مساحت مثل بزرگتر ۵۰ سانتی متر مربع باشد مساحت مثل کوچکتر را بیابید



روابط طولی در مثل قائم الزاویه:

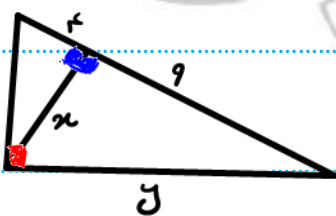
$$h^2 = m \times n$$

$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = m \times x$$

$$b^2 = n \times x$$

$$a \times b = h \times x$$



۲۸) در شکل مقابل اندازه x و y را بیابید

تابع گویا

$$y = \frac{A(x)}{B(x)}$$

$$D = \mathbb{R} - \{x \mid B(x) = 0\}$$

تابع رادیکالی

$$y = \sqrt{A(x)}$$

$$D = \{x \mid A(x) \geq 0\}$$

تابع چند جمله ای

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$Df = Dg$$

(الف)

دو تابع f و g مساویند هرگاه:(ب) به ازای هر x داشته باشیم $f(x) = g(x)$

اعمال روی توابع

$$D(f \pm g) = Df \cap Dg$$

$$D\left(\frac{f}{g}\right) = Df \cap Dg - \{x \mid g(x) = 0\}$$

(۲۹) آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - x}$ یکسانند؟(۳۰) آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = |x|$ یکسانند؟(۳۱) اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ k+3 & x = 1 \end{cases}$ و $g(x) = x+1$ یکسانندمقدار k چند است؟(۳۲) دامنه هر یک از توابع را بنویسید. $y = \sqrt{\frac{x+2}{4-x}}$ ، $y = x+1$ ، $y = \frac{5}{x^2-4}$ (۳۳) اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، $g(x) = x^2 - x$ و دامنه و ضابطه توابع زیر رابنویسید. $\frac{f}{g}$ ، $f+g$ ، fx

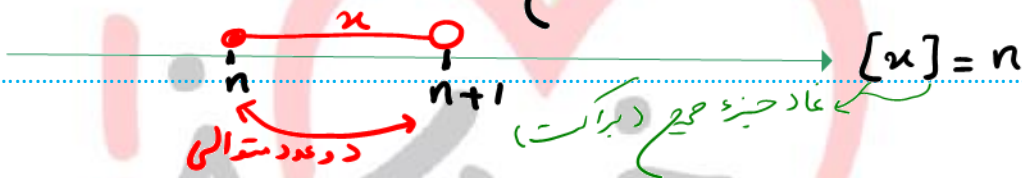
برای اتمام درس توابع در حالت زوج مرتبه اشنه اک دامنه ها را پیدا کنیم
پس برای هر زوج مرتبه ملل نقطه را نوشته و عمل مورد نظر را روی عرض
نقاط انجام می دهیم

(۳۴) اگر $f = \{(2, 2), (5, 11), (-1, 9)\}$, $g = \{(5, 8), (2, 0), (8, 3)\}$

بسته های $\frac{f}{g}$, $f \times g$, $2f$, $3g + f$ را بنویسید

تابع جزء صحیح:

برای هر عدد حقیقی x , عدد صحیح n که $n \leq x < n+1$ را عدد جزء صحیح x به صورت زیر نمایش می شود



(۳۵) کسبه کنید:

$$[5.61] = [5.999] =$$

$$[-1.1] = [-1.9] =$$

$$\left[\frac{3}{4}\right] =$$

(۳۶) اگر مجموعه جواب معادله $[x] = 2$ را با بازه A نمایش دهیم
حاصل $A \cap [-2, 5]$ را بنویسید

(۳۷) دامنه هر تابع را بنویسید

$$f(x) = \sqrt{4 - [x]}$$

$$g(x) = \frac{3}{\sqrt{7 - [x]}}$$

$$L(x) = \sqrt{[x] + 2}$$

(۳۸) معادله راجل کنید

$$[x]^2 - [x] - 2 = 0$$

۳۹) گزار تابع $f(x) = [x]$ را رسم کنید در بازه $[-1, 1]$

۴۰) گزار تابع $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید

۴۱) گزار تابع $f(x) = \left[\frac{x}{2}\right]$ را در بازه $[-2, 4]$ رسم کنید

۴۲) گزار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه $[0, 2]$ رسم کنید

۴۳) تکمیل کنید: الف) برابر عدد حقیقی x : $x \in \mathbb{Z}$ $[x] + [-x] = \dots$
 ب) $x \notin \mathbb{Z}$ $[x] + [-x] = \dots$

۴۴) برای چه نوع عدد حقیقی k داریم $[x+k] = [x] + k$

۴۵) گزار تابع $f(x) = x - [x]$ را در بازه $[-2, 1]$ رسم کنید

تابعی که در زوج مرتب های متفاوت خود مولفه دوم تکراری ندارد

تابع یک به یک

۴۶) کدام تابع زیر یک به یک است:

الف) $f(x) = |x|$ ب) $\begin{cases} [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = |x| \end{cases}$ پ) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

ت) $\begin{cases} (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 2x + 3 \end{cases}$ ث) $f(x) = \sqrt{x+1} + 2$ ج) $f(x) = -5x + 1$

ج) $\{(2, 3), (-1, 5), (5, 3)\}$

۴۷) اگر تابع زیر یک به یک باشد مقدار $\frac{m+n}{f(3)}$ چند است؟

$f = \{(2, m), (3, m+1), (n+5, v), (2, m^2-4), (m, v)\}$

۴۸) تابع واردن تابع $f(x) = \sqrt{3x+1} - 1$ را بنویسید

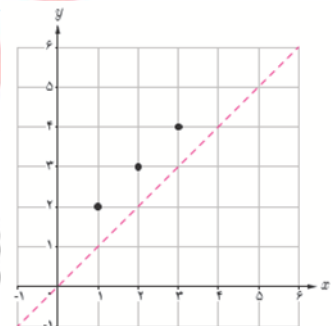
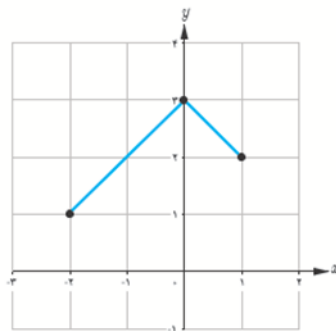
۴۹) تابع واردن تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 2$ را بنویسید

۵۰) تابع واردن تابع $f(x) = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$ را بنویسید

۵۱) با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ از آن تابع یک یک بازه پس تابع واردن آن را بنویسید

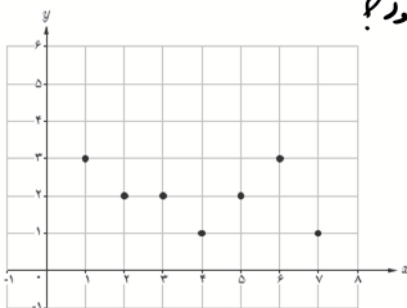
برای رسم نمودار تابع واردن یک تابع کاهنده است قرینه نقاط تابع را نسبت به خط $y=x$ پیدا کنید یا جایجایس جای نقطه اول و دوم هر زوج مرتب

۵۲) نمودار تابع واردن تابع های زیر را رسم کنید



۵۳) اگر هر خط موازی محور نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آن گاه آن تابع یک به یک است.

۵۴) حداقل چند نقطه از تابع مقابل حذف کنیم تا یک یک شود؟



بردار f^{-1} دامنه f برابر است

دامنه f^{-1} برابر f برابر است

اگر $f \in (a, b)$ باشد $f^{-1} \in (b, a)$

۵۵) اگر f تابع خطی باشد و $f(3) = 2$ و نقطه $(-1, -2)$ روی نمودار f^{-1} باشد

در این صورت $f(10)$ چند است؟

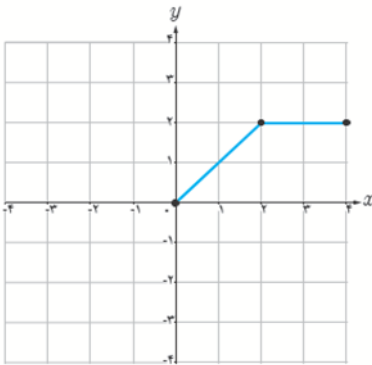
۵۶) کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

هر تابع خطی غیر ثابت یک به یک است

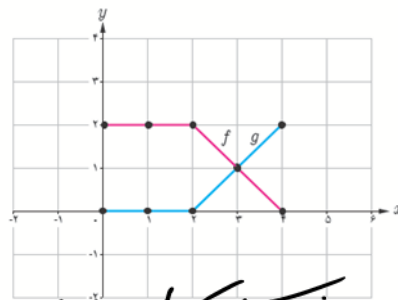
اگر k عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

۵۷) تکمیل کنید: برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = -f(x)$ کافی است قرینه نمودار تابع ضابطه $y = f(x)$ را نسبت به محور $\dots\dots\dots$ رسم کنیم.

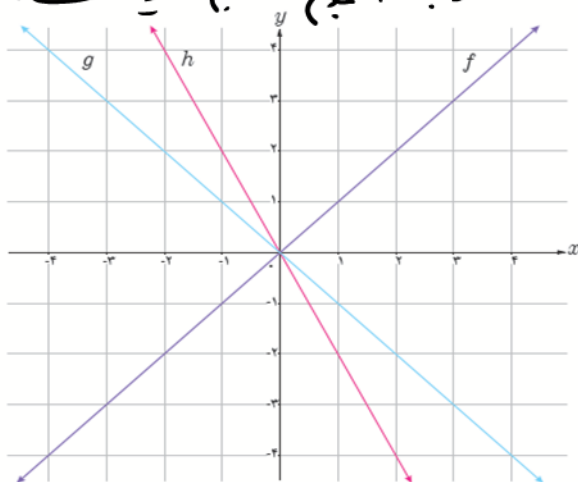
۵۸) در شکل زیر نمودار تابع f داده شده و نمودار تابع $g = -2f(3x)$ را رسم کنید.



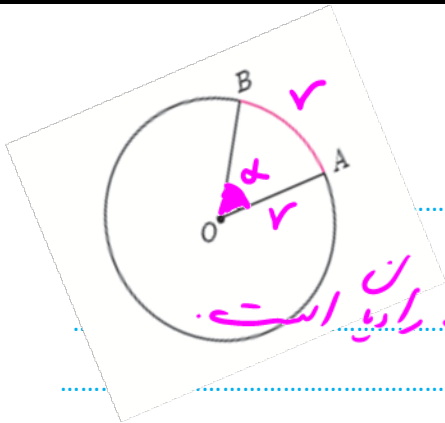
۵۹) در شکل زیر نمودار دو تابع f و g داده شده و نمودار تابع $h = f + g$ را رسم کنید.



۶۰) با توجه به شکل زیر، مشخص کنید کدام نمودار مربوط به مجموع دو تابع دیگر است؟



فصل ششم



۱ رادیان برابر است با اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به کمانی از دایره به طول شعاع دایره.

در شکل مقابل زاویه α برابر یک رادیان است.

$$\text{طول کمان روبه‌روی زاویه} = \frac{\text{اندازه زاویه بر حسب رادیان}}{\text{اندازه شعاع دایره}}$$

اگر l طول کمان روبه‌روی زاویه α اندازه شعاع دایره و α اندازه زاویه بر حسب رادیان باشد، آنگاه رابطه بالا را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

در رابطه بالا l و r هم واحدند.

جدول زیر را کامل کنید.

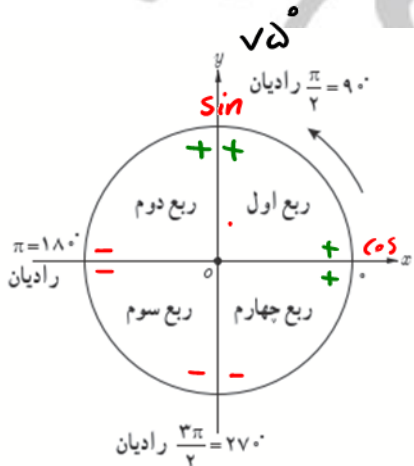
۲ رادیان	۱ رادیان	۵/۰ رادیان	زاویه بر حسب رادیان
تقریباً	تقریباً ۵۷۰	تقریباً	زاویه بر حسب درجه

۲۰۰ سانتی‌متر	۵۰۰ سانتی‌متر	۵ سانتی‌متر	l
۱ متر	۰/۵ متر	۵	r
۱/۵ رادیان	۱ رادیان	α	

یک درجه معادل $\frac{\pi}{180}$ رادیان است.

زاویه‌های بر حسب درجه را به رادیان و زاویه‌های بر حسب رادیان را به درجه بسویه

۵۰°



۲۴°

$\frac{3\pi}{5}$

$\frac{2\pi}{9}$

علامت نسبت هارم خاصه

جدول مقابل

زاویه α نسبت	۰ رادیان = ۰°	$\frac{\pi}{6}$ رادیان = ۳۰°	$\frac{\pi}{4}$ رادیان = ۴۵°	$\frac{\pi}{3}$ رادیان = ۶۰°	$\frac{\pi}{2}$ رادیان = ۹۰°	π رادیان = ۱۸۰°	$\frac{3\pi}{2}$ رادیان = ۲۷۰°	2π رادیان = ۳۶۰°
$\sin \alpha$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
$\cos \alpha$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
$\tan \alpha$	۰	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۱	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot \alpha$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

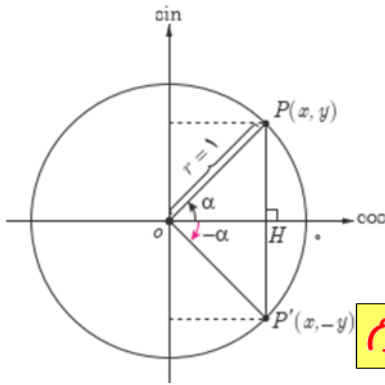
elyasi

اطلاع رسانی آزمونهای مسجد سلیمان

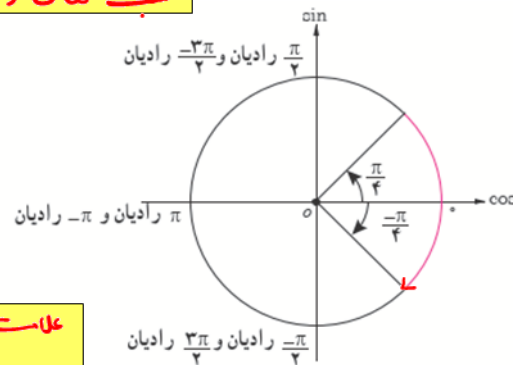
۰۹۱۶۶۸۱۷۶۰۲

<https://rubika.ir/azmonkheilisabzmis>

نسبت های زاویه های ترمین



$$\begin{aligned}\sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$



علامت نسبت ها در ناصیه چهارم را نوشته ایم

حاصل عبارات زیر را بدست آورید (۶۳)

الف) $\frac{\cos(-9^\circ) + \sin(-27^\circ)}{\sin(-18^\circ) - \cos(-36^\circ)} = \dots = \dots$

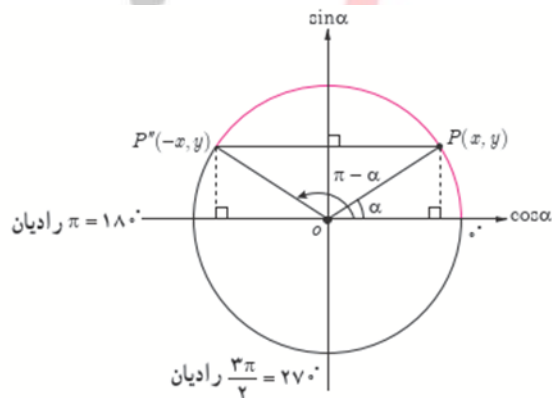
ب) $\cot\left(\frac{-\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{-\pi}{3}\right) = \dots$

پ) $\cos(-45^\circ) \times \cos(-6^\circ) + \sin(-45^\circ) \times \sin(-6^\circ) = \dots + \dots = \dots$

علامت نسبت ها در ناصیه دوم

$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$

نسبت های زاویه های مکمل

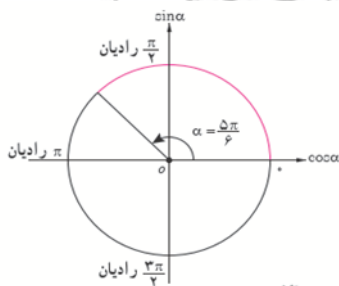


قرینه یک نقطه به مختصات (x, y) نسبت به محور عمودی نقطه ای به مختصات $(-x, y)$ است.

(۶۴) مکمل زاویه ۲۷° چیست؟ چه زاویه ای است؟

(۶۵) نسبت های مثلثاتی زاویه ۵۴° را بنویسید.

(۶۶) حاصل عبارت ها را بنویسید.



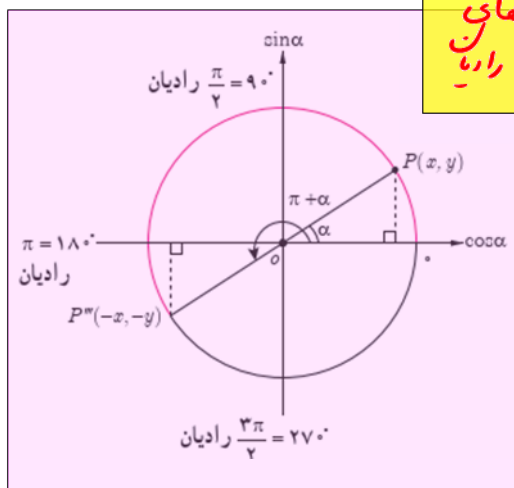
$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos(\dots) = \dots$

$\sin 12^\circ = \sin(18^\circ - \dots) = \dots = \dots$

$\cot(-12^\circ) = -\cot(\dots) = -\cot(18^\circ - \dots) = \dots$

$\cos(135^\circ) = \dots = \dots = \dots$

قرینه یک نقطه به مختصات (x, y) نسبت به مبدأ مختصات نقطه‌ای به مختصات $(-x, -y)$ است.



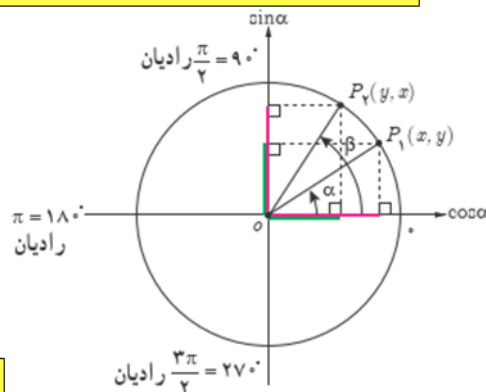
نسبت های زاویه های با اختلاف π رادیان

$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha\end{aligned}$$

۶۷) حاصل ضربات را بنویسید:

$$\begin{aligned}\tan 225^\circ &= \dots \\ \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) &= \cos \dots = \cos(\pi + \dots) = \dots \\ \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) &= \dots \\ \cot\left(\frac{5\pi}{4}\right) &= \dots\end{aligned}$$

نسبت های مثلثات زاویه های متمم



نسبت عوض شدن

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \tan \alpha\end{aligned}$$

علامت ها از ناحیه اول

۶۸) حاصل عبارت زیر را بنویسید
آنچه $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد به دست آورید

$$\frac{3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(-x)}{4\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\sin x}$$

نسبت های مثلثات با تغییر با اختلاف $2k\pi$ رادیان $k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}\sin(2k\pi - \alpha) &= -\sin \alpha & \sin(2k\pi + \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(2k\pi - \alpha) &= \cos \alpha & \cos(2k\pi + \alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(2k\pi - \alpha) &= -\tan \alpha & \tan(2k\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(2k\pi - \alpha) &= -\cot \alpha & \cot(2k\pi + \alpha) &= \cot \alpha\end{aligned}$$

علامت ها از ناحیه اول

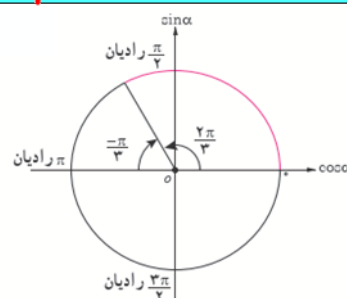
علامت ها از ناحیه اول

نسبت عوض شدن

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\tan \alpha\end{aligned}$$

علامت ها از ناحیه دوم

نسبت های مثلثات با اختلاف $\frac{\pi}{2}$ رادیان



۶۹) نسبت های مثلثات $\frac{3\pi}{4} - \alpha$ و $\frac{3\pi}{4} + \alpha$ را بنویسید

۷۰) مقادیر زیر را محاسبه کنید

$$\begin{aligned}1) \cos 300^\circ &= \dots & 5) \sin \frac{11\pi}{4} &= \dots \\ 2) \sin 420^\circ &= \dots & 6) \cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) &= \dots \\ 3) \tan(-225^\circ) &= \dots & & \\ 4) \cot(-330^\circ) &= \dots & & \end{aligned}$$

۷۱) حاصل عبارت‌ها را به دست آورید:

الف) $\tan 135^\circ + \cot 120^\circ =$ ب) $\cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) =$

پ) $\sin 630^\circ + \tan(-540^\circ) =$

ت) $\cos(-720^\circ) + \cot(-600^\circ) + \tan 720^\circ - \tan(-600^\circ) =$

ث) $\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right) =$ ج) $\frac{\sin\frac{3\pi}{4} - \cos\frac{5\pi}{6}}{\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \tan\left(-\frac{4\pi}{3}\right)} =$

۷۲) درستی کدیب از نت دی‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\sin 840^\circ = \sin 60^\circ$

ب) $\cos(-324^\circ) = \cos 36^\circ$

پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan 80^\circ$

ت) $\sin 875^\circ = \sin 155^\circ$

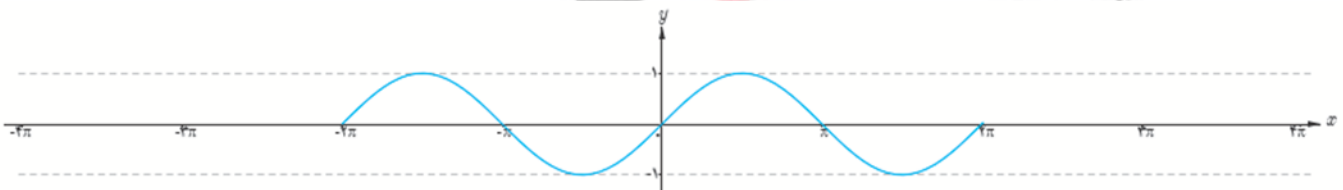
۷۳) x چه زاویه‌ای می‌تواند باشد؟

$\sin x = \cos(20^\circ + x)$

۷۴) جدول را کامل کنید:

$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$	$\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$	$\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$	$\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$
مقدار تابع سینوس از 0 به 1 افزایش می‌یابد.			
مقدار تابع سینوس در ربع اول مثبت است.			

۷۵) چرا عبارت $y = \sin x$ در بازه‌های $[-2\pi, 0]$, $[0, 2\pi]$, ... یک دوره است؟



۷۶) تکمیل کنید:

الف) دامنه تابع سینوس و برد آن است.

ب) مقدار تابع سینوس در طول‌های $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, برابر با است.

پ) حداکثر مقدار تابع سینوس برابر با است که در نقاطی به طول‌های $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \dots$, $x = \dots$, $x = \dots$ و در حالت کلی

$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, به دست می‌آید.

ت) حداقل مقدار تابع سینوس برابر با است که در نقاطی به طول‌های $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \dots$, $x = \dots$, $x = \dots$ و در حالت

کلی $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, به دست می‌آید.

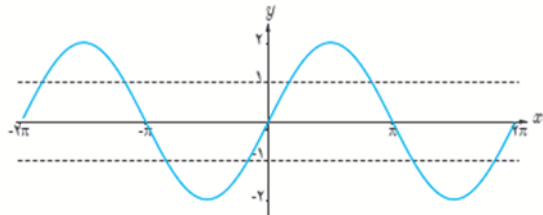
۷۷ کدام تابع به کدام نمودار مربوط است؟

۱ $y = 2 \sin x$

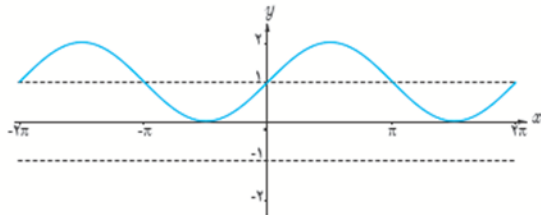
۲ $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$

۳ $y = \sin x + 1$

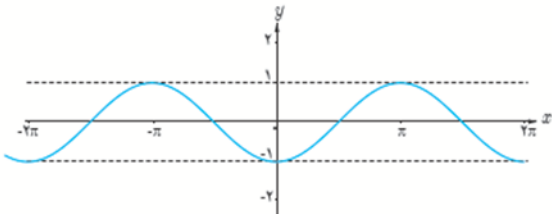
۴ $y = -\sin x + 1$



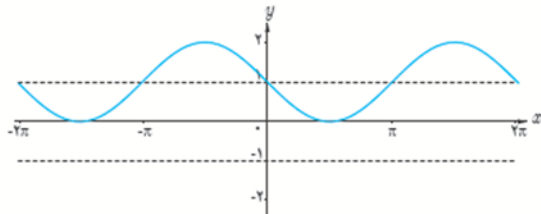
(الف)



(ب)

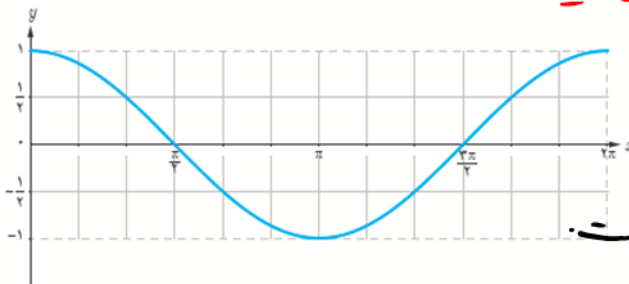


(ج)



(د)

نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ به شکل زیر است.



این تابع در بازه های $[0, \pi]$ و $[\pi, 2\pi]$ به همین شکل است
 حداکثر مقدار آن در نقاط $x = 2k\pi$ واقع است و برابر ۱ می شود. در حداقل مقدار آن در نقاط $x = (2k+1)\pi$ واقع است و برابر -۱ است.
 دامنه آن $\mathbb{R}$ و بردار آن $[-1, 1]$ است.

$[0, \frac{\pi}{2}]$	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
مقدار تابع کسینوس از ۱ به ۰ کاهش می یابد.			
مقدار تابع کسینوس در ربع اول مثبت است.			

۷۸ نمودار توابع زیر را رسم کنید.

۱ $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$

۳ $y = 1 - \frac{1}{2} \cos x$

۲ $y = \cos x - 1$

۴ $y = \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1$

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن $a \in \mathbb{R}$ و $a > 0$ و $a \neq 1$ یک تابع نمایی نامیده می شود.

فصل ۵: توابع نمایی و لگاریتم



الف $3^{2/5} \bigcirc 3^{3/5}$

ب $4^{\sqrt{5}} \bigcirc 4^{\sqrt{7}}$

الف $3^x \bigcirc 3^y$

ب $4^x \bigcirc 4^y$

۸۱) نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ را رسم کنید پس عبارت ها را ملوک کامل کنید که به عبارت درست تبدیل شوند.

الف) $(\frac{1}{3})^{1/5} \bigcirc (\frac{1}{3})^{1/5}$

ب) $(\frac{1}{3})^{1/2} \bigcirc (\frac{1}{3})^4$

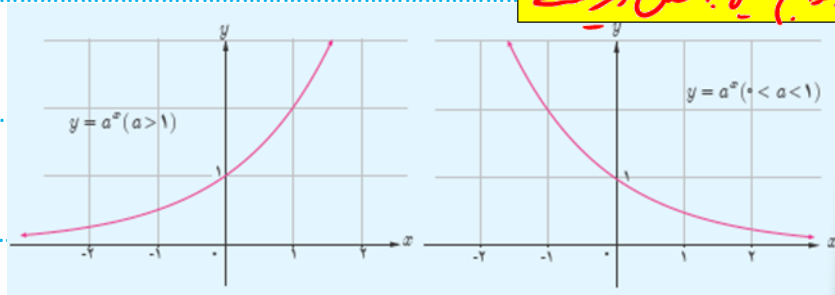
پ) $(\frac{1}{3})^4 \bigcirc (\frac{1}{3})^3$

۸۲) اگر $a > 1$ باشد چه رابطه ای بین $(\frac{1}{a})^x$ و $(\frac{1}{a})^y$ وجود دارد؟

مث: $y = 3^x$ و $y = (\frac{1}{3})^x$

نمودار توابع با ضابطه های $y = a^x$ و $y = a^{-x}$ ($a > 0$ و $a \neq 1$) نسبت به محور y ها قرینه اند.

در حالت کلی نمودار توابع نمایی به شکل زیر است



۸۳) تکمیل کنید:

- ۱) دامنه تابع با ضابطه $y = a^x$ ($a > 1$) مجموعه اعداد حقیقی و برد آن است.
- ۲) دامنه تابع با ضابطه $y = a^x$ ($0 < a < 1$) و برد آن بازه $(0, +\infty)$ است.
- ۳) نمودار توابع فوق محور y ها را در نقطه قطع می کند و محور x ها را در هیچ نقطه ای قطع نمی کند.
- ۴) این دو تابع، یک به یک زیرا خطوط موازی محور x ها، نمودار آنها را حداکثر در نقطه قطع می کند.

۸۴) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- الف) نقطه $(\frac{1}{5}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع با ضابطه $y = 5^x$ قرار دارد. (ب) دامنه توابع با ضابطه های $y = 2^x$ و $y = x^2$ مساوی اند.
- ب) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 10^x$ با محور y ها، نقطه $(0, 10)$ است. (ن) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 6^x$ با محور x ها، نقطه $(6, 0)$ است.

معادله نمایی: معادله ای است که در آن عبارت نمایی به کار رفته باشد. برای حل از قوانین توان در سادگی و یک به یک بدون تابع نمایی استفاده می شود یعنی اگر $a^x = a^y$ آنگاه $x = y$

۸۵) معادلات زیر را حل کنید.

الف) $2^{3n-2} = \frac{1}{32^2}$

ب) $9^{3y-3} = 27^{y+1}$

پ) $4^{3x+2} = \frac{1}{64^3}$

ت) $9^x = 3^{x^2-2x}$

ث) $(\frac{3}{5})^{x+1} = \frac{25}{9}$

تابع گزینشی برای در عدد حقیقی مثبت a که $a \neq 1$ باشد داریم تابع $y = a^x$ را با

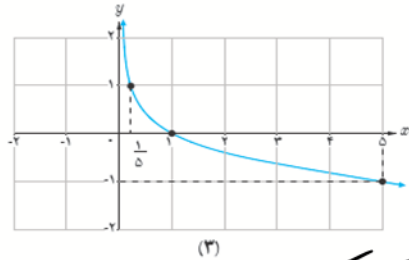
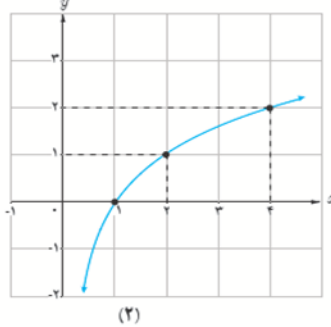
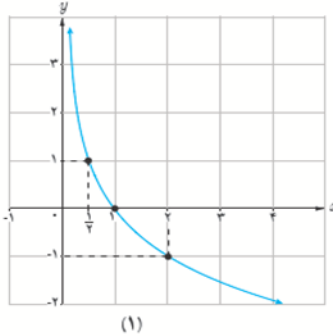
$a^x = y$ نشان می دهیم

(۸۶) نمودار توابع را رسم کنید و دامنه ترکیب را مشخص کنید.

$\textcircled{ب} \quad y = 2 - \log_2 x$
 $\textcircled{د} \quad y = \frac{1}{x} \log_2 x$
 $\textcircled{ا} \quad y = \log_2 x$

$\textcircled{س} \quad y = \log_3 x^{-1} + 1$

(۸۷) ضابطه مربوط به هر نمودار را بنویسید.



(۸۸) تکمیل کنید.

الف) تابع $y = \log_a x$ در حالت $0 < a < 1$ برابر و برد آن است.

ب) تابع $y = \log_a x$ در حالت $a > 1$ برابر و برد آن است.

پ) نمودار تابع $y = \log_a x$ محور طول ها را در نقطه قطع می کند.

ت) نمودار تابع $y = \log_a x$ محور را قطع نمی کند.

قوانین لگاریتم

$\frac{\log_a c}{\log_a b} = \frac{\log_a d}{\log_a b}$	$\log_b a \times \log_c b = \log_c a$
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	$\log_b a \times \log_c d = \log_b d \times \log_c a$
$a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$	$a^{\log_a b} = b$
$\log_b a \times \log_a b = 1$	$\log \frac{x}{a} = -\log_a x$
$\frac{\log_a x \times \log_b x}{\log_a x + \log_b x} = \log_{ab} x$	$\log \log \log_c^a x = x \Rightarrow a = c^{d^{e^x}}$

$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$
$\log_a^{xy} = \log_a^x + \log_a^y$	$\log_a^{x^m} = m \log_a^x$
$\log_a^x = \frac{1}{n} \log_a^x$	$\log_a^{\frac{x}{y}} = \log_a^x - \log_a^y$
$\log_a^{x^m} = \frac{m}{n} \log_a^x$	$\log_b^a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

قانون تغییر مبنا

(۸۹) ثابت کنید $\log_2 1 - \log_2 1 = 0$

(۹۰) اگر $\log_2 x - \log_2 y = 1$ و $\log_2 x + \log_2 y = 5$ را بنویسید

(۹۱) اگر $\log_2 5 = \frac{5}{8}$ و $\log_2 1 = 0$ چند است؟

elyasi

اطلاع رسانی آزمونهای مسجسد سلیمان

<https://rubika.ir/azmonkheilisabzmis>

۰۹۱۶۶۸۱۷۶۰۲

به طور کلی اگر a یک عدد حقیقی مثبت ($a \neq 1$)، باشد آن گاه با توجه به یک به یک بودن تابع لگاریتمی، از تساوی $\log_a x = \log_a y$ ($x, y > 0$) می توان نتیجه گرفت $x = y$ و به عکس، اگر $x = y$ ($x, y > 0$) آن گاه $\log_a x = \log_a y$.

(۹۲) عبارات زیر را حل کنید (۹۳) اگر $f(x) = \log_2(x)$ از نقطه $(-۳, ۸)$ عبور کند a چقدر است؟

الف) $\log_2^x + \log_2^3 = \log_2^{24}$

ب) $\log_5^{(x+1)} - \log_5^3 = \log_5^4$

پ) $2 \log_5^{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{3} \log_5^{\frac{x}{\sqrt{5}}} = \log_5^{20}$

(۹۴) اگر $f(x) = 7 + 2 \log_5\left(\frac{x}{3} - 5\right)$ باشد مقدار $f(42)$ چقدر است؟

چند است؟

(۹۵) عبارت ها را حل کنید

$\log_2 243 = 2x + 1$ $2 \log_2(x-1) = 3$

(۹۶)

انرژی آزاد شده در زلزله ای به بزرگی M ریشتر برابر E ارگ است

$\log E = 11/8 + 1/5 M$ انرژی آزاد شده در زلزله $6/6$ ریشتری چقدر است ؟

فصل ۶ حد و پیوستگی

فرض کنیم تابع f در بازه ای مانند (a, b) شامل نقطه x_0 (به جز احتمالاً در خود x_0) تعریف شده باشد. حد تابع f در x_0 برابر عدد l است؛ هرگاه مقدار تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به l نزدیک کرد، به شرط آنکه x از سمت چپ به قدر کافی به x_0 نزدیک شود، در این صورت می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l$$

فرض کنیم تابع f در بازه ای مانند (a, x_0) تعریف شده باشد. حد چپ f در x_0 برابر عدد l است؛ هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به l نزدیک کرد، به شرط آنکه x از سمت چپ به قدر کافی به x_0 نزدیک شود، در این صورت می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l$$

به طریق مشابه فرض کنیم f در بازه ای مانند (x_0, b) تعریف شده باشد. حد راست f در x_0 برابر عدد l است؛ هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به l نزدیک کرد، به شرط آنکه x از سمت راست به قدر کافی به x_0 نزدیک شود، در این صورت می نویسیم:

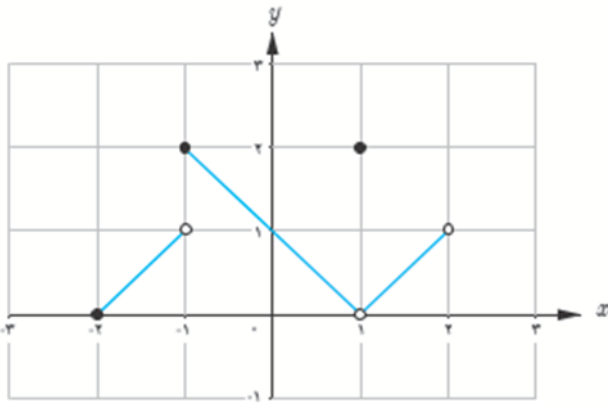
$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ اگر و تنها اگر $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$

(۹۷) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x > 1 \\ 3-x^2 & x \leq 1 \end{cases}$ را $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ را

حاصل کنید. آیا $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وجود دارد؟

۹۸) خود را تاجی که در شکل مقابل رسم شده است درست یا نادرست به عبارت
را مشخص کنید.



- الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ب) $f(1) = 2$
 پ) $f(2) = 1$ ت) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 0$
 ث) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
 ج) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ وجود ندارد. ح) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وجود ندارد.

۹۹) بارش مورد نیاز بهج مناسب ضل بنید.

الف) مثالی از یک تابع، همراه با نمودار آن ارائه کنید که حد تابع در نقطه ۲ مساوی ۱- باشد.

ب) تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۳ حد نداشته باشد. $f(3) = 1$.

پ) تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۲ تعریف نشده باشد. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.

😊

خلاصه قوانین حد : حدهای یازدهم هم عددگذاری هستند مگر اینکه $\frac{0}{0}$ باشد

۱۰۰) حاصل حدهای زیر را بنویسید

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x+1)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{x+1}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -2} (3x+4)^5$

ث) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x^2 - 16}$

۱۰۱) در مورد ج، $f(x) = \frac{|x|}{x}$ چندتا از عبارات زیر درست است ؟

پ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = 1$

ب) $D_h = \mathbb{R} - \{0\}$

الف) $h(x) = 1$

ث) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ وجود ندارد.

ت) $h(0) = 0$

۱.۲) نمودار تابع $f(x) = [x]$ را رسم کنید و $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$ را در صورت وجود یافته کنید.

۱.۳) حاصل حد ها را به کمک نمودار بنویسید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\pi} \sin x$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sin x$

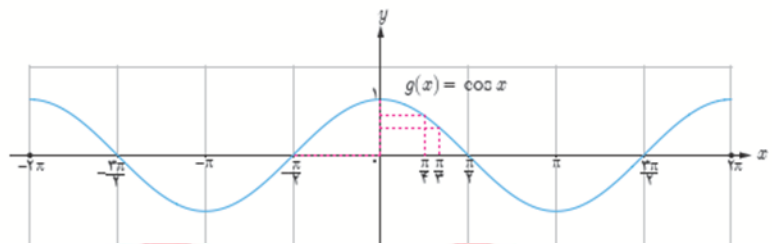
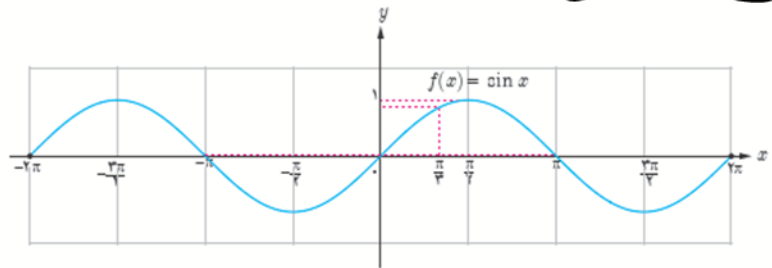
ت) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \sin x$

ث) $\lim_{x \rightarrow \pi} \cos x$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \cos x$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{-\pi}{2}} \cos x$

ح) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \cos x$



۱.۴) درجه نفاذ حد دو تابع $f(x) = \frac{bx-21}{x-2}$ و $g(x) = 1$ با هم برابرند؟

۱.۵) در هر حالت در مورد حد $f+g$ چه می توان گفت؟

الف) اگر توابع f و g هیچ کدام در نقطه ای مانند a حد نداشته باشند.
ب) اگر تابع f در a حد داشته باشد ولی تابع g در a حد نداشته باشد.

پیوسته

تابع f در نقطه $x=c$ را پیوسته نامیم؛ هرگاه $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ ($c \in \mathbb{R}$)

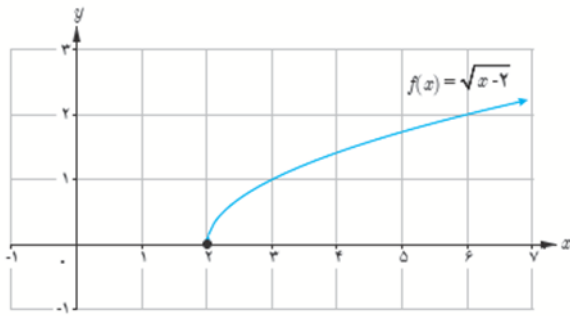
۱.۶) کدام یک از توابع زیر در $x=1$ پیوسته اند؟

الف) $f(x) = (x-3)^2$

ب) $g(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$

پ) $h(x) = \begin{cases} x & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ -x+2 & x < 1 \end{cases}$

۱.۷) با توجه با نمودار مقابل به سئوالات پاسخ دهید.



الف) کدام یک از حدهای $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ موجودند؟

ب) آیا $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجود است؟

پ) آیا تابع f در $x=2$ پیوسته است؟

پیوستگی راست:

هرگاه $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$ می‌گوییم f در $x=c$ پیوستگی راست دارد.

پیوستگی چپ:

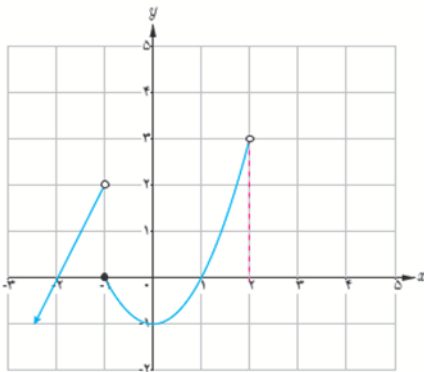
تابع f را در $x=c$ از طرف چپ پیوسته می‌نامیم، هرگاه $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$.

پیوستگی روی بازه:

تابع f روی بازه (a, b) پیوسته است؛ هرگاه، در هر نقطه این بازه پیوسته باشد.

تابع f روی بازه $[a, b]$ پیوسته است؛ هرگاه f در بازه (a, b) پیوسته باشد و در نقطه

a پیوسته راست و در نقطه b پیوسته چپ باشد.



$$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & x < -1 \\ x^2-1 & -1 \leq x < 2 \\ -x+5 & 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

۱.۸)

تابع f با ضابطه مقابل را در نظر می‌گیریم:

الف) نمودار f را کامل کنید.

ب) دامنه و برد f را به دست آورید.

پ) پیوستگی تابع را روی بازه‌های $[-2, 0]$ و $(2, 5)$ و $[-1, 1]$ بررسی کنید.

۱.۹) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+a & x < -1 \\ x^2+1 & -1 \leq x < 3 \\ b-x & 3 \leq x < 4 \end{cases}$ در کل $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $a+b$ را بیابید.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

منظور از "احتمال A به شرط B " که آن را با $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم، احتمال وقوع پیشامد A است، به شرط آنکه بدانیم پیشامد B رخ داده است.

۱۱۰) در یک مسابقه اتومبیل رانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد، برابر $7/10$ است و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود، برابر $8/10$ است. اگر بدانیم یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه احتمالی به خط پایان رسیده است؟

۱۱۱) اعداد ۱ تا ۹ را روی نه کارت می‌نویسیم و سه کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه هر سه عدد زوج باشند به شرط اینکه مجموع آنها زوج باشد.

۱۱۲) فرض کنید احتمال اینکه یک تیم فوتبال اصلی‌ترین رقیبش را ببرد، $1/6$ باشد. احتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $1/4$ و در صورتی که اصلی‌ترین رقیبش را ببرد، این احتمال به $1/3$ افزایش خواهد یافت. با چه احتمالی حداقل یکی از دو اتفاق «قهرمان شدن» یا «بردن اصلی‌ترین رقیب» برای این تیم اتفاق خواهد افتاد؟

خط مستقل بودن رویداد

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

پیشامد A از پیشامد B مستقل است، هرگاه وقوع B بر احتمال وقوع A تأثیر نگذارد.

۱۱۳) فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر $5/10$ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر $8/10$ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان خواهد شد؟

۱۱۴) دو تاس را به ترتیب پرتاب می‌کنیم.

الف) آیا پیشامد اینکه مجموع دو تاس ۵ شود و پیشامد اینکه در پرتاب اولین تاس عدد ۲ ظاهر شود، مستقل از یکدیگرند؟

پیشامد B

پیشامد A

ب) آیا پیشامد اینکه مجموع دو تاس ۷ شود و پیشامد اینکه در پرتاب اولین تاس عدد ۲ ظاهر شود، مستقل از یکدیگرند؟

پیشامد B

پیشامد A

۱۱۵) احتمال اینکه رؤیا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $625/100$ باشد، رؤیا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

۱۱۶) دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

۱۱۷) برای دایره‌های ۱۳، ۴، ۸، ۷، ۳، ۵، ۲ واریس، انحراف معیار و چارکها را بیابید.

۱۱۸) اگر همه دایره‌ها در ۲ ضلع ۳، ۴، ۵ واریس، انحراف معیار، ضریب تغییرات و جلد نه تغییر کرده.